Régionale APMEP de Poitou - Charentes
APMEP

Corol'aire

Juin 2021 n°125

Rapport Longuet : un peu court !

Frédéric de Ligt

M. Gérard Longuet a remis un rapport d'information au Sénat sur l'attractivité du métier d'enseignant de mathématiques ce 16 juin 2020. Le constat dressé dans ce rapport ne surprendra pas nos adhérents. S'appuyant sur les différentes enquêtes nationales et internationales, il fait apparaître que les élèves français ont perdu au cours des trente dernières années l'équivalent d'une année scolaire en mathématiques et que près de la moitié des élèves sont considérés comme faibles dans cette discipline selon l'OCDE. Il enchaîne aussitôt sur la désaffection des étudiants aux concours de recrutement des enseignants de mathématiques, ceci entraînant mécaniquement une baisse du niveau de recrutement, une pénurie de personnel et le recours à des contractuels en général mal formés. Par ailleurs et pour finir de brosser ce sombre tableau, le cursus non scientifique de la plupart des professeurs des écoles peut constituer un handicap pour enseigner les mathématiques dans le premier degré.

Suivent bien sûr les recommandations portant sur les augmentations de salaires en début de carrière et l'accroissement en volume et en qualité de la formation.

Voilà, résumé à grands traits, le contenu de ce rapport. Même sans être exprimée, la logique de la présentation induit une causalité. C'est visiblement la faute des enseignants si les élèves français sont moins performants. C'est qu'ils ne sont pas au niveau. Le faible montant des salaires n'a pas permis le recrutement des meilleurs ; ils ne sont pas assez formés, aussi bien en formation initiale qu'en formation continue.

Et s'il n'y avait qu'un lien de corrélation assez faible entre ces deux faits ? La baisse du niveau général des élèves en mathématiques, qui n'est aujourd'hui plus contestable (je me souviens d'un temps où une telle affirmation m'aurait valu d'être taxé de grincheux) pourrait avoir quantité d'autres explications, sans doute plus sociologiques. Peut-être eut-il fallu prendre le temps d'auditionner quelques sociologues pour en démêler l'écheveau ?

Augmenter les salaires et intensifier la formation, qui ne le souhaite ? Mais sont-ce vraiment les seuls leviers à actionner pour remonter le niveau mathématique des élèves ?

Sommaire

Comité de la Régionale p.2
Rallye........................... p.3
Stéréotypes de genre : un cas d'école........... p.4
Petite enquête sur les polyèdres................... p.6
Maths et élections .. p.10
Rubricollage............. p.11
Quelque part sur la toile p.15
Jeux Ecollège 4 .... p.16
Croquons les maths ! p.17
Journées Nationales de Bourges..................... p.18

Comité de la Régionale du 2 juin 2021

Votes pour le cadrage des indemnités de frais de déplacement et la mise à jour des statuts

Remboursement de frais aux bénévoles de l'association

Le bénévolat se caractérise par la participation à l'animation et au fonctionnement d'un organisme sans but lucratif, sans contrepartie ni aucune rémunération.

L'association Régionale APMEP Poitou Charentes est reconnue d'intérêt général.

S'agissant de la prise en compte de leurs frais, les bénévoles ont le choix entre deux possibilités :

- *Soit le remboursement « à l'euro, l'euro », dans ce cas l'association rembourse les frais engagés par le bénévole, sur présentation et remise des justificatifs.*
- *Soit « l'abandon à l'association », dans ce cas, le bénévole abandonne sa créance sur l'association. Cet abandon s'assimile à un don. Le bénévole peut alors bénéficier de la réduction d'impôts en faveur des dons (art 200 du CGI).*

Dispositions pratiques :

Pour le remboursement « à l'euro, l'euro », le bénévole remplit la feuille de frais, indique le motif du déplacement, son trajet et le nombre de kilomètres. Actuellement la régionale rembourse les frais kilométriques sur la base de 0,25 euro du kilomètre.

Dans le cas de l'abandon à l'association, le bénévole complète la feuille « Déclaration de frais engagés dans le cadre d'une activité bénévole », sur cette feuille peuvent figurer plusieurs déplacements. L'association remet un cerfa au bénévole, celui-ci portera le montant de son don sur sa déclaration de revenus. L'association gardera les justificatifs, la feuille « Déclaration de frais engagés dans le cadre d'une activité bénévole » ainsi qu'un double du cerfa.

Le barème kilométrique, indépendant du type de véhicule, est fixé actuellement (2020) à 0,31 euro. La réduction d'impôt est égale à 66 % du montant du don. Le montant cumulé des dons d'un bénévole (toutes associations confondues) ne peut excéder 20 % de son revenu imposable.

Motion adoptée à l'unanimité par les membres présents du comité.

Frédéric de Ligt a envoyé à tous les membres du comité, en amont de la réunion, un document mettant à jour nos statuts. Après acceptation des propositions de modification de Jean Fromentin, les textes sont adoptés à l'unanimité. Les statuts seront ensuite déposés dans les archives du National.

Journée de la Régionale

Elle aura lieu le mercredi 17 novembre 2021 à Poitiers dans les locaux de l'Université sur le site du Futuroscope. Ce lieu permettra d'exposer les panneaux de l'expo itinérante « Maths et Mesure ».

Le contenu sera celui de la Journée de la Régionale 2020 qui a été reportée.

Journées Nationales à Jonzac

Les dates des vacances sont encore officieuses mais nous tablons sur les 22 – 23 – 24 et 25 octobre 2022.

Quelques membres du comité seront présents à Bourges en octobre prochain pour présenter les Journées Nationales à Jonzac. Un apéritif le lundi midi 25 octobre sera offert par la Régionale aux congressistes comme le veut la tradition. Frédéric de Ligt propose de s'adresser au lycée professionnel agricole de Jonzac spécialisé dans le domaine viticole.

Le clip vidéo n'a pu être finalisé par les étudiants l'an passé et Philippe Rogeon craint de ne plus pouvoir les contacter. Il manque essentiellement quelques incrustations sur les lieux traversés. Philippe Rogeon espère trouver des collègues en mesure de finaliser le projet afin de pouvoir le présenter à Bourges. À moins qu'une âme charitable ne se propose !

Affiche. Elle est prête et sera dévoilée à l'occasion du congrès de Bourges.

Préparation de la journée du vendredi 21 octobre 2022.

Propositions d'animations en ville : Rallye et/ou géocatching à destination de la population dans les rues de Jonzac ; stands sous le marché couvert ; animations de Dominique Souder.

En direction des scolaires, il avait été évoqué lors d'un précédent comité l'idée d'un spectacle assuré par Manu Houdart si son One Man Show « very maths trip » était retenu pour le spectacle du samedi soir. Il serait peut-être envisageable de le présenter dans le théâtre de Jonzac.

Date du prochain comité.

Afin de ne pas prendre de retard pour finaliser la préparation de la Journée de la Régionale, la réunion est fixée le mercredi 8 septembre 2021 à 15 h.

Rallye

Groupe Rallye

Rallye 2022 : un nouvel élan !

Après une édition 2021 bouleversée, l'équipe du rallye a repris sa tâche. La partie problèmes reprendra sa forme habituelle : une série de problèmes répartis suivant les différents niveaux de classes, du CM à la seconde. Un nouveau thème a également été choisi, il s'agira de découvrir des liens entre « **Maths et nature** ». Gageons qu'avec ce sujet, le millésime 2022 retrouvera un nouvel essor !

Stéréotypes de genre : un cas d'école

Corinne Parcelier

Lorsqu'on enseigne à l'école, on est censé apprendre à nos élèves à vérifier leurs sources, en particulier lors de tout travail de recherche documentaire. Les ressources d'Internet sont particulièrement sujettes à caution et il faut souvent en croiser plusieurs pour être sûr de ce que l'on affirme. Par exemple, les documentalistes avec lesquelles j'ai eu la chance de travailler m'ont toujours encouragée à éviter Wikipédia.

Les mathématiques, quant à elles, forment une science qu'on qualifie « d'exacte ». Tout résultat doit y être démontré, un raisonnement n'y est validé que s'il est rigoureux, toute proposition est vraie ou fausse,…

Le CAPES de mathématiques 2021 a eu lieu les 30 et 31 mars derniers.

Lors de la deuxième épreuve, on pouvait lire en introduction du problème n° 2 :

> *La radioactivité, terme inventé vers 1898 par Pierre Curie, est un phénomène physique au cours duquel des noyaux atomiques instables se désintègrent spontanément avec dégagement d'énergie sous forme de divers rayonnements. Un noyau instable est dit radioactif.*

À première vue, ce texte est inoffensif, il ne servira pas à résoudre le problème, il tente d'apporter un éclairage historique à la notion qui va être développée dans le reste du sujet…

OUI MAIS

Quand on me parle de radioactivité, je pense immédiatement à **Marie Sklodowska-Curie**.

Je doute, je me dis que si c'est dans le sujet d'un concours de recrutement d'enseignantes et d'enseignants en mathématiques, cela a dû être vérifié.

Mais fidèle à ma formation, j'étudie la proposition : « *Le terme radioactivité a été inventé vers 1898 par Pierre Curie* »

D'après l'Encyclopediae Universalis, « *Marie Curie a donné le nom de radioactivité à la propriété que possèdent certains éléments de se transformer spontanément en émettant de l'énergie* »

On peut également lire sur le site du musée Curie :

> *Pierre et Marie Curie travaillent dès lors de concert. Ils découvrent en juillet et décembre 1898 non pas un, mais deux éléments nouveaux, le polonium et le radium. Le rayonnement spontané de ces éléments, leur radioactivité selon le terme introduit par Marie Curie, est de la même nature que celui de l'uranium, mais beaucoup plus intense. Les Curie partagent le prix Nobel de physique de 1903 avec Henri Becquerel.*

Je trouve ensuite les références historiques suivantes :

> « *Nous dirons que l'uranium, le thorium et leurs composés émettent des*

rayons de Becquerel. J'ai appelé radioactives les substances qui donnent lieu à une émission de ce genre. »

“ *Recherches sur les substances radioactives* ”, thèse de Marie Sklodowska-Curie, 1903 https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8626316v/f19.item.zoom

« *Tous les corps émettant un tel rayonnement ont été nommés par moi radioactifs, et la nouvelle propriété de la matière se manifestant dans cette émission, a reçu ainsi le nom de radioactivité.* »

Conférence lors de la réception du Prix Nobel, Marie Sklodowska-Curie, 1911, https://musee.curie.fr/.uploads/2018-01/conference-nobel-1911_0-1a547a4a.pdf

L'article de Wikipédia *Physique de la radioactivité* attribuait le terme à Pierre Curie. Il a été modifié le 22 avril 2021.

On retrouve cependant cette proposition sur des sites comme : Techno-Science.net ou Les petits citoyens

Elle est en revanche attribuée à Marie Curie sur les sites non moins sérieux :

geopolis.fr, Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs : ANDRA, FUTURA SCIENCES, 1jour1actu.

En conclusion, la proposition « *Le terme radioactivité a été inventé vers 1898 par Pierre Curie* » est fausse.

En effet, nous avons la preuve que c'est Marie Sklodowska-Curie qui a inventé ce terme.

Pourquoi est-ce si grave ?

D'une part parce que les concepteurs (et conceptrices ?) du sujet n'ont pas tiqué lorsqu'ils ou elles ont ajouté cette donnée historique à l'énoncé : Marie Sklodowska-Curie a quand même reçu deux prix Nobel au cours de sa carrière ! J'ose espérer que chacun-e sait qu'elle a travaillé sur la radioactivité (en général, quand on ne connaît qu'une seule femme scientifique, c'est elle !)

Ils et elles n'ont donc pas assuré l'une des missions exigées des futur-e-s lauréat-e-s.

D'autre part parce que donner une référence masculine dans un sujet de concours n'est pas sans conséquence. Elle réactive notamment les stéréotypes de sexe dans une discipline qui est encore loin d'assurer l'égalité entre les filles et les garçons.

Pour en savoir plus, je vous conseille l'article de l'association Femmes et Mathématiques : https://femmes-et-maths.fr/2021/04/21/capes-de-maths-2021-menace-du-stereotype/

Petite enquête sur les polyèdres

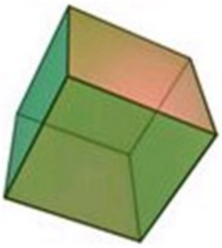
Dominique Gaud, avec l'aide précieuse de Jean-Paul Guichard

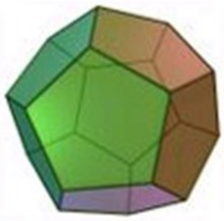
Épisode 3 : Suis-je un polyèdre ou bien un monstre ?

Il est bien connu et admis qu'il n'existe que 9 polyèdres réguliers ainsi que nous l'avons dit dans le premier épisode. Ceci est cependant paradoxal car sait-on vraiment ce qu'est un polyèdre, une face, une arête et un sommet ? Les questionnements de la stella octangula de l'épisode 2 jettent des doutes.

Les solides suivants sont-ils tous des polyèdres ? Sauriez-vous dénombrer les nombres de faces, d'arêtes et de sommets des polyèdres suivants.

1. Petite révision sur les 5 solides de Platon :




2. Les 4 solides de Kepler-Poinsot :


Petit dodécaèdre étoilé

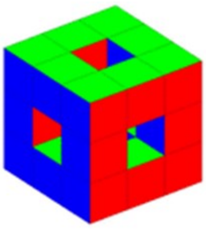
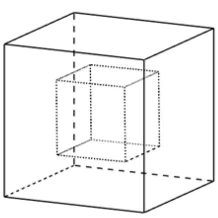
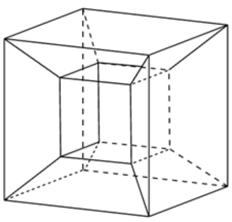

Grand dodécaèdre étoilé

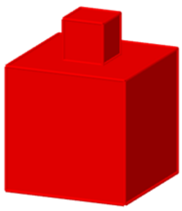

Grand icosaèdre


Grand dodécaèdre.

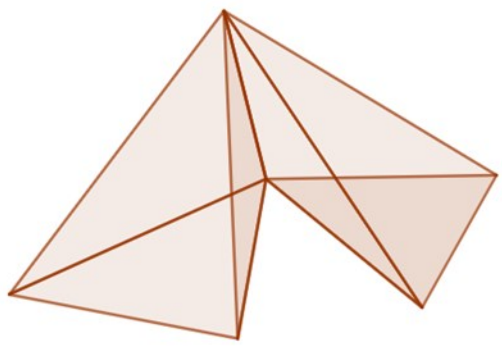
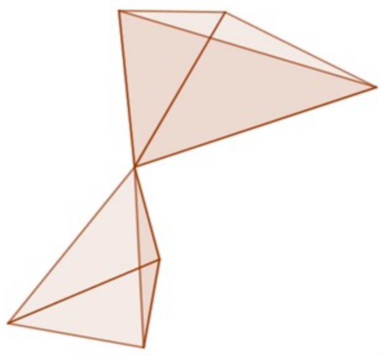
3. Des polyèdres parmi d'autres :

- L'éponge de Menger niveau 1
- Un cube creux , le creux étant un cube.
- « l'arche de la défense » constituée de deux cubes emboités de même centre et dont les faces sont parallèles (hypercube).
- Deux cubes empilés et collés .



4. Deux tétraèdres dont les bases sont dans un même plan et reliés par une arête commune, puis deux tétraèdres ayant un sommet commun :

Mais qu'est-ce qu'un polyèdre ? Si on s'en réfère à Legendre, ces solides sont tous des polyèdres.

Legendre[1] : *on appelle polyèdre tout solide terminé par des plans ou des faces planes* (1801).

Cette définition semble apparaître pour la première fois au XVIIIe siècle[2]. C'est ainsi qu'Euler les définit, tout comme D'Alembert qui dans sa grande encyclopédie donne comme définition : *un corps compris sous plusieurs faces ou plans rectilignes*. C'est souvent la définition usuelle que l'on donne des polyèdres.

Selon la définition usuelle, il est facile avec un peu de méthode de compter faces, arêtes et sommets à partir des petits polygones qui constituent les solides ci-dessus.

Polyèdre	Sommet	Faces	Arêtes	Commentaire
Tétraèdre régulier	4	4	6	
Cube	8	6	12	
Octaèdre	6	8	12	
Dodécaèdre	20	12	30	
Icosaèdre	12	20	30	
Petit dodécaèdre étoilé	32	60	90	
Grand dodécaèdre étoilé				Laissé au lecteur
Grand icosaèdre				Laissé au lecteur
Grand dodécaèdre				Laissé au lecteur
Éponge de Menger	32	10	40	À vérifier
Cube creux	16	12	16	
Arche	16	18	28	
Cubes empilés	16	11	24	
Tétraèdre siamois arête	8	8	11	
Tétraèdre siamois sommet	7	8	12	

[1] Adrien-Marie Legendre (1752-1833) mathématicien français

[2] Lakatos, *Preuves et réfutations*, page 19

Comme nous l'avons dit dans l'épisode 2, Poinsot pour les polyèdres réguliers étoilés est obligé de préciser ce qu'il entend par face :

> *comme un même polyèdre peut paraître construit sous tels ou tels polygones, je prendrai pour les faces, les plans qui, en plus petit nombre, achèvent complètement ce même polyèdre.*

C'est ainsi que le petit dodécaèdre étoilé possède 12 faces qui sont des étoiles à 5 branches.

Mais de même que, pour un polygone, Poinsot précise que deux sommets doivent toujours être reliés par une suite d'arêtes, dans un polyèdre, deux arêtes doivent être reliées par une suite de faces (argument de connexité). Ainsi la stella octangula est exclue des polyèdres comme n'étant pas un polyèdre mais comme composé de deux polyèdres.

Le cube creux (comme les cubes empilés) n'est donc pas un polyèdre au sens de la définition de Poinsot car ne répond pas à l'argument de connexité.

De même les tétraèdres siamois par le sommet ne constituent pas un polyèdre au sens de Poinsot.

Polyèdre	Sommet	Faces	Arêtes	Commentaire
Tétraèdre régulier	4	4	6	
Cube	8	6	12	
Octaèdre	6	8	12	
Dodécaèdre	20	12	30	
Icosaèdre	12	20	30	
Petit dodécaèdre étoilé	12	12	30	
Grand dodécaèdre étoilé	20	12	30	
Grand icosaèdre	12	20	30	
Grand dodécaèdre	12	12	30	
Éponge de Menger	32	10	40	À vérifier
Cube creux				Pas un polyèdre
Arche	16	12	28	Des faces sont coplanaires
Cubes empilés				Pas un polyèdre
Tétraèdre siamois arête	8	7	11	Des bases sont coplanaires
Tétraèdre siamois sommet				Pas un polyèdre

Ces exemples ne sont pas choisis au hasard, ils résultent de controverses à propos de la démonstration de la fameuse formule d'Euler-Descartes ($s + f = a + 2$). Ni Legendre, ni Poinsot n'ont imaginé de tels « monstres » tels que les exemples cités en 3 et 4.

La formule sera l'objet du dernier épisode.

Alors faut-il préciser encore ce qu'est un polyèdre ou bien se restreindre aux polyèdres « fréquentables » qui, pour certains mathématiciens du XIX^{e} siècle, seraient ceux qui sont eulériens c'est-à-dire vérifiant la formule d'Euler ?

C’est ce que tentent plusieurs mathématiciens dont De Jonquières[3] qui parle de polyèdres ordinaires ou simples.

Reprenant un article de Lhuilier[4], il exclut des « monstres » c’est-à-dire :

- Les polyèdres qui renferme une cavité intérieure comme le cube creux, car il y a deux polyèdres distincts à savoir deux cubes.
- Les polyèdres annulaires c’est-à-dire ceux qui ont une surface unique mais qui sont traversés par un tunnel comme l’arche de la défense.
- Les polyèdres *qui résultent de l’union de deux autres polyèdres, par deux faces inégales, dont la plus petite se trouve entièrement comprise dans la plus grande…*

Derrière, il y a une représentation mentale des polyèdres simples :

> *Un polyèdre quelconque étant donné, on peut arriver à le détruire complètement par l’ablation de tétraèdres détachés un à un et successivement de l’extérieur du solide.*

Il ajoute :

Cette démonstration est facile, et je ne m’y attarde pas.

Chacun sait, que ce genre de remarque où l’appel à la conviction intime prend le pas sur la démarche logique rend toujours un peu suspecte la démarche de l’auteur.

D’autres, comme Möbius[5], essaient de redéfinir un polyèdre :

Un système de polygones tel que :

- Deux polygones et deux seulement sont adjacents à chaque arête,
- Il est possible d’aller de l’intérieur d’un polygone à l’intérieur de n’importe quel autre par un chemin qui ne coupe jamais une arête en un sommet[6].

Le lecteur intéressé pourra vérifier si les polyèdres ci-dessus sont acceptés par Möbius.

Une définition[7] de H. S. M. Coxeter[8] : Un polyèdre est un ensemble fini de polygones tels que tout côté de chacun d'eux appartienne exactement à un autre, avec la restriction qu'aucun sous-ensemble n'ait la même propriété. Les faces ne sont pas restreintes à être convexes, et peuvent entourer leurs centres plus d'une fois… ; de même en un sommet les faces peuvent entourer le sommet plus d'une fois.

Rien n’est simple : pour certains mathématiciens il faut oublier les monstres (cf. De Jonqières) et se contenter des polyèdres « ordinaires ». L’ennui c’est que chacun a ses

[3] Ernest de Jonquières (1820-1901) mathématicien français

[4] Simon Antoine Lhuillier (150-1840) mathématicien suisse

[5] August Ferdinand Möbius (1790-1868) mathématicien allemand

[6] Cité par Lakatos

[7] Citée par http://maths.ac-noumea.nc/polyhedr/start.htm

[8] Harold Scott MacDonald Coxeter (1907-2003) mathématicien anglais

monstres et ce ne sont pas les mêmes : selon Hessel[9] , il faut garder ceux qui vérifient la formule d'Euler mais alors sont exclus les polyèdres de Kepler Poinsot si on les admet réguliers ou bien se contenter de polyèdres fréquentables (sans que l'on sache précisément ce que veut dire fréquentable) mais qui suffit dans notre enseignement.

Bien sûr nous pouvons faire le parallèle avec la phase d'Hermite[10] à Stieljes[11] à propos de la découverte de fonctions continues dérivables en aucun point : *je me détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions qui n'ont pas de dérivées*. Et pourtant cette plaie allait conduire aux fractales et à la théorie du chaos.

Il en est de même de la définition des polyèdres et de la recherche des polyèdres « eulériens » qui contribueront à l'avancée de la topologie algébrique.

Faut-il reléguer les monstres ?

À suivre.

Sitographie

http://sites.mathdoc.fr/cgi-bin/rbsm?cc=K__14_b%2A

Coxeter

http://maths.ac-noumea.nc/polyhedr/start.htm

Cauchy

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k90193x/f15.image

Formule d'Euler Jonquières

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k30663/f121.image.n6

https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k30663/f184.image.n5

Lebesgue

http://www.numdam.org/article/BSMF_1924__52__315_1.pdf

---

[9] Johann Friedrich Christian Hessel (1796-1872) minéralogiste allemand

[10] Charles Hermite (1822-1901) mathématicien français

[11] Thomas Joannes Stieljes (1856-1894) mathématicien néerlandais

Maths et élections

Frédéric de Ligt

Relevé sur Internet : la Poste et la société privée Adrexo se sont réparties la distribution du courrier électoral lors du premier tour des élections régionales et départementales. À cette occasion, elles ont été toutes deux fautives puisque chacune n'a pas distribué 9 % des tracts qu'elles devaient déposer dans les boîtes. C'est donc au total 18 % des tracts qui n'ont pas été remis !

Ru – Bri – COL$\llcorner$AGE

Frédéric de Ligt

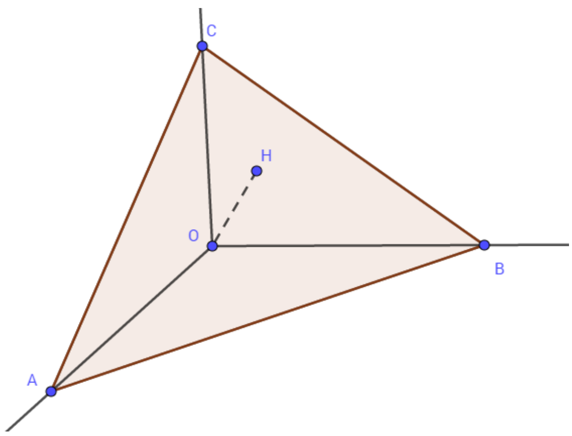
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur … Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

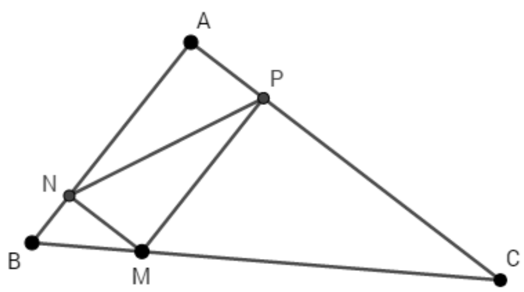
125-1 *proposé par Jacques Chayé (Poitiers)* :

Par rapport à un repère orthonormé d'origine O, on considère les trois points :
A(a ; 0 ; 0), B(0 ; b ; 0) et C(0 ; 0 ; c).
Le plan (ABC) est perpendiculaire en H à la sphère de centre O et de rayon 1. Comment s'expriment l'aire S du triangle ABC et les coordonnées u, v et w de H, en fonction de a, b et c ?



125-2 *proposé par Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :

Soit un triangle ABC et M un point du côté [BC]. N et P sont les points des côtés [AB] et [AC] respectivement tels que MNAP soit un parallélogramme. Déterminer M afin que la longueur NP soit minimale.



125-3 *proposé par Louis Rivoallan (Rochefort)* :

Résoudre dans **R** l'équation : $x^{x^{x^{\cdots}}}=2$.

(Le sens de cette écriture est à prendre de la façon suivante : $x^{x^x}=x^{(x^x)}$ et l'exponentiation est répétée indéfiniment).

125-4 *proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Amusette, gentille amusette

Placer tous les chiffres de 0 à 9, chacun pris une seule fois, de façon à rendre juste l'addition ci-dessous :

				*
+			*	*
+		*	*	*
+	*	*	*	*
	9	9	9	9

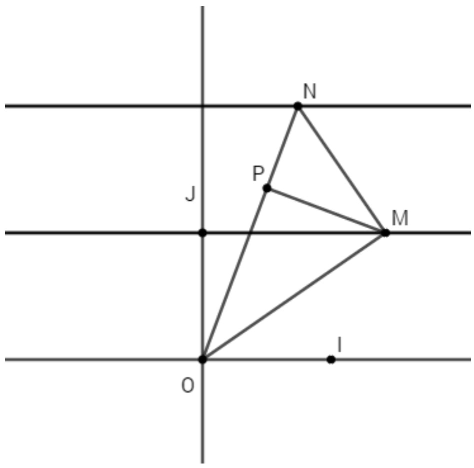
Des solutions

119-2 *Proposé par Jacques Chayé :*

Strophoïde droite

Soient D_1 la droite d'équation $y = 1$ et D_2 la droite d'équation $y = 2$ par rapport à un repère orthonormé (O, I, J). M est un point variable de D_1 et N un point variable de D_2. P est le pied de la hauteur issue de M dans le triangle OMN.
$(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MO})$ est l'angle droit direct.

Quel est l'ensemble décrit par P quand M décrit D_1 ?



Solution de l'auteur

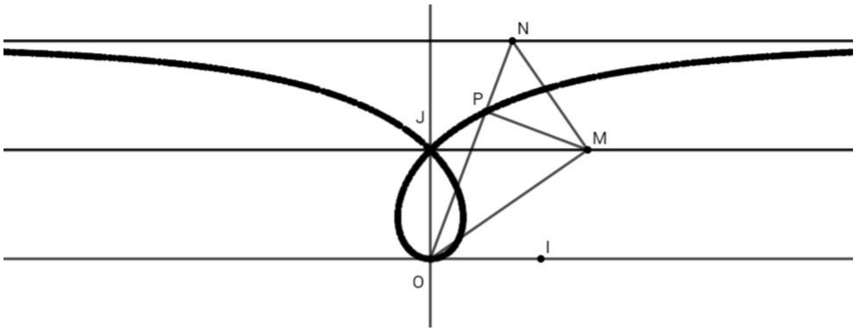
Soit Q le point d'intersection des droites (OI) et (MN). Le triangle OQN est isocèle car (OM) est hauteur et médiane ; elle est donc aussi bissectrice. Soit u l'abscisse de M, le coefficient directeur de (OM) est 1/u, celui de (ON) est alors : $\tan\left(2arctan\frac{1}{u}\right)=\frac{2\tan(\arctan\frac{1}{u})}{1-tan^2(arctan\frac{1}{u})}=\frac{\frac{2}{u}}{1-\frac{1}{u^2}}=\frac{2u}{u^2-1}$.

(ON) admet donc l'équation : $y=\frac{2u}{u^2-1}x$.

(MP) a pour coefficient directeur $\frac{1-u^2}{2u}$ et pour équation $y-1=\frac{1-u^2}{2u}(x-u)$.

L'abscisse x de P vérifie donc $\frac{2u}{u^2-1}x=1+\frac{1-u^2}{2u}(x-u)$ c'est-à-dire $x\left(\frac{2u}{u^2-1}-\frac{1-u^2}{2u}\right)=\frac{1+u^2}{2}$ ou encore $x=\frac{u^3-u}{u^2+1}$. L'ordonnée de P vérifie alors $y=\frac{2u^2}{u^2+1}$.

En résumé, le lieu de P admet la représentation paramétrique : $x = \frac{u^3-u}{u^2+1}$ et $y = \frac{2u^2}{u^2+1}$.



Autres présentations

I) Soient R et S les projetés orthogonaux de M respectivement sur l'axe des abscisses et sur D_2. On a MS = MR = MP. Le cercle de centre M et de rayon 1 passe par R, S et P et la droite (ON) est tangente à ce cercle en P. D'où une autre manière de décrire la courbe obtenue plus haut.

C'est le lieu des points de contact d'un cercle variable centré sur D_1 et de rayon 1 avec la tangente issue de O et distincte de l'axe des abscisses.

II) On a $\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{MS}$ donc (JS)//(OM) et alors (JS) est perpendiculaire à (MN). Mais comme (PS) est perpendiculaire à (MN) (axe de symétrie dans le quadrilatère MPNS), on en déduit que les points J, P et S sont alignés et que (JP) // (OM).
Or $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OP}) = 2(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ donc $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OP}) = 2(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{JP})$, d'où la conclusion :

P est le point d'intersection de deux demi-droites pivotant, l'une autour de O, l'autre autour de J, la première tournant deux fois plus vite que la deuxième.

122-1 *Proposé par Chika Ofili (Nigéria) :*

392 est divisible par 7 car 39 + 2 × 5 = 49 et 49 est divisible par 7.
1673 est divisible par 7 car 167 + 3 × 5 = 182 est divisible par 7 en effet 18 + 2 × 5 = 28 est divisible par 7.
Pourriez-vous justifier ce critère de divisibilité par 7 ?

Solution de Hugues Biratelle
Soient n un entier naturel et u le chiffre des unités de n. On considère l'entier $m = (n - u)/10 + 5u$. Alors n est divisible par 7 si et seulement si m est divisible par 7.
Démonstration
Puisque $m = (n - u)/10 + 5u$, on a $n = 10(m - 5u) + u = 10m - 49u$ puis $n + 49u = 10m$. Les propositions suivantes sont équivalentes :
n est divisible par 7 ;
$n \equiv 0$ [7] ;
$n + 49u \equiv 49u$ [7] ;
$n + 49u \equiv 0$ [7] ;
$10m \equiv 0$ [7] ;
$m \equiv 0$ [7] d'après le théorème de Gauss car 7 est premier avec 10 ; m est divisible par 7.

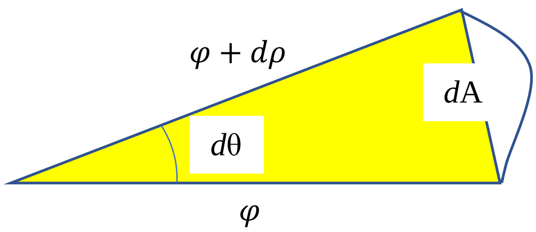
123-4 *proposé par Frédéric de Ligt* :

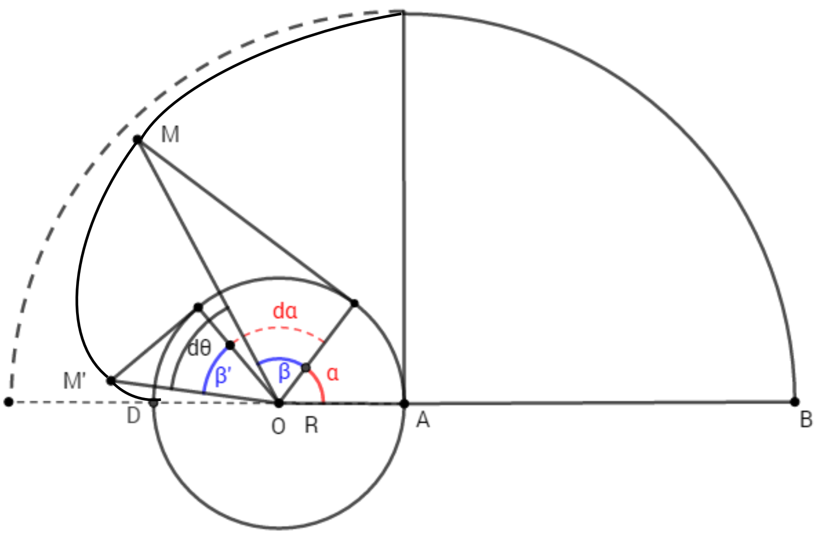
Une chèvre est attachée à un piquet planté le long du mur d'une bergerie dont la base est circulaire. Elle peut brouter autant d'herbe autour de la bergerie que sa longe le lui permet. Si le rayon de la bergerie est de R mètres et la longueur de sa longe de πR mètres, quelle est alors la superficie de terrain que cette brave chèvre peut brouter ?

Solution de l'auteur

Rappel : L'aire *d*A balayée par un segment de longueur variable passant de la longueur φ à la longueur $\varphi + d\varphi$ en ayant tourné autour d'un point fixe d'un angle de mesure $d\theta$ radian vaut approximativement l'aire du triangle de côtés φ et $\varphi + d\varphi$ et d'angle au sommet $d\theta$:

$$dA \approx \frac{1}{2}\,\varphi(\varphi + d\varphi)\sin(d\theta) \approx \frac{1}{2}\,\varphi^2 d\theta.$$





AB = πR et $\beta' = \beta + d\beta$.

Avec les notations proposées on a dans notre situation :

$$d\theta \;=\; (\beta + d\beta + d\alpha + \alpha) - (\beta + \alpha) = \beta + d\beta - \beta + d\alpha = d\beta + d\alpha.$$

Dans le triangle rectangle d'hypoténuse OM' : $\tan(\beta + d\beta) = \frac{R(\pi - \alpha - d\alpha)}{R} = \pi - \alpha - d\alpha.$

Dans le triangle rectangle d'hypoténuse OM : $\tan(\beta) = \frac{R(\pi-\alpha)}{R} = \pi - \alpha$.

$$\tan(\beta + d\beta) - \tan(\beta) = -d\alpha \ ; \ \frac{\tan(\beta+d\beta)-\tan(\beta)}{d\beta} \approx 1 + tan^2(\beta) \ ;$$

$$d\beta \approx \frac{\tan(\beta+d\beta)-\tan(\beta)}{1+tan^2(\beta)} \approx \frac{-d\alpha}{1+(\pi-\alpha)^2} \ ; \ d\theta = d\beta + d\alpha \approx d\alpha(1 - \frac{1}{1+(\pi-\alpha)^2}) \ ;$$

$$dA \approx \frac{1}{2}OM^2 d\theta \approx \frac{1}{2}(R^2 + R^2(\pi-\alpha)^2)\left(1 - \frac{1}{1+(\pi-\alpha)^2}\right)d\alpha = \frac{1}{2}R^2(\pi-\alpha)^2 d\alpha.$$

D'où finalement :

$$A = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} R^2(\pi-\alpha)^2 d\alpha = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} R^2\alpha'^2 d\alpha' = \frac{R^2}{6}\pi^3 \text{ en posant } \alpha' = \pi - \alpha.$$

L'aire finale vaut l'aire du demi-disque de rayon πR plus l'aire balayée par le segment [OM], soit 2A, plus l'aire du triangle isocèle de sommet principal O, de base $2\pi R$ et de hauteur R (aire non balayée par [OM]) moins l'aire du disque de rayon R (la bergerie).

$$\text{Aire finale } = \frac{1}{2}\pi(\pi R)^2 + 2A + \frac{R2\pi R}{2} - \pi R^2 = \frac{R^2\pi^3}{3} + \frac{R^2\pi^3}{2} = \frac{5}{6}R^2\pi^3$$

L'aire cherchée correspond donc aux cinq sixièmes de l'aire du disque de rayon πR (longueur de la longe).

Quelque part sur la toile

Le site pythontutor.com permet d'exécuter un script python en ligne soit directement (mais il y a plein d'autres outils plus simples pour cela), soit pas à pas en visualisant à chaque ligne la variable modifiée, la condition testée...

Sur https://jeux2maths.fr vous trouverez près d'une trentaine de jeux de maths (bien sûr) destinés aux élèves du cycle 3 jusqu'au lycée. Tous les thèmes sont abordés, de la numération (FracMily) aux opérations sur les limites (Limitix) en passant par la géométrie euclidienne (Kelpolygoness) ou vectorielle (vectominos). Les fonctions (Trifonc) et la démonstration (Démotron) ne sont pas oubliées. Les jeux sont expliqués clairement en ligne, avec des fiches à imprimer pour la classe. On dirait un cousin des brochures Jeux de l'APMEP.

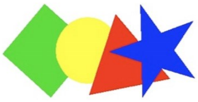
Le travail à distance a obligé à découvrir de nouvelles pistes pour aborder certaines notions. Je connaissais la légende de Sissa et de l'échiquier pour aborder les suites géométriques. La version chantée, à découvrir ici https://youtu.be/7v4jHU8D0iA, est aussi très intéressante. Et belle !

JEUX-Écollège 4, la dernière brochure JEUX de l'APMEP

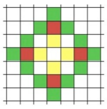
La sortie de la Brochure JEUX-Écollège 4 de l'APMEP devait coïncider avec les Journées Nationales à Bourges et nous vous l'aurions présentée et proposée lors de notre Journée de la Régionale. Les événements sanitaires en ont décidé autrement !

Cette brochure qui fait suite à JEUX-École 3 (nombres et calculs) propose essentiellement des activités d'apprentissages ludiques sur l'algorithmique et le raisonnement. Son titre, un peu particulier, signale qu'elle s'adresse aux cycles 2, 3 et 4, les fiches d'activités d'un même jeu étant de niveaux progressifs.

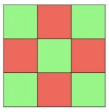
Elle comprend les huit jeux suivants.



Trois sans quatre : quatre forme de quatre couleurs. Sur un carte proposant trois formes de trois couleurs différentes, il s'agit de trouver la forme manquante dans la couleur manquante. Cette activité est accessible dès le début du cycle 2.



Frises évolutives : du coloriage de générations en générations en respectant des règles précises et variées de naissance. Du Pixel Art !



Rouge et vert et Mosacolla : le premier jeu qui fait penser au Démineur (deux couleurs) s'est étendu à des grilles de quatre couleurs pour un travail collaboratif. Encore du Pixel Art.

T'robot, c'est trop beau ! Un robot se déplace sur une grille et doit rejoindre une cible suivant des règles précises : appliquer et réaliser un programme de déplacements.

NEOX : quatre opérateurs, *Non, Et, Ou, Xor* ! Des circuits avec des entrées et des sorties en rouge et vert. Trouver la couleur d'une sortie, les couleurs des entrées ou un opérateur conciliant entrées et sorties.

Game of trains : Déplacer des wagons portant des nombres et des signes opératoires à l'aide de quatre opérateurs et trouver le résultat d'un calcul une fois les déplacements effectués, ou définir un programme pour mettre, par exemple, les nombres des wagons dans l'ordre croissant. *Inspiré d'un jeu du commerce.*

Panic lab : Huit amibes de deux formes, de deux couleurs et de deux motifs passent dans des salles de transformations : changement de couleurs, de formes ou de motifs. Quel résultat des transformations successives ? Quelles transformations leur faire subir pour passer d'une amibe à une autre ? *Inspiré d'un jeu du commerce.*

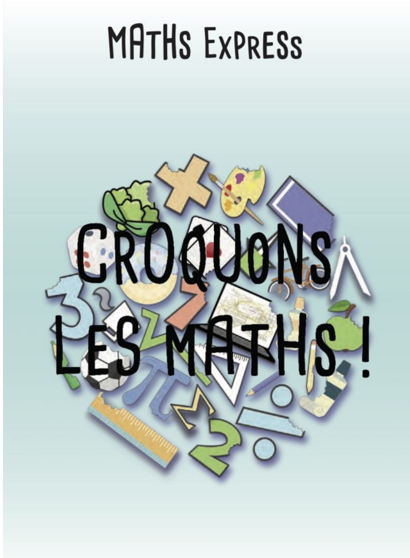
Vous pouvez prendre connaissance du diaporama de présentation de cette brochure sur le stand de l'APMEP lors du Salon des Maths : https://salon-math.fr/2021/05/06/apmep/

Des activités riches et variées d'un style vraiment nouveau dans nos brochures JEUX.

Ce sera aussi le cas de la future brochures **JEUX-Écollège 5** sur la géométrie qui sortira à l'occasion de nos Journées Nationales à… **Jonzac** !

Croquons les maths !

Jean Fromentin



C'était le thème du **Salon de la Culture et des Jeux Mathématiques** qui s'est tenu « démat(h)érialisé » du 27 au 30 mai dernier avec un parrain exceptionnel, **Roger Penrose**, connu plus particulièrement pour ses pavages et qui a reçu en 2020 le prix Nobel de physique.

Les exposants

Quarante-deux exposants, dont l'APMEP, étaient présents et proposaient des ateliers et conférences. Bien sûr, nous n'y avons plus accès, mais chaque exposant proposait des ressources très intéressantes qui sont toujours présentes. Vous pouvez y accéder avec le lien suivant : https://salon-math.fr/listes-des-exposants/.

Le stand de l'APMEP

Dirigez-vous plus particulièrement sur le stand de l'APMEP !

Vous serez invités à relever la mission C009 – nom de code Germaine, un escape game réalisé par Céline Fauvinet, membre du groupe JEUX national de l'APMEP et nouvellement en poste dans notre Régionale. Une version papier de cet escape game et une aide pour la version en ligne sont disponibles.

Vous aurez aussi un lien vers le diaporama de présentation de la dernière brochure JEUX-Écollège 4 qui a fait l'objet de l'atelier de Françoise Bertrand, responsable du Groupe JEUX, et un autre lien vers les nouveaux dossiers JEUX de l'APMEP extraits des brochures JEUX et dont certains sont gratuits.

La brochure Maths Express

Enfin, depuis l'existence du Salon en 2000, une brochure est éditée sur le thème de l'année, Croquons les maths. Trois grandes parties avec des articles d'auteurs bien connus de la communauté mathématique :

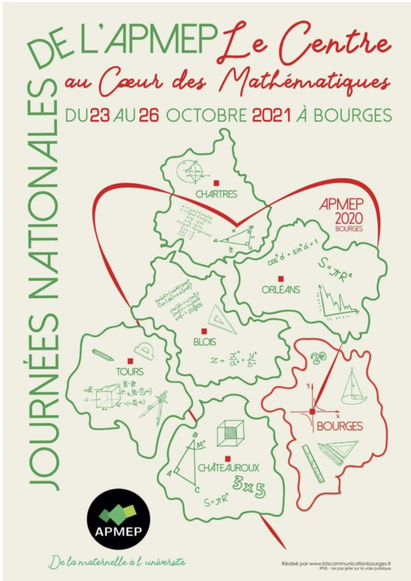
I – Les liens universels entre les arts et les mathématiques

II – Les mathématiques entrent en jeu

III – Les mathématiques au cœur de la société

Vous pouvez vous la procurer avec le lien suivant https://salon-math.fr/ qui vous amène sur la page d'accueil du Salon et, un peu plus bas, le libellé surligné en vert : « Vous pouvez retrouver la brochure Croquons les Maths du salon en cliquant ICI ! ».

Journées Nationales de Bourges



Lorsque vous lirez cet article, vous aurez certainement reçu le BGV de présentation de ces Journées. Elles se seront fait désirer !

La Régionale Orléans-Tours, organisatrice de ces Journées, a eu à cœur de maintenir le cap malgré les vicissitudes rencontrées avec la pandémie et les derniers changements de dates liés au nouveau calendrier des vacances ; les réservations des lieux s'en trouvaient impactées. « À cœur vaillant, rien d'impossible ! » se plaît à dire l'équipe organisatrice à la Une du BGV.

Ces Journées ne nous laissent pas indifférents puisque notre Régionale y présentera celles de Jonzac en 2022 et invitera les congressistes à venir découvrir où se cachent les mathématiques.

Aussi, n'hésitez pas à vous rendre à Bourges, lieu proche de notre Région. Ces Journées de l'APMEP sont, chaque année, une occasion de se ressourcer, de partager des moments forts alliant mathématiques, enseignement et convivialité. Comme vous avez pu vous en rendre compte avec le BGV, le programme est alléchant et les conférences se déclinent au féminin.

Inscriptions à partir du 23 août sur le site : https://jnbourges.apmep.fr/

Avant même d'y avoir participés, nous pouvons remercier la Régionale d'Orléans-Tours de nous accueillir... **au cœur des mathématiques**.

Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,
11 Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61125
86073 Poitiers Cedex 9

Site : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél. apmep.poitiers@free.fr
Tél. 06 67 94 93 36

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication F. de Ligt
Comité de rédaction F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne, J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon.
Imprimerie IREM de Poitiers. Adresse ci-dessus.
Éditeur APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Siège Social Voir adresse ci-dessus
Dépôt légal Juin 2021