apmep

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

79 86 17 16

COROL' AIRE n° 8

Mars 1992

ISSN : 1145 - 0266

le numéro : 5 F ; Abonnement un an (4 numéros) : 15 F

Régionale de POITIERS

IREM, Faculté des Sciences, 40 Avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS CEDEX

Le mot du Président : Et l'on repart ... comme en 82 !

C'est maintenant décidé, les Journées Nationales de l' APMEP auront lieu en octobre 1993 sur le site de Futuroscope ; le thème portera à la fois sur le passé et le futur.
L'organisation incombe à notre Régionale. Pourquoi se créer tant de travail et de soucis alors que personne ne nous demandait rien ? A cette question, j'y vois plusieurs réponses :
* Les Journées Nationales sont un moyen efficace pour faire connaître notre Association de nos collègues, donc de dynamiser notre Régionale;
* Par les retombées médiatiques importantes, c'est un moyen de se faire mieux RE-connaître des institutions régionales;
* Par le programme proposé, c'est un lieu irremplaçable de formation et d'information.

Bien que situées en 1993, leur organisation est en route ! et la mobilisation est déjà grande : une trentaine de collègues ont répondu à notre appel et sont à l'ouvrage ...
Ah ! j'oubliais : Pourquoi avoir choisi 93 ? Souvenez-vous : les dernières Journées Nationales organisées à Poitiers eurent lieu en 82 et ce fut un grand succès. Sans être superstitieux (bien sûr) j'ai remarqué que ce succès était certainement dû au nombre 82 : $8 = 2^3$; or 93 est tel que $9 = 3^2$! sans oublier que 93 - 82 = 11 qui est un des nombres chanceux d'Euler *.
Nos journées ne peuvent donc être que réussies.

Dominique GAUD

*Voir *«Les nombres remarquables»* de F. Le Lionnais (Hermann).

EVALUATION EVALUATION EVALUATION EVALUATION EVALUATION

Notre Régionale A.P.M.E.P. a choisi, cette année, l'évaluation comme fil conducteur de ses activités.
Ainsi nous avions invité Antoine BODIN à nous parler des
«Fonctions et démarches d'évaluation» lors de sa conférence du 16 octobre dernier.

Vous avez pu également lire dans les Corol'aires successifs le feuilleton de l'évaluation écrit par Jean-Paul GUICHARD.
(Vous trouverez l'épisode suivant dans le Corol'aire n° 9).

Nous vous invitons à la prochaine et dernière réunion de cette année scolaire
sur le thème de l'évaluation formatrice (et non pas formative)

L' EVALUATION FORMATRICE

Pourquoi une évaluation du 3ème type ?
Que peut-on faire en math ?

A **Niort** , au Lycée Jean Macé (en haut de la place de la Brêche),
à 14h30, **le mercredi 13 mai 1992** .

Jean-Paul GUICHARD animera cette réunion.

**Transmettez cette information autour de vous (affichage en salle des professeurs).*

Sommaire :

ENSEIGNER AUJOURD'HUI

Conférence de Philippe MEIRIEU

Il y a actuellement un écart de plus en plus important entre la demande sociale d'éducation et ce qui se passe au sein du système éducatif. Socialement la demande est d'amener plus d'élèves à un niveau plus élevé. Le système éducatif est encore géré par la règle des «trois tiers» : un tiers de bons élèves, un tiers d'élèves que l'on peut mettre en difficulté et un tiers d'exclus.
On peut citer en exemple ce lycée de l'académie de G......E qui a voulu faire une super première S à partir de huit secondes. Les quatre meilleurs élèves de chaque classe ont été choisis (ils avaient plus de 16 de moyenne). A la fin du premier trimestre de première, comme par enchantement, un tiers des élèves avait plus de 16 et un tiers moins de 8.
De nombreux enseignants pensent, parfois inconsciemment, que si il n'y a pas assez d'échecs, ceux qui réussissent ont peu de mérite. Les parents, l'administration sont d'ailleurs globalement d'accord avec cette analyse. Un enseignant qui «donne» de bonnes notes est à priori suspect. En fait qui dirige l'éducation nationale ? pas le ministre, pas les syndicats, mais GAUSS et sa courbe.

TROIS POINTS ESSENTIELS :

A) FAIRE FACE A DE NOUVEAUX PUBLICS.

1) **Des publics hétérogènes** :
Il y a plusieurs sortes d'hétérogénéités:
- celle liée aux sexes (la réussite des filles, surtout dans les disciplines scientifiques, est moindre que celle des garçons);
- celle sociale et culturelle : il y a des sous-cultures qui se développent ; il y actuellement plus d'écarts entre la culture de quelqu'un de 30 ans et quelqu'un de 15 ans qu'il y a un siècle entre six générations;
- celle due au étrangers ;
- celle due au niveau scolaire.

Les publics étant hétérogènes , il est nécéssaire de diagnostiquer les besoins des élèves (besoin ne signifie pas handicap et même les bons élèves ont des besoins) alors qu'actuellement le système ne se préoccupe que de la hiérarchisation des niveaux. En fait, il n'y a pas actuellement de recettes miracles pour diagnostiquer les besoins : écouter les élèves, discuter avec eux, les regarder travailler peuvent nous fournir des indices.
Prendre en compte les hétérogénéités implique necéssairement de différentier sa pédagogie.

2) **Des publics non préparés** :
Quelles influences l'environnement extra-scolaire de l'élève (famille, activités extra-scolaires...) a-t-il sur la réussite scolaire de l'élève ? Une enquête menée par des chercheurs lyonnais fait ressortir que :

Les enfants qui réussissent ont un environnement qui :	Les enfants qui réussissent moins bien ont un environnement qui :
a) fait reformuler ;	a) donne des réponses;
b) aide à l'exploration d'une action future ;	b) informe sur le programme à exécuter (tu dois faire ...);
c) encourage à anticiper les conséquences d'une action future ;	c) explique directement ce qu'il faut faire;
d) donne avantage au feed-back positif ;	d) donne avantage au feed-back négatif, juge, sanctionne;
e) fait vérifier les résultats plutot que de donner la réponse.	e) évalue lui-même les résultats d'une action (c'est idiot, c'est pas bien...).
Pose des questions	**Donne des réponses**

L'école ne renforce-t'elle pas cette inégalité sociale en privilégiant la colonne de droite ? Dans ce cas l'école ne redouble-t-elle pas les handicaps au lieu de les aplanir ?
Une étude a été faite pour corréler le temps passé par les parents à suivre leurs enfants dans leur travail scolaire, avec la réussite des enfants. La corrélation est **NULLE.** Ce résultat renforce la validité du tableau précédent.
Par contre il y a une corrélation trés importante entre la réussite scolaire et l'engagement extérieur (associations, sports, musique ...). Pourtant, souvent, c'est ce qui est supprimé lorsqu'un élève est en difficulté !
Remarque : corrélation ne signifie pas cause.
En fait le public n'est pas préparé aux aptitudes qui apparaissent dans la colonne de gauche ; ce sont pourtant ces aptitudes qui structurent l'intelligence.
Actuellement l'information donnée aux élèves est beaucoup trop importante par rapport à l'activité de ceux-ci.
Le travail méthodologique est faible : apprend-on aux élèves à réviser, à apprendre un poème, à réviser un contrôle, à «relire» un brouillon..
Certains pensent que le temps manque pour travailler les méthodes. Voici une expérience qui devrait faire réfléchir :
Elle concernait deux classes de niveaux semblables.
La première a suivi un fonctionnement normal ; dans la seconde, les enseignants ont consacré un tiers de leur temps à faire faire à leurs élèves le travail qu'ils auraient donné à la maison (ils ont donc eu un tiers de temps en moins pour faire le programme). La seconde classe a obtenu un bonus de 30% lors de l'évaluation commune faite en fin d'année et concernant l'intégralité du programme.
Moralité : **plus on donne d'informations et moins on en retient.**

3) **Des publics non motivés** :
On ne peut pas faire boire un âne qui n'a pas soif ! Cependant si on le prive de boire, au bout d'un certain temps il aura soif. Peut-on priver l'élève du théorème de Pythagore et attendre que les élèves le réclament ?
La réussite entraîne la motivation qui elle-même entraîne la motivation. Tout est dans l'amour du savoir. Comment transmettre l'amour du savoir ? En donnant du sens à ce que l'on apprend. Une notion fondamentale apparaît ici : **l'objectif-obstacle.** Un objectif est compris s'il est articulé à un obstacle que l'élève découvre lui-même.
Pour l'élève, ce qui est premier, c'est la tâche et non l'objectif, car la tâche est objet de représentations mais pas l'objectif (résoudre un exercice donné où apparaît le théorème de Thalès : l'élève voit ce que cela veut dire, il voit moins bien ce que veut dire savoir utiliser le théorème de Thalès) .
Encore faut-il que l'éleve sache ce qu'est une tâche réussie ? L'enseignons-nous ? La représentation de l'élève est -elle la même que celle du professeur ?
Quand apprend-on ? Quand, en cherchant à faire quelque chose, on rencontre un obstacle. Il y a alors un changement de logique : on passe de la logique de réussir la tâche à celle de comprendre. Mais apprendre c'est coûteux ? Comment s'en tirer sans apprendre ? (Quand notre télé tombe en panne nous jetons-nous sur un traité d'électronique?). Il faut faire en sorte que l'élève ne puisse

s'en tirer sans apprendre. En résumé :
*La pédagogie du projet est une pédagogie qui donne du sens.
*L'élève qui doit résoudre un problème va essayer de ne pas apprendre(par exemple: trouver une aide extérieure). Il essaie d'éviter le problème.
- Il faut donc construire la tâche de telle manière que l'élève ne puisse pas l'éviter.
- La priorité pour l'enseignant n'est pas dans la réalisation de la tâche par l'élève, mais dans l'apprentissage.
*La pédagogie du projet peut donc se résumer par :

TACHE ———— OBSTACLE ———— OBJECTIF

B) REPENSER NOS OBJECTIFS :

1) **en termes de compétences disciplinaires** :
Ils définissent la base du savoir scolaire. Ceux-ci ne sont-ils pas seulement des savoirs scolaires qui ne servent qu'à la réussite scolaire ? Sont-ils utiles ailleurs qu'à l'école ?
Voici une expérience menée avec 800 élèves :
On ne conserve que ceux qui savent «écrire le théorème de Pythagore». Ils sont 500.
Parmi ces derniers on observe trois catégories :

a) La première possède une sur-spécification du champ de problèmes par rapport au programme de traitement (55%)
Ces élèves arrivent à appliquer le théorème de Pythagore, si le problème précise que le triangle est rectangle, donne les côtés de l'angle droit et demande l'hypothénuse.

b) La seconde possède une sous-spécification (37%)
Ces derniers appliquent le théorème de Pythagore dans tous les exercices de géométrie, même s'il n'y a pas d'angle droit.

c) La troisième possède une spécification (8%)
Ces élèves savent reconnaître si le théorème de Pythagore peut être appliqué dans le problème, même si le triangle rectangle n'est pas apparent. Ils connaissent l'outil et la famille de problèmes qui peuvent être résolus. Ils reconnaissent des indicateurs de structure, pas seulement des indicateurs de surface.
L'efficacité c'est être capable de trouver le bon outil pour résoudre le problème.
Cette compétence doit être travaillée, elle dépasse le cadre scolaire.

2) **en termes de capacités méthodologiques** :
Il y a en ce moment un débat au sujet des capacités transversales non liées au contenu.
P. Meirieu pense que les capacités sont liées au contenu. Ainsi mémoriser un texte de mathématiques et mémoriser un texte d'anglais sont à priori deux capacités différentes ; le transfert de l'une sur l'autre ne semble pas évident. Il en est de même de la capacité à s'auto-évaluer en maths et en français. Ces capacités doivent donc être travaillées au sein de la discipline, elles donnent une cohérence à celle-ci.
Ceci ne veut pas dire qu'il n'y ait pas intérêt à formuler des capacités communes et transversales aux contenus.
Ainsi le schéma que retient Meirieu est le **second.**
L'ensemble des disciplines doivent travailler sur les mêmes finalités avec leurs propres logiques.

3) **en termes d'attitudes transversales:**
Par exemple la probité intellectuelle, ou encore la probité à surseoir à ses impulsions.

C) RETROUVER NOTRE PLACE DANS LE CHAMP SOCIAL :

1) **Résister à la pression sociale** :
Nous devons résister à la pression de l'audiovisuel, à l'immédiateté du résultat, à la rentabilité à court terme, à l'idéologie du gagneur.
Nous devons réhabiliter le long terme par rapport à l'immédiateté.
Nous devons réhabiliter la solidarité .

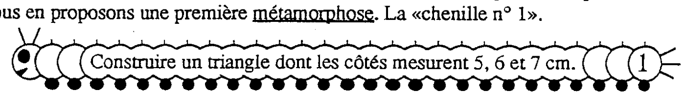
2) **Collaborer avec des partenaires extérieurs.**
Quand on est faible, on a peur de l'autre et on refuse le dialogue. Si nous savons ce que nous voulons, la discussion, l'échange avec des partenaires extérieurs ne peuvent être que bénéfiques.

3) **Penser la question de l'évaluation des établissements.**
C'est un enjeu essentiel. Il faut nous investir dans la recherche d'indicateurs d'évaluation avant qu'ils nous soient imposés (voir à ce sujet les résultats du bac publiés dans certains journaux).

«Pour que les gens méritent notre confiance, il faut d'abord la leur donner.» Marcel Pagnol

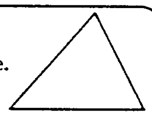
Une nouvelle rubrique : Métamorphose

«La chenille» : il s'agit d'un exercice standard qui «se traîne» dans les manuels et qui n'est pas encore devenu «papillon». Ce que nous vous proposons c'est de le transformer en exercice intéressant : c'est la **«métamorphose»**. Enfin nous vous proposons de faire vos commentaires (didactiques, esthétiques...) sur l'intérêt de la métamorphose. Alors allez-y : ramassez des chenilles, métamorphosez-les, faites vos commentaires. Nous vous publierons et vos élèves en tireront un grand profit.
Comme «chenille n° 1» nous vous proposons un exercice qu'on trouve dans les manuels de 6ème (bien qu'il corresponde à des compétences exigibles de 5ème !...) et nous vous en proposons une première métamorphose. La «chenille n° 1».



1 Métamorphose 1

Reproduis le triangle dessiné ci-contre.



Quel est le "plus" de cette métamorphose ?

1. Ainsi formulé l'exercice répond à un des objectifs fondamentaux du programme de 6ème - 5ème (reproduire) et à une finalité pratique (dessin d'art, dessin technique).
2. Il répond aussi à un autre objectif : mesurer ; mais avec ici une finalité : mesurer pour construire. D'où recherche des mesures pertinentes, intégration des paramètres définissant un triangle. On peut remarquer qu'il y a 2 méthodes possibles (3 instruments possibles) : des reports au compas ou des mesures à la règle graduée et/ou au rapporteur.
3. Permet une diversification des méthodes : 3 côtés, 2 côtés et 1 angle, 1 côté et 2 angles (au lieu d'une seule méthode avec l'énoncé classique) ; on a en fait les 3 cas d'égalité en acte. Diversité des méthodes cela veut dire diversité des entrées pour les élèves (la vraie différenciation peut-être), comparaison des méthodes, travail sur les méthodes.
4. Oblige l'élève à réfléchir : analyser, anticiper, faire des choix au lieu de reproduire une technique vue en cours. L'élève au lieu d'être simple éxécutant, devient acteur et actif : l'intérêt peut alors naître. L'activité déployée peut est formatrice car elle participe à la construction par l'élève d'une BOR (voir feuilleton de l'évaluation, épisode 6 ?).

LE COIN DU PROF ILA RANSOR.

Rubrique alimentée par la correspondance des collègues. Nous les remercions bien vivement d'y participer.

Quelques citations

(proposées par notre collègue Lea Broutille)

«Pour avoir de l'attrait, un problème mathématique doit être difficile, mais non pas inabordable; il doit être au contraire un véritable fil conducteur à travers les dédales du labyrinthe vers les vérités cachées et nous récompenser de nos efforts par la joie que nous procure la découverte de sa solution».

David Hilbert

«La symétrie est une idée avec laquelle l'homme a essayé, à travers les âges, d'analyser et de créer l'ordre, la beauté et la perfection» Herman Weyl (cité par Iam Stewart)

«Ceux qui ont une foi excessive dans leurs idées ne sont pas bien armés pour faire des découvertes» Claude Bernard

«Pour inventer il faut penser à côté» Paul Sourian

«On peut s'étonner de voir invoquer la sensibilité à propos de démonstrations mathématiques qui, semble-t-il, ne peuvent intéresser que l'intelligence. Ce serait oublier le sens de la beauté mathématique, de l'harmonie des nombres et des formes, de l'éloquence géométrique. C'est un véritable sens esthétique que tous les vrais mathématiciens connaissent. Et c'est bien là de la sensibilité» R. Poincarré

Quelques problèmes

On a 12 allumettes. (leur longueur sera prise pour unité de longueur). En mettant bout à bout ces 12 allumettes, former un polygone d'aire égale à 3. (Il y a plusieurs solutions à ce problème : nous publierons les plus esthétiques parmi celles que nos lecteurs voudront bien nous envoyer).

D'après Mathématics Teachers

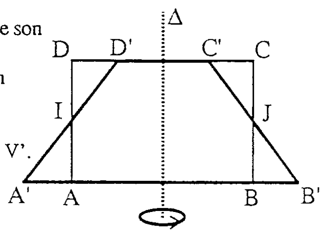
D'après les Olympiades : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

1) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 3$

2) $(\sin x)^7 + (\sin 2x)^7 + (\sin 3x)^7 = 3$

Soit un rectangle ABCD, I milieu de AD, J milieu de BC. Soit un trapèze isocèle A'B'C'D' dont les côtés obliques passent par I et J (voir figure).
La figure tourne autour de son axe de symétrie Δ.
Le rectangle engendre un cylindre de volume V.
Le trapèze engendre un tronc de cône de volume V'.
Comparer V et V'.

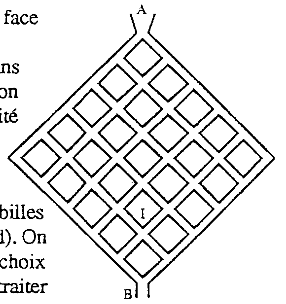
D'après Polya.



Le paradoxe de Saint-Pétersbourg : (l'idée du problème revient à Nicolas Bernoulli en 1713).
Ce paradoxe est présenté ainsi par Emile Borel dans «Elément de la théorie des ensembles» Albin Michel 1949 :
«Pierre et Paul jouent à pile ou face dans les conditions suivantes :
si Pierre gagne la première partie, Paul lui verse une somme A et le jeu est terminé ;
si Paul gagne la première partie, on continu le jeu aussi longtemps que Paul gagne ; s'il gagne successivement n parties et perd la (n+1)ième, Pierre devra lui verser une somme égale à 2^n. Quelle doit être la valeur de A pour que le jeu soit équitable ?»
E. Borel commente la réponse (A est infini) dans le livre cité ci-dessus.

Des billes qui zigzaguent

On connait la machine de Galton et son rapport avec le triangle de Pascal, le tirage de pile ou face et la loi binomiale B(n,1/2).
Voici un problème légèrement différent : Des billes sont lâchées en A dans un réseau de chemins (voir figure ci-contre). Elles vont obligatoirement «vers le bas». Une bille arrivant à une bifurcation lui offrant deux chemins possibles prendra l'un ou l'autre de ces deux chemins avec une probabilité égale à 1/2.



1) Quel est le nombre de trajets possibles par une bille partant de A et arrivant à B ?
2) Quelle est la probabilité de passage d'une bille en chacune des bifurcations des réseaux ?
3) On suppose que le réseau est parfait et que tout se passe suivant la «loi théorique» (Si 2n billes tombent sur une bifurcation offrant deux chemins, n iront par le premier et n iront par le second). On lance 512 billes en A, combien de billes passeront en chacune des bifurcations ? Pourquoi ce choix de 512 ? Quel rapprochement peut-on faire avec la question 2). N'aurait-il pas été préférable de traiter la question 2) après la question 3) ?
4) Soit x le nombre de trajets trouvé dans la question 1). Calculer, pour chacun des ces trajets la probabilité qu'a la bille de l'emprunter ?

P.S.*1* - Les âmes romantiques pourront imaginer que Roméo est en A et veut rejoindre, à travers un parc à la française, la belle Juliette qui l'attend en B à son balcon. Roméo joue son chemin à pile ou face. Les âmes plus perfides pourront imaginer la mère de Juliette camouflée en un certain point du réseau pour surprendre Roméo (par exemple en I). On pourra calculer dans ce cas la probabilité qu'a Roméo d'éviter cette (mauvaise) rencontre.
2 - Cet exercice n'a rien de très original, mais j'ai rencontré des collègues qui ne le connaissaient pas. Il a donc, peut être, une petite utilité.
3 - Le réseau ci-dessus comprend $5 \times 5 = 25$ carrés. On peut généraliser le problème pour $n \times n = n^2$ carrés.

S. Parpay

Dir. de la publication : Dominique GAUD
Rédacteur : Jean FROMENTIN
Imprimerie : IREM Faculté des Sciences
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX.
Edité par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public,
Régionale de Poitiers (APMEP-Poitiers)
Siège : IREM Faculté des Sciences
40 Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS CEDEX.