FONCTIONS ... 300 ans de définitions (suite et fin)

1821 FOURIER «En général, la fonction f(x) représente une suite de valeurs ou ordonnées dont chacune est arbitraire.»

1821 CAUCHY *«Lorsque des quantités variables sont tellement liées entre elles que, la valeur de l'une d'elles étant donnée, on puisse en conclure les valeurs de toutes les autres, on conçoit d'ordinaire ces diverses quantités exprimées au moyen de l'une d'entre elles, qui prend alors le nom de variable indépendante et les autres quantités exprimées au moyen de la variable indépendante sont ce qu'on appelle des fonctions de cette variable.»*

1834 LOBATCHEVSKY «La conception générale exige qu'une fonction de x soit appelée un nombre qui est donné pour chaque x et qui change graduellement en même temps que x. La valeur de la fonction peut être donnée soit par une expression analytique, soit par une condition qui donne un moyen pour tester tous les nombres et sélectionner l'un d'eux; ou, finalement, la dépendance peut exister mais reste inconnue.»

1851 RIEMANN *«Soit z une quantité variable, qui prend peu à peu, toutes les valeurs réelles possibles, alors on appelle w une fonction de z, si à chacune de ces valeurs correspond une valeur unique de la quantité indéfinie w, et si z parcourt continûment toutes les valeurs qui se trouvent entre deux valeurs constantes, w change aussi continûment, alors on appelle cette fonction continue.»*

1870 HANKEL «On dit que y est fonction de x si à chaque valeur de x d'un certain intervalle correspond une valeur bien définie de y sans que cela exige pour autant que y soit définie sur tout l'intervalle par la même loi en fonction de x, ni même que y soit définie par une expression mathématique explicite de x.»

1902 LEBESGUE *«Bien que, depuis Dirichlet et Riemann, on s'accorde généralement à dire qu'il y a fonction quand il y a correspondance entre un nombre y et des nombres $x_1, x_2, \ldots$, sans se préoccuper du procédé qui sert à établir cette correspondance, beaucoup de mathématiciens semblent ne considérer comme de vraies fonctions que celles qui sont introduites par des correspondances analytiques. On peut penser qu'on introduit peut-être ainsi une restriction assez arbitraire; cependant il est certain que cela ne restreint pas pratiquement le champ des applications, parce que, seules, les fonctions représentables analytiquement sont effectivement employées jusqu'à présent.»*

1939 BOURBAKI «Soient E et F, deux ensembles distincts ou non, une relation entre une variable x de E et une variable y de F est dite relation fonctionnelle en y ou relation fonctionnelle de E vers F, si pour tout x appartenant à E, il existe un seul y appartenant à F, qui soit dans la relation considérée avec x.
On donne le nom de fonction à l'opération qui associe ainsi à tout élément x de E, l'élément y dans F qui se trouve dans la relation donnée avec x; on dit que y est la valeur de la fonction pour l'élément x, et que la fonction est déterminée par la relation fonctionnelle considérée.»

1972 WEYL *«Personne n'a jamais su expliquer ce qu'est une fonction. Mais une fonction f est définie si par un moyen quelconque on peut associer à un nombre a, un nombre b...On dit alors que b est la valeur de la fonction f pour la valeur a de l' argument .»*

- -

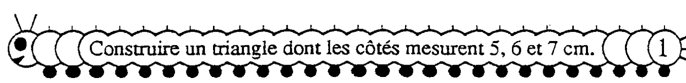
SOURCES et BIBLIOGRAPHIE

1. DAHAN-DALMEDICO, PEIFFER. Une histoire des mathématiques. Seuil 1986 (Points Sciences n°49) . Chap.6.
2. DHOMBRES & alia. Mathématiques au fil des âges. Gauthier-Villars 1987. Chap.4.
3. APMEP . Fragments d'histoire des mathématiques . Brochure n°41 1981
4. BARRA, PENSEC. Sur l'enseignement de l'analyse .N°1 Fonctions. IREM de Poitiers 1976.
5. Groupe d'histoire des mathématiques. «Vous avez dit: Fonction?» .Feuille de vigne N° spécial. IREM de Dijon 1982.

METAMORPHOSE

«**La chenille**» est un exercice standard qui «se traîne» dans les manuels et qui n'est pas encore devenu «papillon». Nous vous proposions, dans les deux derniers COROL'AIRE, de le **métamorphoser** en exercice intéressant et de présenter l'intérêt de cette «**métamorphose**». Ramassez des chenilles, métamorphosez-les, faites vos commentaires. Nous vous publierons et vos élèves en tireront un grand profit.

Dans les COROL'AIRE n°8 et 9, nous vous proposions deux premières métamorphoses de la «chenille» suivante :



En voici une troisième :

3 Métamorphose 3

Les côtés d'un triangle mesurent 5, 6 et 7 cm. Calcule son aire et son périmètre (6° à 3°).

Quel est le «plus» de cette métamorphose ?

1. Le calcul d'aire oblige à la construction de la «chenille».
2. La liberté de construction laisse le libre choix de la hauteur et débouche sur 3 choix différents et donc 3 calculs différents. On peut remarquer que le choix des nombres 5, 6, 7 (variables didactiques) est important car un autre choix comme 3, 5, 7 risque de favoriser le tracé d'une seule hauteur.
3. Permet de réinvestir la construction d'une perpendiculaire de façon précise car on va se servir du dessin pour calculer (6°-5°) ou vérifier (4°-3°).
4. Le calcul de l'aire pose, même en 6°, le problème de la valeur obtenue : exacte ou approchée. D'autant que les 3 calculs différents en 6° vont donner des résultats approchés différents. D'où la sensibilisation à la nécessité d'une preuve pour la formule de l'aire.