

LE MOT DU PRESIDENT

Un expédient de plus !

Je ne manquerai pas à la tradition automnale qui consiste à vous souhaiter une bonne rentrée.

Cependant il en est certains parmi nous pour lesquels ces bons vœux auront un goût amer. En effet, une note de service de juin 92 émanant de la Direction des Lycées et des Collèges stipule que *«les stagiaires issus des concours de recrutement internes et externes (agrégation, C.A.P.E.S., ...) ayant précédemment exercé des fonctions d'enseignants (...) seront affectés à titre provisoire dans un établissement pour y assurer un service à temps complet ...»*

Mais réjouissez-vous ! en fait ces collègues n'assureront que 15 heures de cours, le complément de leur service étant réservé à la formation, et seront épaulés par un conseiller-tuteur.

Cette note de service concerne aussi bien des collègues ayant une solide expérience (P.E.G.C. ayant passé le C.A.P.E.S.) que l'ex-étudiant qui, pour assurer une fin de mois difficile, aura fait un remplacement de 15 jours !

Je ne doute pas que l'I.U.F.M. et la M.A.F.P.E.N. organisent à leur intention une formation de qualité ; mais je doute que les stagiaires aient matériellement les moyens de la suivre, compte tenu du travail que représentent 15 heures de cours et des déplacements occasionnés.

C'est vrai, il y a le feu dans la maison ; la pénurie d'enseignants est telle que la recherche d'expédients est inévitable. Mais on n'éteint pas un tel incendie avec une pipette.

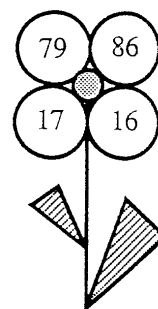
La formation si indispensable a été sacrifiée et les élèves essuieront les plâtres de l'apprentissage sur le tas.

Dominique GAUD

SOMMAIRE

Fonctions : 300 ans de définitions	p. 2
Feuilleton de l'évaluation	p. 3
Journées Nationales de POITIERS	p. 5
Assemblée Générale de la Régionale	p. 5
Le coin du Prof. Ila Ransor	p. 6

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



apmep
Régionale de POITIERS

Septembre 1992 n° 10

COROL'AIRE

IREM, Fac. des Sciences,
40 Av. du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206

DISPENSE DU TIMBRAGE
POITIERS CENTRE DE TRI

Le numéro : 5 F ;
Abonnement 1 an (4 numéros) : 15 F.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur : Dominique GAUD
Rédacteur : Jean FROMENTIN
Imprimerie : IREM, Faculté des Sciences,
40, Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS - CEDEX.
Editeur : APMEP Régionale de POITIERS
Siège social : IREM, Faculté des Sciences,
40, Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS - CEDEX.
C.P.P.A.P. : n° 73 802
Dépôt légal : Septembre 1992.

FONCTIONS ... 300 ans de définitions (suite et fin)

1821 FOURIER «En général, la fonction $f(x)$ représente une suite de valeurs ou ordonnées dont chacune est arbitraire.»

1821 CAUCHY «Lorsque des quantités variables sont tellement liées entre elles que, la valeur de l'une d'elles étant donnée, on puisse en conclure les valeurs de toutes les autres, on conçoit d'ordinaire ces diverses quantités exprimées au moyen de l'une d'entre elles, qui prend alors le nom de variable indépendante et les autres quantités exprimées au moyen de la variable indépendante sont ce qu'on appelle des fonctions de cette variable.»

1834 LOBATCHEVSKY «La conception générale exige qu'une fonction de x soit appelée un nombre qui est donné pour chaque x et qui change graduellement en même temps que x . La valeur de la fonction peut être donnée soit par une expression analytique, soit par une condition qui donne un moyen pour tester tous les nombres et sélectionner l'un d'eux; ou, finalement, la dépendance peut exister mais reste inconnue.»

1851 RIEMANN «Soit z une quantité variable, qui prend peu à peu, toutes les valeurs réelles possibles, alors on appelle w une fonction de z , si à chacune de ces valeurs correspond une valeur unique de la quantité indéfinie w , et si z parcourt continûment toutes les valeurs qui se trouvent entre deux valeurs constantes, w change aussi continûment, alors on appelle cette fonction continue.»

1870 HANKEL «On dit que y est fonction de x si à chaque valeur de x d'un certain intervalle correspond une valeur bien définie de y sans que cela exige pour autant que y soit définie sur tout l'intervalle par la même loi en fonction de x , ni même que y soit définie par une expression mathématique explicite de x .»

1902 LEBESGUE «Bien que, depuis Dirichlet et Riemann, on s'accorde généralement à dire qu'il y a fonction quand il y a correspondance entre un nombre y et des nombres $x_1, x_2, \dots$, sans se préoccuper du procédé qui sert à établir cette correspondance, beaucoup de mathématiciens semblent ne considérer comme de vraies fonctions que celles qui sont introduites par des correspondances analytiques. On peut penser qu'on introduit peut-être ainsi une restriction assez arbitraire; cependant il est certain que cela ne restreint pas pratiquement le champ des applications, parce que, seules, les fonctions représentables analytiquement sont effectivement employées jusqu'à présent.»

1939 BOURBAKI «Soient E et F , deux ensembles distincts ou non, une relation entre une variable x de E et une variable y de F est dite relation fonctionnelle en y ou relation fonctionnelle de E vers F , si pour tout x appartenant à E , il existe un seul y appartenant à F , qui soit dans la relation considérée avec x .

On donne le nom de fonction à l'opération qui associe ainsi à tout élément x de E , l'élément y dans F qui se trouve dans la relation donnée avec x ; on dit que y est la valeur de la fonction pour l'élément x , et que la fonction est déterminée par la relation fonctionnelle considérée.»

1972 WEYL «Personne n'a jamais su expliquer ce qu'est une fonction. Mais une fonction f est définie si par un moyen quelconque on peut associer à un nombre a , un nombre b ... On dit alors que b est la valeur de la fonction f pour la valeur a de l'argument.»

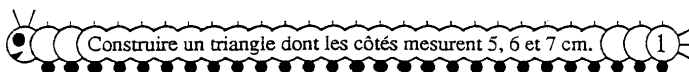
SOURCES et BIBLIOGRAPHIE

1. DAHAN-DALMEDICO, PEIFFER. Une histoire des mathématiques. Seuil 1986 (Points Sciences n°49) . Chap.6.
2. DHOMBRES & alia. Mathématiques au fil des âges. Gauthier-Villars 1987. Chap.4.
3. APMEP . Fragments d'histoire des mathématiques . Brochure n°41 1981
4. BARRA, PENSEC. Sur l'enseignement de l'analyse .N°1 Fonctions. IREM de Poitiers 1976.
5. Groupe d'histoire des mathématiques. «Vous avez dit: Fonction?» .Feuille de vigne N° spécial. IREM de Dijon 1982.

METAMORPHOSE

«La chenille» est un exercice standard qui «se traîne» dans les manuels et qui n'est pas encore devenu «papillon». Nous vous proposons, dans les deux derniers COROL'AIRE, de le métamorphoser en exercice intéressant et de présenter l'intérêt de cette «métamorphose». Ramassez des chenilles, métamorphosez-les, faites vos commentaires. Nous vous publierons et vos élèves en tireront un grand profit.

Dans les COROL'AIRE n°8 et 9, nous vous proposons deux premières métamorphoses de la «chenille» suivante :



3
Métamorphose 3

En voici une troisième :

Les côtés d'un triangle mesurent 5, 6 et 7 cm. Calcule son aire et son périmètre (6° à 3°).

Quel est le «plus» de cette métamorphose ?

1. Le calcul d'aire oblige à la construction de la «chenille».
2. La liberté de construction laisse le libre choix de la hauteur et débouche sur 3 choix différents et donc 3 calculs différents. On peut remarquer que le choix des nombres 5, 6, 7 (variables didactiques) est important car un autre choix comme 3, 5, 7 risque de favoriser le tracé d'une seule hauteur.

3. Permet de réinvestir la construction d'une perpendiculaire de façon précise car on va se servir du dessin pour calculer (6° - 5°) ou vérifier (4° - 3°).

4. Le calcul de l'aire pose, même en 6° , le problème de la valeur obtenue : exacte ou approchée. D'autant que les 3 calculs différents en 6° vont donner des résultats approchés différents. D'où la sensibilisation à la nécessité d'une preuve pour la formule de l'aire.

Episode 8 : DOCIMOLOGIE (1). La note : évaluation objective ?

La docimologie est un terme et une discipline créés par PIERON (1881-1964), psychologue français. Elle s'est définie comme une "*étude systématique des examens*". Pour apprécier le champ d'étude de la docimologie, voici les questions essentielles que s'est posé et se pose la docimologie, et qui sont d'une actualité brûlante :

1. Les notes, classements, scores attribués à une même prestation d'élève :

- par différents correcteurs sont-ils identiques ou non ?
Si non quels sont les écarts observables ?
- par un même correcteur à des moments différents sont-ils identiques ou non ?
Si non quels sont les écarts observables ?
- En cas d'écarts, comment les interpréter ?

2. Les examens :

- sont-ils justes ? (justesse)
- sont-ils réussis par les candidats les plus compétents ?
- sont-ils justes ? (justice)
- N'y a-t-il pas risque d'éliminer du système des ressources humaines ? de les gaspiller ?
- Quelle est la place du hasard dans la distribution des diplômes ?

Un des premiers problèmes auxquels s'est attaqué PIERON a été le problème de la notation et de ses fluctuations. Tout le monde est plus ou moins convaincu que deux correcteurs différents ne mettront pas la même note à une même copie. Mais peut-on quantifier les écarts ? Peut-on mettre en évidence un certain nombre de facteurs et quantifier leur importance ? La première idée est de faire une expérience de multicorrection de copies ; si vous n'avez jamais tenté l'expérience, faites-la dans votre établissement avant de lire la suite : vous serez plus que surpris. Voici les résultats obtenus par PIERON pour des copies de Baccalauréat :

Matières	Ecart moyen	Ecart le plus fréquent	Ecart max.	Moyennes		Dispersion (σ)	
				Générale	Etalement des M. des 5 juges	Générale	Etalement des σ . des 5 juges
Composition franç.	3,29	6 et 7	13	8,64	6,32 - 10,00	3,42	2,91 - 3,85
Verson latine.....	2,97	5	12	7,62	5,15 - 9,37	4,22	3,70 - 4,66
Anglais.....	2,24	4	9	8,57	7,17 - 9,60	3,39	2,86 - 3,92
Mathématiques	2,05	4	9	8,06	7,01 - 9,16	4,24	4,00 - 4,30
Philosophie.....	3,36	5 et 7	12	9,26	7,65 - 11,23	3,04	2,22 - 4,25
Physique.....	1,88	4	8	7,87	7,11 - 9,48	3,45	3,31 - 3,63
Moyenne générale.....	7,98					3,62	

A. BONBOIR. LA DOCIMOLOGIE. 1972, p. 108

Une étude attentive du tableau montre que les mathématiques, contrairement à un préjugé répandu ne se distinguent guère des autres matières, et l'écart maximum de notes sur 20 est de 9 points pour une même copie! L'auriez-vous pensé ? Ces résultats incroyables, en particulier pour les mathématiques, ont été maintes fois renouvelés. Voici les résultats d'une expérience menée par le C.R.D.P. de Lyon auprès de 150 prof. de maths, exerçant dans une 3^{ème}, qui avaient à noter les copies de 3 élèves ayant eu à résoudre le même problème.

Des résultats impressionnants :

	Max. 20	Moyenne	Marge de variation
Elève I		5,70	0,5 - 11,5
Elève II	16		11,5 - 20
Elève III	08		3,5 - 11,5

(G.de LANDSHEERE. EVALUATION CONTINUE ET EXAMENS. PRECIS DE DOCIMOLOGIE. 1974, p 32)

Quelles conséquences pour les examens ? Les désaccords entre correcteurs font entre autres qu'un candidat peut être reçu ou collé suivant par qui il est corrigé. Combien cela peut-il concerner de candidats à votre avis ? 5% ? 10% ? 20% ? Eh bien, hélas, c'est pire que ça! Cela varie de 36% à 81% dans l'enquête précédente de PIERON faite sur le Baccalauréat. Voici le tableau des résultats :

	Refusés par les six correcteurs	Admis par les correcteurs	Admis par les uns et refusés par les autres
Version latine	40%	10%	50%
Composition française	21%	09%	70%
Anglais	37%	16%	47%
Mathématiques	44%	20%	36%
Philosophie	09%	10%	81%
Physique	37%	13%	50%

(G.de LANDSHEERE. EVALUATION CONTINUE ET EXAMENS. PRECIS DE DOCIMOLOGIE. 1974, p 33.)

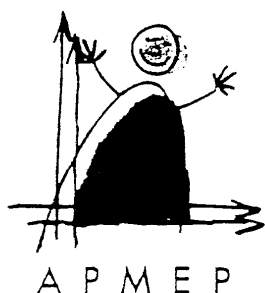
Pour atténuer ces effets désastreux on pourrait, me direz-vous, généraliser la double correction, comme cela se fait pour certains **concours**, le CAPES par exemple. Hélas encore! PIERON a essayé de calculer le nombre de correcteurs qu'il faudrait pour que la moyenne des notes se stabilise. Même si c'est en maths où il en faudrait le moins, il faudrait néanmoins 13 correcteurs environ pour une même copie, et 78 dans une étude de BONNIOL! Evidemment cela n'est envisageable ni au point de vue matériel, ni au point de vue financier, d'autant que cela pourrait aller jusqu'à 762 corrections!

Composition française.....	78
Version latine.....	19
Anglais.....	28
Mathématiques.....	13
Dissertation philosophique.....	127
Physique.....	16
G.de LANDSHEERE. EVALUATION CONTINUE ET EXAMENS. PRECIS DE DOCIMOLOGIE. 1974, p. 34.	

Vraie note = moyenne de :		
114	évaluations en version latine	
468	" en français	
168	" en anglais	
078	" en mathématiques	
762	" en philosophie	
095	" en physique	
J.J. BONNIOL. CONNEXIONS N°19. 1976, p.71		

La vraie note, la note objective n'existe donc pas et ne peut exister. C'est un **mythe**, une notion que J.-J. BONNIOL qualifie de "*fallacieuse sur le plan théorique, abusive sur le plan méthodologique et absurde sur le plan pratique*".

Que faire, me direz-vous ? Nous en reparlerons dans notre prochain épisode, mais avant nous irons encore d'étonnement en étonnement à propos des fluctuations de la note.



Journées Nationales de POITIERS

au FUTUROSCOPE

les 22, 23 et 24 octobre 1993

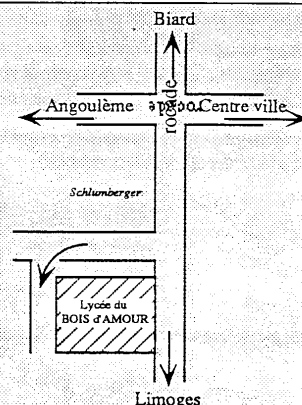
*Mathématiques et Enseignement
Passé ... Futur*

ASSEMBLEE GENERALE de la REGIONALE A.P.M.E.P. de POITIERS.

le mercredi 4 novembre 1992, à 14h30
au lycée du BOIS d'AMOUR
9, rue de la Garenne
86 000 POITIERS.

*Journées Nationales, après STRASBOURG.....
POITIERS.*

Ordre du jour : - renouvellement du Comité,
- le point sur la préparation des Journées de Poitiers.



EXPOSITION ITINERANTE : Le L.E.G.T.A. de VENOURS * aura le plaisir de vous présenter du 1er au 15 décembre 1992 l'exposition «JEUX MATHÉMATIQUES de la F.F.J.M.**
CETTE exposition comprend 12 panneaux et 9 manipulations. Elle s'adresse aux élèves de collèges et de lycées :
- visite gratuite et accompagnée tous les jours ouvrables
- contacts : F. BOURGOIN, J.M. PARNAUDEAU, J. TEXIER
au 49 43 95 33 (lycée de Venours)

* Lycée d'Enseignement Général et Technique Agricole.

** Fédération Française des Jeux Mathématiques.

EVAPM - EVAPM - EVAPM - EVAPM

Avec 3 500 classes inscrites à la nouvelle évaluation des programmes de 3ème en juin dernier, EVAPM3/92 a été un franc succès. La brochure rendant compte des deux dernières évaluations (4/91 et 3/92) est déjà en préparation et devrait paraître début 93. Par ailleurs, l'A.P.M.E.P. prévoit, dans la continuité de son action, une évaluation des programmes des classes de première en juin 93. Ne manquez pas de vous y inscrire le moment venu ; nous vous tiendrons informés de cette nouvelle opération.

Du côté de l'I.R.E.M.

Nouvelles publications :

- L'Infini au carrefour de la Philosophie et des Mathématiques.

et pour nos élèves :

- Fichier méthodologique mathématiques seconde-premières.
- Fichier mathématique T.C.

Des INFORMATIONS des ECHANGES des MATHÉMATIQUES

COROL'AIRE - ABONNEMENT - Année civile 1993

A retourner à :
A.P.M.E.P., Régionale de POITIERS
IREM Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur-Pineau
86 022 POITIERS Cedex

Nom, Prénom : _____

Adresse : _____

Joindre un chèque de 15 F à l'ordre de: Régionale A.P.M.E.P. de Poitiers. CCP BORDEAUX 38 52 59 D

COROL'AIRE est une publication de notre Association. Il est donc envoyé aux adhérents de la Régionale de Poitiers abonnés aux publications de l'A.P.M.E.P. Faites connaître COROL'AIRE à vos collègues et donnez-leur ce bulletin d'abonnement.

Le coin du Prof. Ila Ransor.

Voici tout d'abord un complément sur les polyèdres réguliers* que notre collègue M. PICHEREAU du lycée Marguerite de Valois d'Angoulême nous a envoyé à la suite de sa propre réponse dans Corol'aire n° 9.

Le nombre d'isométries conservant un polyèdre régulier est égal au produit du nombre de faces par le nombre d'arêtes d'une face et par le nombre de sommets d'une arête.

C'est une conséquence du fait que $\text{Card}(\mathfrak{R}) = 2A$, où $\mathfrak{R}$ est l'ensemble des rotations qui conservent le polyèdre. En effet, si G est le groupe des isométries conservant le polyèdre on sait que $G = G^* \cup sG^*$ avec $s \in G$, d'où $\text{card}(G) = 2 \text{card}(G^*) = 2A \times 2$. Mais $2A$ est égal au produit du nombre de faces par le nombre d'arêtes d'une face (car une arête appartient à deux faces) ce qui prouve le résultat.

Quelques exercices :

Soit un triangle ABC tel que $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm et $CA = 6$ cm.

1) Construire à la règle et au compas un triangle $A'B'C'$ de même aire tel que $A'B' = 7$ cm et $A'C' = 8$ cm.

2) Construire à la règle et au compas un triangle $A''B''C''$ de même aire et semblable à un triangle abc donné.

Trois exercices tirés du traité de géométrie théorique et pratique. Eyseric et Pascal, Delagrave 1874 (Enseignement secondaire spécial et baccalauréat es sciences) :

Chapitre II : Des figures équivalentes et de la mesure des surfaces planes.

ex 28 : Diviser un trapèze en deux parties équivalentes par une sécante.

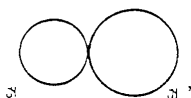
Chapitre IV : Des polygones semblables.

ex 70 : Diviser un triangle en trois parties équivalentes par des parallèles à la base.

ex 73 : Diviser un trapèze en deux parties équivalentes par une parallèle aux bases.

NDLR : Ce dernier exercice est particulièrement intéressant. Bon courage.

Deux problèmes de Mathematics Teachers (Janvier 92)



Soit deux cercles d'aires respectives A et A' . Construire un cercle d'aire $\sqrt{A \cdot A'}$.

1) Arrange the following numbers in descending order $\cos 1, \cos 2, \cos 3, \cos 4, \cos 5$.

2) How could $\log_{ab} N$ be written using $\log_a N$ and $\log_b N$.

Au sujet de l'exercice d'entraînement n° 5 du Rallye POITOU-CHARENTES 92.

Il s'agit de rendre rigide ce réseau de barres de longueur 1 reliées entre elles simplement par leurs sommets, par des barres de longueur $\sqrt{2}$, afin d'arriver à la figure ci-contre. Cette figure est une solution avec 8 barres, et il faut effectivement au minimum 8 barres.

(Ce problème est exposé dans Pour la Science n°165 juillet 1991, sous le titre «Les treillis rigides» par A. DEWDNEY).

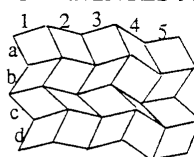


Fig. 1

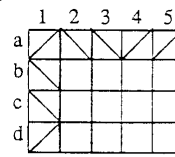


Fig. 2

Les collègues m'ayant contacté pour me dire que la réponse donnée «8 barres» n'était pas correcte, et que 7 barres suffisaient, sont invités à lire cet article et à revoir leur schéma avec 7 barres.

Si on adopte une notation type «jeu d'échec» pour caractériser le réseau, on a par exemple les parallélogrammes (a,1), (a,2), ..., (a,5). A noter que le nombre de mailles peut être plus grand, le problème se généralisant facilement.

Le théorème de Henri CRAPO (I.N.R.I.A.) et Ethan BOLKER (Université de Massachusetts) permet de déterminer si le réseau est rigide ou pas :

On écrit sur deux lignes les nombres 1, 2, 3, 4, 5, et les lettres a, b, c, d. Si un parallélogramme est rendu rigide par une barre (c'est alors un carré) on relie le chiffre et la lettre correspondante. On aurait pour la figure 2 la représentation ci-contre.

On obtient ainsi un graphe connexe (chaque nombre - ou lettre - peut être relié à un - ou une - autre par une ligne brisée. Par exemple 5 à c par 5 - a - 1 - c)

Le réseau est rigide si et seulement si le graphe est connexe. Un théorème étonnant ! Dans l'exemple donné, il faut donc un nombre minimum de 8 barres (une barre supplémentaire n'apporterait rien de plus). Le graphe connexe le plus immédiat est donné ci-contre.

Vous pouvez, au fur et à mesure, mettre les barres (1,a), (a,2), (2,b), ... (d,5) à partir de la figure 1, et vous verrez bien que le système est «de moins en moins souple».

Remarque :

1) Naturellement le système peut être rigide avec des barres de longueurs autres que $\sqrt{2}$ (trouver quelles peuvent être les longueurs maximum, minimum !), mais il en faudra au minimum 8 pour assurer la connexité du graphe - le réseau sera alors constitué de parallélogrammes de formes diverses dépendant des longueurs des barres ajoutées.

2) La démonstration du théorème de BOLKER-CRAPO n'est pas donnée dans Pour la Science. Voilà un bon sujet de travail pour les lecteurs fidèles de COROL'AIRE.

Serge PARPAY