

LE COIN DU PROF ILA RANSOR.

Rubrique alimentée par la correspondance des collègues.
Nous les remercions bien vivement d'y participer.

Quelques citations

(proposées par notre collègue Lea Brouille)

«Pour avoir de l'attrait, un problème mathématique doit être difficile, mais non pas inabordable; il doit être au contraire un véritable fil conducteur à travers les dédales du labyrinthe vers les vérités cachées et nous récompenser de nos efforts par la joie que nous procure la découverte de sa solution».

David Hilbert

«La symétrie est une idée avec laquelle l'homme a essayé, à travers les âges, d'analyser et de créer l'ordre, la beauté et la perfection»

Herman Weyl (cité par Ian Stewart)

«Ceux qui ont une foi excessive dans leurs idées ne sont pas bien armés pour faire des découvertes»

Claude Bernard

«Pour inventer il faut penser à côté»

Paul Sourian

«On peut s'étonner de voir invoquer la sensibilité à propos de démonstrations mathématiques qui, semble-t-il, ne peuvent intéresser que l'intelligence. Ce serait oublier le sens de la beauté mathématique, de l'harmonie des nombres et des formes, de l'éloquence géométrique. C'est un véritable sens esthétique que tous les vrais mathématiciens connaissent. Et c'est bien là de la sensibilité»

R. Poincaré

Quelques problèmes

On a 12 allumettes. (leur longueur sera prise pour unité de longueur). En mettant bout à bout ces 12 allumettes, former un polygone d'aire égale à 3. (Il y a plusieurs solutions à ce problème : nous publierons les plus esthétiques parmi celles que nos lecteurs voudront bien nous envoyer).

D'après Mathematics Teachers

D'après les Olympiades : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$1) \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 3$$

$$2) (\sin x)^7 + (\sin 2x)^7 + (\sin 3x)^7 = 3$$

Soit un rectangle ABCD, I milieu de AD, J milieu de BC. Soit un trapèze isocèle A'B'C'D' dont les côtés obliques passent par I et J (voir figure).

La figure tourne autour de son

axe de symétrie Δ .

Le rectangle engendre un

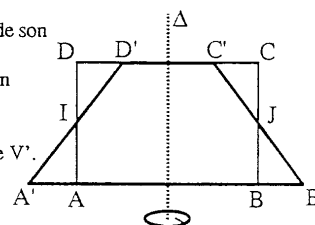
cylindre de volume V.

Le trapèze engendre un

tronc de cône de volume V'.

Comparer V et V'.

D'après Polya.



Le paradoxe de Saint-Petersbourg : (l'idée du problème revient à Nicolas Bernoulli en 1713).

Ce paradoxe est présenté ainsi par Emile Borel dans «Elément de la théorie des ensembles» Albin Michel 1949 :

«Pierre et Paul jouent à pile ou face dans les conditions suivantes :

si Pierre gagne la première partie, Paul lui verse une somme A et le jeu est terminé ;

si Paul gagne la première partie, on continue le jeu aussi longtemps que Paul gagne ; s'il gagne successivement n parties et perd la (n+1)^{ème}, Pierre devra lui verser une somme égale à 2ⁿ. Quelle doit être la valeur de A pour que le jeu soit équitable ?»

E. Borel commente la réponse (A est infini) dans le livre cité ci-dessus.

Des billes qui zigzaguent

On connaît la machine de Galton et son rapport avec le triangle de Pascal, le tirage de pile ou face et la loi binomiale $B(n, 1/2)$.

Voici un problème légèrement différent : Des billes sont lâchées en A dans un réseau de chemins (voir figure ci-contre). Elles vont obligatoirement «vers le bas». Une bille arrivant à une bifurcation lui offrant deux chemins possibles prendra l'un ou l'autre de ces deux chemins avec une probabilité égale à 1/2.

1) Quel est le nombre de trajets possibles par une bille partant de A et arrivant à B ?

2) Quelle est la probabilité de passage d'une bille en chacune des bifurcations des réseaux ?

3) On suppose que le réseau est parfait et que tout se passe suivant la «loi théorique» (Si 2n billes tombent sur une bifurcation offrant deux chemins, n iront par le premier et n iront par le second). On lance 512 billes en A, combien de billes passeront en chacune des bifurcations ? Pourquoi ce choix de 512 ? Quel rapprochement peut-on faire avec la question 2). N'aurait-il pas été préférable de traiter la question 2) après la question 3) ?

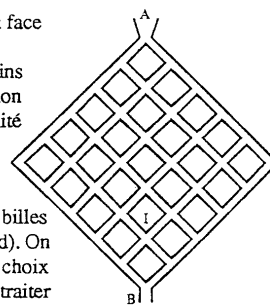
4) Soit x le nombre de trajets trouvés dans la question 1). Calculer, pour chacun des ces trajets la probabilité qu'a la bille de l'emprunter ?

P.S.I - Les âmes romantiques pourront imaginer que Roméo est en A et veut rejoindre, à travers un parc à la française, la belle Juliette qui l'attend en B à son balcon. Roméo joue son chemin à pile ou face. Les âmes plus perfides pourront imaginer la mère de Juliette camouflée en un certain point du réseau pour surprendre Roméo (par exemple en I). On pourra calculer dans ce cas la probabilité qu'a Roméo d'éviter cette (mauvaise) rencontre.

2 - Cet exercice n'a rien de très original, mais j'ai rencontré des collègues qui ne le connaissaient pas. Il a donc, peut être, une petite utilité.

3 - Le réseau ci-dessus comprend $5 \times 5 = 25$ carrés. On peut généraliser le problème pour $n \times n = n^2$ carrés.

S. Parpay



Dir. de la publication : Dominique GAUD
Rédacteur : Jean FROMENTIN
Imprimerie : IREM Faculté des Sciences
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX.

Edité par l'Association des Professeurs
de Mathématiques de l'Enseignement
Public,
Régionale de Poitiers (APMEP-Poitiers)
Siège : IREM Faculté des Sciences
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX.