LE MOT DU PRESIDENT

Un problème
qui n'est (peut-être) plus un problème !

Les problèmes génèrent les mathématiques. Les nombres complexes sont nés de la résolution des équations du 3ème degré, les logarithmes de la recherche de techniques opératoires simples, les statistiques de la recherche de lois régissant certains phénomènes sociaux...

S'il y a un problème qui a créé nombre de théories, c'est bien celui dû à Fermat : «Pour un entier naturel n donné supérieur ou égal à 3, l'équation de $\mathbb{Z}^3$: $a^n = b^n + c^n$ admet pour seule solution $a = b = c = 0$».

Fermat avait écrit en marge d'une édition de Diophante qu'il avait trouvé une preuve mais qu'il lui était impossible de l'écrire compte-tenu de l'étroitesse de la marge !

Le Monde du 25 juin 1993 nous apprend que cette conjecture serait démontrée : les experts (comme on dit) en sont convaincus même si quelques détails techniques restent à vérifier.

Faut-il se réjouir de cette nouvelle ou la déplorer ? Cette question peut paraître stupide. Certes c'est une victoire du génie humain ; mais combien de théories fécondes auraient pu encore naître de la recherche d'une démonstration de cette conjecture ? Dois-je parler de tous les chercheurs qui vont perdre leur motivation ? Mais autant leur demander leur avis ! Promis, je le ferai en octobre. *Dominique Gaud.*

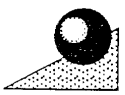
A. P. M. E. P.

JOURNEES NATIONALES de POITIERS

les 22-23-24 octobre 1993

au Palais des Congrès

du FUTUROSCOPE



Mathématiques et Enseignement
Passé ... Futur

SOMMAIRE

Le mot du Président	p. 1
Feuilleton de l'évaluation	p. 2
Formation continue	p. 3
Championats et Rallyes	p. 3
Le coin du Prof. Ila Ransor	p. 4

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

79 86 17 16

apmep

Régionale de POITIERS

Juin 1993 n° 13

COROL'AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Av. du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206 DISPENSE DU TIMBRAGE POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 5 F ;
Abonnement 1 an (4 numéros) : 15 F.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur : ..... Dominique GAUD
Rédacteur : ..... Jean FROMENTIN
Imprimerie : ..... IREM, Faculté des Sciences, 40, Avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS - CEDEX.
Editeur : ..... APMEP Régionale de POITIERS
Siège social : ..... IREM, Faculté des Sciences, 40, Avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS - CEDEX.
C.P.P.A.P. : n° 73 802
Dépôt légal : Septembre 1992.

« FEUILLETON» de l'EVALUATION, par Jean-Paul GUICHARD, de PARTHENAY

Episode 10 : LES NOTES : quel usage pour quelle musique ?

Les deux derniers épisodes sur la docimologie nous ont permis de voir que la traduction de l'évaluation d'une production d'élève par une note n'a pas la qualité qu'implicitement on lui attribue : celle d'une mesure rigoureuse, objective, qui dirait la valeur de la production, car «note souvent varie, bien fol qui s'y fie» pourrait-on dire. Par ailleurs la note a des attraits car, comme son étymologie nous le rappelle, elle permet de dire les choses brièvement. Mais encore faudrait-il être au clair sur ce qu'elle permet de dire, et ne pas lui faire dire ce qu'elle ne peut dire. Pour essayer de situer les problèmes , je vous propose un schéma :

Evaluation 1 —Codage (perte d'information)→ NOTE —Décodage (création d'information)→ Evaluation 2

L'évaluation 1 est, par exemple, celle d'un devoir de mathématiques d'un élève par son professeur : elle va dire la valeur de ce travail en fonction d'un certain nombre de critères (exactitude des résultats, pertinence des résultats, présence de justifications, rigueur des démonstrations, élégance, brièveté de la solution, correction de la rédaction, des notations, soin, présentation, quantité de travail fourni...). Ces critères vont être implicites ou explicités. Nous avons vu cependant dans l'épisode 4, et les suivants, tout l'intérêt qu'il y avait à expliciter et à faire expliciter par l'élève les critères d'évaluation des productions demandées pour en assurer la réussite. Quand le professeur va mettre une note à ce travail, il ne va pas le faire au hasard : même si certains de ses critères sont implicites, il va procéder à un codage complexe qui tient compte de tout ou partie des critères d'évaluation du devoir, codage dont il aurait, peut-être, du mal à rendre totalement compte, car il est souvent très complexe et se fait «automatiquement» dans sa tête (en particulier pour déterminer le poids relatif des différents critères). Mais dans ce codage , on va perdre toute l'information : quels critères ont été pris en compte ? avec quelle importance ? qu'est-ce qui a été réussi ?... Même si on connaissait toutes les clés du codage, on ne pourrait revenir aux critères : ce codage est par nature non injectif. Néanmoins cette note donne au devoir une «valeur» : un nombre de l'intervalle [0;20]. Cette valeur apparaît alors comme absolue, puisqu'elle n'est référée à rien - c'est un nombre compris entre 0 et 20 -, alors qu'elle est relative aux critères pris en compte et à leur codage (ce qui explique toutes les distorsions et les problèmes mis en évidence par la docimologie). Et maintenant c'est cette note, devenue l'évaluation publique de l'élève, qui va être décodée par différents acteurs, avec leurs propres critères, pour créer de l'information qui servira, le plus souvent, à porter des jugements sur l'élève (évaluation 2). Cette création est-elle légitime ?

Cette évaluation 2, ce peut être celle des parents qui trouvent par exemple que 10 à ce devoir ce n'est pas assez, alors que l'élève, lui, trouve que ce n'est pas mal, ou même que c'est bien parce que tous les autres ont moins que lui. Ce peut être aussi celle des professeurs ou de l'administration qui, à la lecture d'un 18, vont s'exclamer «il est doué en maths ce petit!», ou face à un 6 vont dire que l'élève ne travaille pas. Le plus problématique dans ce décodage, c'est qu'à partir de notes, dont on ne sait comment elles ont été obtenues, ni ce qu'elles sont censé représenter, on porte des jugements de valeur. Et ce souvent à partir d'une position a priori : par exemple des notes sont discréditées si on a une idée de la façon dont elles ont été mises (professeur sévère, laxiste...). C'est particulièrement flagrant quand la note est interprétée par des personnes qui ne l'ont pas mise : lequel d'entre nous n'est pas intervenu en conseil de classe pour s'opposer au jugement émis sur les possibilités d'un élève à partir de la note que nous lui avions mise («avec un 8 en maths il ne pourra pas suivre en seconde»...), en avançant d'autres critères («il a des possibilités», «il peut très bien faire quand il est motivé»...) non pris en compte dans la note. C'est aussi le cas quand on infère des comportements à partir des notes («il a de mauvaises notes, donc il ne travaille pas, il n'apprend pas ses leçons»...). Une expérience récente, faite avec une collègue d'une autre discipline, nous a montré , en questionnant des élèves en difficulté, dont, au vu de leurs notes, on disait qu'il n'apprenaient pas leurs leçons, que la cause de leurs mauvaises notes était qu'ils n'apprenaient pas leurs leçons «comme il faut», c'est à dire , en reprenant ce que nous avons dit dans l' épisode 7, ils ne possédaient pas de bons critères de procédure, ni d'une bonne base d'orientation.

D'autre part l'ensemble [0;20] étant totalement ordonné par la relation d'ordre usuelle, il est tentant de définir à partir d'elle un classement des élèves, mais est-ce vraiment licite ? Un des intérêt de la note est, peut-être, justement qu'elle permet, au niveau de l'évaluation 1, de comparer, de classer, alors qu'au niveau de l'évaluation 2 il est impossible de définir un ordre total : il suffit d'imaginer deux fiches d'évaluation critériée pour s'en rendre compte. Il faut donc bien avoir conscience que l'ordre que l'on peut établir entre des productions d'élèves ne préexiste pas aux notes mises : ce sont les notes qui définissent un ordre possible. Donc «meilleur» veut uniquement dire, si l'on décide d'utiliser les notes pour classer, «a une note supérieure à». Il faudrait donc être vigilant, et ne pas perdre de vue que les qualificatifs de bon, mauvais, nul, meilleur, moins bon, n'ont rien d'absolu, qu'ils ne disent rien sur la «nature» de l'individu, que les notes étant généralement attribuées à des productions, ces qualificatifs ne comparent qu'au mieux ces productions. Et peut-être dans la plupart des cas faudrait-il s'en tenir là : **juger des productions, non des personnes.**

Que conclure ? La note peut jouer un rôle de communication rapide, facile, synthétique, neutre, mais il faudrait toujours avoir présent à l'esprit la perspective de sa genèse, et donc de sa pauvreté d'information, pour s'interdire d'extrapoler à partir d'elle, en particulier pour éviter de porter, à partir des notes, des jugements de valeur sur les individus, leurs capacités, leurs comportements. Pour porter de tels jugements, il faut d'autres critères, qui d'ailleurs transparaissent dans nos appréciations, et qu'il serait bon d'expliciter. Appréciations et notes ont chacune leur rôle à jouer, et ne devraient pas se redoubler. Mais, au fait, que cherchons nous à évaluer exactement ?

Les notes de la musique

Que fait le compositeur ?
Il note la musique.

Quelle tête a son carnet de notes ?
Celui d'une partition.

Qu'y a-t-il sur la partition ?
Des notes, des clés, des temps, des accords, des indications...

Qui déchiffre la partition ?
Le chef et les interprètes.

Qu'évalue-t-on ?
La musique et l'interprétation...

La Formation Continue en danger !

Le P.A.F. (Plan Académique de Formation) est en danger : il subit de plein fouet les restrictions budgétaires. L'I.R.E.M. n'a pu proposer pour 1993-1994 un large éventail de stages qu'en réduisant les effectifs théoriques de chacun.

Nous espérons que ces stages recueilleront une large adhésion. En effet, s'il y a peu de candidats en maths, les restrictions pour l'année suivante risquent d'être encore plus fortes dans notre discipline. Ceci d'autant plus que le projet actuel de réforme du P.A.F. (qui entrerait en vigueur en 1994-1995) prévoit que la répartition des stages se fasse par les chefs d'établissement.

Inscrivez vous donc, et faites de la pub auprès de vos collègues...

Nous sommes confrontés à des difficultés dans notre enseignement ; il est important que nous puissions prendre le temps d'y réfléchir et de confronter nos idées. Les animateurs de l'I.R.E.M. qui participent à de nombreux groupes au plan académique et national, sont là pour vous y aider.

N'hésitez pas ! Il ne faut pas que ces stages disparaissent. Alors inscrivez vous et incitez chacun de vos collègues à le faire...

Il y a aussi le congrès A.P.M.E.P. qui est une formidable occasion de rencontrer des collègues et de retrouver une dynamique dont nos stages bénéficieront. Ne laissez pas retomber cette dynamique. Au contraire, chacun des stages sera comme un prolongement, une mise en oeuvre de ce congrès.

L'I.R.E.M. se tient bien entendu à votre disposition pour toute précision sur ces stages (téléphone : 49 45 38 77).

Jean SOUVILLE, Directeur de l'I.R.E.M. de Poitiers.

MATHEMATIQUES et MEDIA

Depuis plusieurs années, en ce début d'été, nous saluons, dans les colonnes de ce journal, les compétitions mathématiques qui fleurissent çà et là en France et dans notre Région. Quelle satisfaction pour un prof de Maths de trouver enfin, dans la presse, des articles qui ne dénoncent pas l' "impérialisme" ou la "dictature" des mathématiques. Oh bien sûr, suivant la sensibilité du journaliste, les articles sont réservés, neutres, voire intéressés, mais ne sombrent pas encore dans l'enthousiasme que partagent pourtant les compétiteurs. Jugez-en par ces quelques extraits recueillis dans la presse régionale :

Le titre le plus «enthousiaste» concerne le **Challenge Mathématique**, organisé par l'Inspection Académique de la Vienne pour les classes de CM2 et de Sixième :

«Faire des maths avec plaisir».

La petite restriction en début d'article : *«Sarah et Julien, 12 ans, n'aiment pas les maths. Leur grimace en dit long sur le sujet»* n'est là que pour mieux saluer l'effet curatif de cette compétition. En effet le journaliste poursuit : *«Par contre, le Challenge Mathématique qui a eu lieu hier les ravit car ils travaillent en équipe et les exercices sont proposés sous forme de jeux».*

Inquiétant et admiratif à la fois est le titre concernant la demi-finale régionale du **Championat International des Jeux Mathématiques et Logiques** qui s'est déroulée au collège George-Sand de Chatellerault :

«Dur, dur, d'être un matheux !».

Regrettant presque *«les robinets qui fuient, les lavabos qui goutent, les trains qui se croisent et autres diableries propres à terroriser des générations de littéraires pas vraiment touchés par la grâce des chiffres et des nombres»*, le journaliste ne semble pas davantage conquis par *«les gâteaux à découper en parts inégales, les angles à calculer au plus juste, un automobiliste étourdi et une histoire de fées et de lutins à laquelle, malgré une jolie dose d'humour, on peut préférer «Merlin» ou «Blanche Neige», façon Walt Disney en panavison !»*. Il est vrai que ce n'est pas le même sport ... cérébral ; mais il en faut pour tout les goûts, et l'un n'empêche pas l'autre !

Les candidats au **Kangourou des Mathématiques** sont-ils mis au banc des accusés par le titre :

«Les matheux sur la sellette...» ?

Pas du tout ! L'article au contraire est tout ce qu'il y a de plus neutre. Le journaliste rappelle l'origine de ce concours individuel et les prix alléchants dont il est doté, en particulier des séjours en Guyanne (100 voyages à Kourou).

Il n'a pu être question évidemment du **Rallye Mathématique de Poitou - Charentes** puisque, comme nous l'annoncions dans le dernier Corol'aire, nous n'avons pas pu mener à terme son organisation. Il aura lieu, c'est promis, en 1994. Nous ne doutons pas que les Collèges et les Lycées participeront nombreux à cette fête des Mathématiques et nous espérons que les média seront à nos côtés, et pourquoi pas partie prenante, pour faire partager, avec enthousiasme, le plaisir de faire des Mathématiques. Peut-être pourra-t-on lire le titre suivant :

"Les Mathématiques en fête" !

Jean FROMENTIN

IREM de POITIERS

Vient de paraître :

* Statut et fonctions de la démonstration en mathématiques : quelques repères.
  I «Le retour aux sources» ;
  II «Les fonctions de la démonstration».
* Limites et infini au Lycée.
* Géométrie dans l'espace.
  Activités pour la classe de seconde.

Toujours disponibles :

* Fichier - Méthodes (Collèges)
* Répertoire - Connaissances (Collèges)
* Fichier méthodologique (Seconde, Première)
* Fichier - Mathématique T.C.

Le coin du Prof. Ila Ransor

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier des solutions aux exercices. A vos plumes !

A propos de l'exercice «Diviser un trapèze en deux trapèzes d'aires égales par une parallèle aux bases».

Nous avons reçu des réponses très détaillées de J.Y. Hely (Rennes), de R. Barra (Poitiers), de J. Chaye (Poitiers), de M. Morin (Limoges). Compte-tenu de la place que nous avons dans ce numéro de Corollaire nous repoussons la publication de ces réponses au n° 14 à paraître en septembre. Veuillez nous en excuser.

Des citations :

«Ce n'est que par un préjugé réaliste que nous nous préoccupons d'objets, alors que seul importe, dans la succession de nos affirmations, ce qui régit cette succession, savoir le travail intellectuel effectif».

Jean Cavaillès.

(Postface de gaston Bachelard pour le livre de Grabrielle Ferrières : «Jean Cavaillès, un philosophe dans la guerre» ; Seuil 1982.)

Es ist eigentlich wie ein Wunder, dass der moderne Lehrbetrieb die heilige Neugier des Forschens noch nicht ganz erdrosselt hat ... Es ist ein grosser Irrtum zu glauben dass Freude am Schauen und Suchen durch Zwang und Pflichtgefühl gefördet werden könne.

Autobiographisches. A. Einstein

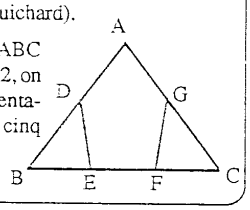
Exercices et problèmes

Exercice proposé par Jean Yves Hely de Rennes :

Partager un triangle en parties équivalentes par des droites perpendiculaires à un côté.

Un problème de 1225 du célèbre FIBONACCI (transmis par Jean-Paul Guichard).

Dans un triangle isocèle ABC où AB = AC = 10 et BC = 12, on demande d'inscrire un pentagone ADEFGA dont les cinq côtés sont égaux.



Exercices simples :

1) Soit deux droites (D) et (D') sécantes en O, un point A de (D), deux points M et N de (D) et deux points M' et N' de (D') tels que (MM') soit parallèle à (NN'). Montrer que la droite (Δ) passant par M et parallèle à (N'A) et la droite (Δ') passant par N et parallèle à (M'A) se coupent en un point de (D).

Exercices du Cours de Mathématiques.

Charles de Comberousse 1923 :

1) Résoudre l'équation $4^x + 5^x = a$, avec a = 2, a = 10, a = 189.

2) Résoudre l'équation $3^x - 54x + 135 = 0$.

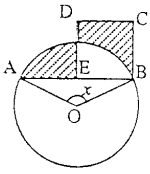
3) Partager un demi-cercle en deux parties équivalentes par une corde menée de l'extrémité du diamètre qui lui sert de base. *Euler*

4) Dans un cercle OA, déterminer l'arc AM de manière que le secteur OAM soit la moité du triangle formé par le rayon OA, la tangente AT et la sécante OMT. *Euler*

A partir de l'énoncé d'un exercice du livre précédemment cité :

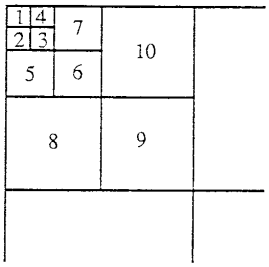
Soit un cercle de centre O, une corde AB de milieu E, le carré BCDE. (voir figure).

Trouver l'angle x pour que les deux domaines achurés aient même aire. *S.P.*



2) Soit une branche (H) d'hyperbole et ses asymptotes (D) et (D').
La tangente en en point A de (H) coupe (D) en M et (D') en M'.
La tangente en un second point B de (H) coupe (D) en N et (D') en N'.
Montrer que les droites (MN') et (NM') sont parallèles ; ceci permet d'avoir facilement une génération tangentielle de (H).

3) Une suite de carrés :
Le carré n°1 a une aire égale à 1. Tous les quadrilatères tracés ou à tracer (en suivant «la logique» du tracé ci-contre) sont des carrés.
Quelle est l'aire des carrés 101, 108, 112 ?
Quelle est la somme des aires des carrés de 1 à n (n entier) ?



4) a et b sont des entiers strictement positifs.
On souhaiterait que la quantité $A = (a/b) + (b/a)$ soit minimum.
Le problème est-il possible ? (Il existe une solution «arithmétique» très simple).

5) Etudier les courbes $\mathcal{C}_n$ d'équation $x^{2n} + y^{2n} = 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, tracées dans un repère orthonormé.

6) Montrer que : $\frac{1}{(n-1)!} = \frac{n-1}{n!} + \frac{n}{(n+1)!} + \frac{n+1}{(n+2)!} + \ldots\ldots + \frac{n+k-1}{(n+k)!} + \ldots$