Le coin du Prof. Ila Ransor.

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier des solutions aux exercices. A vos plumes !

Voici tout d'abord un complément sur les polyèdres réguliers* que notre collègue M.PICHEREAU du lycée Marguerite de Valois d'Angoulême nous a envoyé à la suite de sa propre réponse dans Corol'aire n° 9.

** Montrer que le nombre de rotations admises par un polyèdre régulier est double du nombre des arêtes. Leçons de géométrie élémentaire - J. Hadamard (Corol' aire n° 7 - Décembre 1991).*

Le nombre d'isométries conservant un polyèdre régulier est égal au produit du nombre de faces par le nombre d'arêtes d'une face et par le nombre de sommets d'une arête.
C'est une conséquence du fait que Card($\mathfrak{R}$) = 2A, où $\mathfrak{R}$ est l'ensemble des rotations qui conservent le polyèdre. En effet, si G est le groupe des isométries conservant le polyèdre on sait que G = $G^+ \cup sG^+$ avec $s \in G$, d'où card(G) = 2 card (G+) = 2A × 2.
Mais 2A est égal au produit du nombre de faces par le nombre d'arêtes d'une face (car une arête appartient à deux faces) ce qui prouve le résultat.

Quelques exercices :

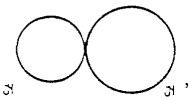
Soit un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 5 cm et CA = 6 cm.
1) Construire à la règle et au compas un triangle A'B'C' de même aire tel que A'B' = 7cm et A'C' = 8 cm.
2) Construire à la règle et au compas un triangle A»B»C» de même aire et semblable à un triangle abc donné.

Trois exercices tirés du traité de géométrie théorique et pratique. Eyserric et Pascal, Delagrave 1874 (Enseignement secondaire spécial et baccalauréat es sciences) ;

Chapitre II : Des figures équivalentes et de la mesure des surfaces planes.
ex 28 Diviser un trapèze en deux parties équivalentes par une sécante.
Chapitre IV : Des polygones semblables.
ex 70 : Diviser un triangle en trois parties équivalentes par des parallèles à la base.
ex 73: Diviser un trapèze en deux parties équivalentes par une parallèle aux bases.
NDLR : Ce dernier exercice est particulièrement intéressant. Bon courage.

Deux problèmes de Mathematics Teachers (Janvier 92)

1) Arrange the following numbers in descending order
cos 1, cos 2, cos 3, cos 4, cos 5.
2) How could $\log_{ab} N$ be written using $\log_a N$ and $\log_b N$.



Soit deux cercles d'aires respectives $\mathcal{A}$ et $\mathcal{A}'$. Construire un cercle d'aire $\sqrt{\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}'}$

Au sujet de l'exercice d'entrainement n° 5 du Rallye POITOU-CHARENTES 92.

Il s'agit de rendre rigide ce réseau de barres de longueur 1 reliées entre elles simplement par leurs sommets, par des barres de longueur $\sqrt{2}$, afin d'arriver à la figure ci-contre. Cette figure est une solution avec 8 barres, et il faut effectivement **au minimum 8 barres.**
(Ce problème est exposé dans Pour la Science n°165 juillet 1991, sous le titre «Les treillis rigides» par A. DEWDNEY).

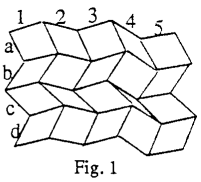


Fig. 1

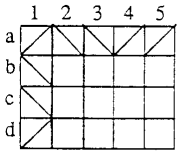
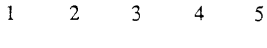


Fig. 2

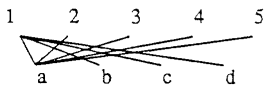
Les collègues m'ayant contacté pour me dire que la réponse donnée «8 barres» n'était pas correcte, et que 7 barres suffisaient, sont invités à lire cet article et à revoir leur schéma avec 7 barres.

Si on adopte une notation type «jeu d'échec» pour caractériser le réseau, on a par exemple les parallélogrammes (a,1), (a,2), ... (a,5).
A noter que le nombre de mailles peut être plus grand, le problème se généralisant facilement.
Le théorème de Henri CRAPO (I.N.R.I.A.) et Ethan BOLKER (Université de Massachusetts) permet de déterminer si le réseau est rigide ou pas :

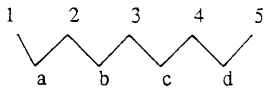
On écrit sur deux lignes les nombres 1, 2, 3, 4, 5, et les lettres a, b, c, d. Si un parallélogramme est rendu rigide par une barre (c'est alors un carré) on relie le chiffre et la lettre correspondante. On aurait pour la figure 2 la représentation ci-contre.



On obtient ainsi un graphe connexe (chaque nombre - ou lettre - peut être relié à un - ou une - autre par une ligne brisée. Par exemple 5 à c par 5 - a - 1 - c)



Le réseau est rigide si et seulement si le graphe est connexe. Un théorème étonnant ! Dans l'exemple donné, il faut donc un nombre minimum de 8 barres (une barre supplémentaire n'apporterait rien de plus). Le graphe connexe le plus immédiat est donné ci-contre.
Vous pouvez, au fur et à mesure, mettre les barres (1,a), (a,2), (2,b), ... (d,5) à partir de la figure 1, et vous verrez bien que le système est «de moins en moins souple».



Remarque :
1) Naturellement le système peut être rigide avec des barres de longueurs autres que V2 (trouver quelles peuvent être les longueurs maximum, minimum !), mais il en faudra au minimum 8 pour assurer la connexité du graphe - le réseau sera alors constitué de parallélogrammes de formes diverses dépendant des longueurs des barres ajoutées.
2) La démonstration du théorème de BOLKER-CRAPO n'est pas donnée dans Pour la Science. Voilà un bon sujet de travail pour les lecteurs fidèles de COROL'AIRE.

Serge PARPAY