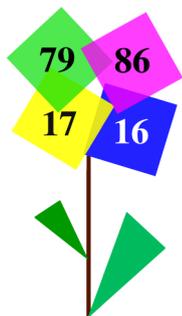




Association  
des Professeurs  
de Mathématiques  
de l'Enseignement  
Public



Régionale de  
Poitou-Charentes

# Corollaire

Juin 2019

n°117

## Et les maths pour tous ?

Frédéric de Ligt

Actualité oblige, je tournerai mon édito exclusivement en direction du lycée. L'attaque contre notre discipline y est sévère. Avec la nouvelle organisation en spécialités à partir de la première, les mathématiques, ou plutôt l'enseignement des mathématiques puisqu'il faut être précis sur les mots employés, est sorti du tronc commun (comment peut-on qualifier d'enseignement mathématique ce qui figure dans le programme d'« enseignement scientifique et mathématique » ?). Les premières statistiques du ministère commencent à tomber, 70 % des élèves suivront un cours de mathématiques en classe de première générale contre 85 % actuellement. Et ce n'est que le début de la décroissance. Après que la première vague se sera frottée à un programme encore plus exigeant que celui qui était dispensé en première S, il n'est pas sûr que la cohorte suivante, renseignements pris, fassent le même choix. Et enfin combien abandonneront en terminale ?

Un chiffre circule sous le manteau qui table à terme sur un effectif de 30 % d'élèves de première suivant un enseignement de mathématiques. Pour ma part, j'ai du mal à croire à une telle chute mais il n'empêche qu'il y a là une volonté de diminuer la diffusion des mathématiques au lycée général.

Une conséquence peu ou pas évoquée de cette nouvelle architecture est le fait que les professeurs de mathématiques ne pourront pratiquement plus être professeurs principaux de première ou de terminale dans la voie générale. De façon plus globale, ce sont les matières du tronc commun, bien pauvres en sciences, qui fourniront le vivier des nouveaux « conseillers d'orientation ». Le déséquilibre est plus qu'inquiétant.

Notre importance est renforcée dans la filière STMG, puisque nous restons dans le tronc commun et gagnons une heure en terminale. Le hic dans l'histoire c'est que dès la rentrée prochaine les effectifs de première STMG vont fondre, car de nombreux élèves qui se seraient naturellement tournés vers cette filière, ont préféré opter pour la voie générale en choisissant au mieux leurs spécialités.

Dans le rapport Villani-Torossian, il était question de mathématiques pour tous. Le compte n'y est pas, l'enseignement scientifique et mathématique, avec sa place particulière réservée aux mathématiques (la bonne dernière)

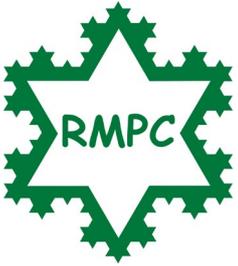
### Sommaire

Rallye.....	p.2
Compte rendu du comité.....	p.4
Les gammes musicales .....	p.5
Maths & Puzzles : retour d'expérience .....	p.8
Journée de la Régionale .....	p.9
Rubricollage.....	p.12
L'IREM devient l'IREM&S .....	p.17

*Suite de l'édito page 18*

# Rallye Mathématique de Poitou-Charentes

Groupe Rallye



L'édition 2019 de notre Rallye s'est terminée en beauté le 6 juin dernier avec la remise des prix dans l'amphi 501 de la Faculté de Sciences Économiques à Poitiers.

56 établissements, près de 300 classes et 7800 élèves ont participé cette année au Rallye. La baisse des effectifs se confirme et la surcharge de travail des enseignants en est la principale raison. Le bilan complet de cette édition, avec les commentaires des épreuves est accessible sur notre site à l'adresse

suivante : <http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article312>

## Le palmarès

Cette année, le nombre de classes lauréates a été décidé en fonction de la participation de chaque niveau. C'est ainsi qu'il y a eu cinq classes lauréates en 6<sup>e</sup> et trois classes en 3<sup>e</sup>, une classe en 2<sup>nde</sup> Pro et quatre classes pour les autres niveaux sans compter le prix spécial du jury.

## La remise des prix

Sur les 22 classes primées, 20 sont venues ou ont été représentées à la remise des prix par près de 240 élèves, ce qui montre l'intérêt que suscite cette cérémonie. Des classes sont venues pour ainsi dire au complet, certaines accompagnées par les chefs d'établissement, une marque de reconnaissance de l'investissement des enseignants et des élèves.



Compte tenu du thème : « Math en jeu ! », nous avons décidé de remplacer la conférence habituelle par un « Mathematic game ». L'ensemble des élèves avait été partagé en 6 équipes qui se sont « affrontées » sur deux des trois jeux prévus : le jeu des sandwiches (calcul mental) et le Set (logique). Le troisième jeu, prévu aussi en équipe, a été joué, faute de temps, par tous les élèves, ce qui a enflammé l'amphi. Ce jeu, le Dobble du Rallye, a été réalisé avec les symboles imaginés par les élèves de 4<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 2<sup>nde</sup> Pro. Vous pouvez vous procurer les planches des cartes de ce jeu sur notre site.

Le diaporama des morceaux choisis, habituellement présenté après la remise des lots, est accessible sur notre site à l'adresse suivante :

<http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article312>

À la satisfaction de tous, le goûter a clos cette remise des prix, les élèves manifestant leur plaisir d'avoir participé en particulier au Mathematic game.

### Dans la presse

Deux articles de la Nouvelle République se sont fait l'écho de notre Rallye, l'un pour les deux classes primées de Mauzé-sur-le-Mignon et l'autre pour les trois classes primées de Coulonges-sur-l'Autize. Nous sommes heureux que les mathématiques aient été mises ainsi à l'honneur grâce à la motivation des élèves et des enseignants.

#### Deux classes récompensées au rallye mathématiques



La remise du prix à la classe de 6e Alizée.

Le collège René-Caillié vient de briller au rallye mathématiques initié par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public de Poitou-Charentes, une compétition entre classes complètes de l'académie de Poitiers touchant tous les niveaux scolaires avec deux épreuves se rapportant à un thème annuel. Depuis plusieurs années, sous l'égide des professeurs de mathématiques du collège - Annie Proteau, Bruno Dupuis, Marie-Reine Masson et Nicolas Ferreira - les classes participent au rallye. Une dizaine d'entre elles se sont de nouveau prises au jeu pour l'édition 2019. La ténacité et l'imagination ont fini par payer, aboutissant pour la première fois à l'obtention de deux places sur le podium pour deux classes obtenant chacune une belle troisième place dans leur catégorie : la 6e Alizée et la 4e Cosette. La remise des prix s'est déroulée mercredi 5 juin à l'Université de Poitiers ; une partie des élèves étaient présents. Avec le thème fixé « Maths en Jeu », la 6e a créé un jeu de société en s'inspirant du Monopoly et intitulé « Monomath » et la 4e un programme informatique à partir du jeu de Pong scratch. La première partie du concours a nécessité de nombreuses recherches, du travail en groupe, une répartition des tâches, le tout réalisé en classe ou bien à la maison. La seconde partie d'une heure s'est déroulée au collège durant la semaine des mathématiques en mars, consistant à résoudre des épreuves à énigmes et calculs. Annie Proteau se félicite du travail en équipe, de la motivation des scolaires quel que soit le niveau.

#### Trois classes lauréates au Rallye mathématiques



Les représentants des classes lauréates et leur professeur, Lydie Nauleau.

Pour la 3e année consécutive, une classe du collège est arrivée première au Rallye mathématiques organisé par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public du Poitou-Charentes. Il s'agit d'un concours ouvert aux classes complètes de la 6e à la seconde des lycées généraux et professionnels. Événement phare de la semaine des mathématiques, plus de 7.400 participants, soit 292 classes de 56 collèges et lycées, avaient planché au mois de mars sur les divers problèmes proposés autour du thème de cette année, « Math en Jeu ». C'était une occasion pour chacun de montrer ses talents. L'épreuve permettait de faire des mathématiques autrement, en mêlant la résolution d'exercices variés, de recherches documentaires, et en laissant une part de créativité. Toutes les classes de 6e et 5e du collège y ont participé sous la houlette de leurs professeurs, Mmes Nauleau et Blais. Grâce à leur travail et à leur implication dans ce projet, les 6e A ont obtenu le 1er prix et les 6D ont obtenu le 4e prix sur 123 classes de 6e inscrites dans l'académie. Les 5e B ont obtenu le 4e prix sur les 88 classes de 5e. Les lauréates avaient été invitées à la remise des prix à la faculté de sciences économiques de l'université de Poitiers accompagnés de leurs professeurs qui précisaient : « Ce concours permet d'aborder autrement des problèmes mathématiques dans une approche ouverte et originale. Il permet aussi de développer chez les élèves le plaisir de faire des mathématiques, de stimuler l'initiative et le goût de la recherche ». Chaque classe lauréate a reçu deux calculatrices et des jeux de société : le Mathador, le Chromino, le Set et le Pickomino et chaque élève est reparti avec un Taquin (jeu en solitaire en forme de damier) illustrant le flocon du Rallye.

### Et l'an prochain ?

Notre Régionale a décidé d'organiser les Journées Nationales de l'APMEP en 2021 à Jonzac. Tous les membres de l'équipe Rallye seront mobilisés pour la préparation de cet événement et seront donc moins disponibles pour le Rallye, Rallye que la Régionale souhaite tout de même maintenir. C'est donc la partie « Thème » qui sera réduite à une simple activité créative.

De plus, 2020 sera l'année des Mathématiques : Rapprocher chercheurs et enseignants. La semaine des mathématiques aura pour thème : Mettons en scène les mathématiques. Celui du Rallye sera décidé à la rentrée scolaire prochaine, peut-être en liaison avec le cinq-centième anniversaire de la mort de Léonard de Vinci.

Tous les documents : palmarès, bilan du Rallye, diaporama des morceaux choisis ainsi que les solutions des épreuves finales sont sur notre site à l'adresse suivante :

<http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article313>

# Compte-rendu du comité du 12 juin 2019

## Journée de la Régionale

Journée avancée au 2 octobre 2019, Voir l'article p. 9 & 10 pour découvrir le détail de cette journée.

## Journées Nationales 2021 à Jonzac

Pour visualiser les lieux, Frédéric de Ligt propose d'organiser une réunion spéciale JN 2021 au lycée Jean Hyppolite de Jonzac à 14 h 30, le mercredi 26 juin 2019. Cette visite a permis de se rendre compte que le lycée, le Palais des Congrès et les infrastructures étaient tout à fait adaptés à l'organisation des JN à Jonzac. Les premiers groupes de travail se sont constitués.

En particulier, il faut dès maintenant réfléchir à des sujets de conférences. Et préparer l'affiche !

## Comité National des 22 et 23 juin 2019

Frédéric de Ligt a représenté la Régionale. L'APMEP a un nouveau président : Sébastien Planchenault. Félicitations à lui et un grand merci à Alice Ernoult.

## Remise des prix du Rallye

Voir l'article pages 2 et 3.

## Les expositions

L'expo « Maths et Puzzles » circule bien, sauf dans les Charentes (il arrive qu'elle soit réservée, mais la distance de récupération provoque l'annulation). Sur cette expo, il y a beaucoup de pertes et de casse.

L'expo « Les courbes » ne trouve plus preneur.

L'expo « Expocube » est fatiguée, elle se refait actuellement une jeunesse.

L'expo « Comment tu comptes ? », version 1 avec matériel, fonctionne normalement. La version 2, affiches en dur, est stockée et exposée au lycée du Bois d'Amour, dans le labo de maths.

Une prochaine réunion à l'Espace Mendès France est prévue pour construire la prochaine exposition.

## Réponse aux demandes du bureau national

Le rapport moral et financier a bien été envoyé.

L'état des brochures reste à envoyer par Jacques Germain.

Des correspondants pour l'ESPE vont être transmis, département par département.

## Le sept à Poitiers

Dominique relance la demande d'une équipe capable de produire 12 articles d'avance. Articles pour alimenter une rubrique « Où se cachent les maths ? »

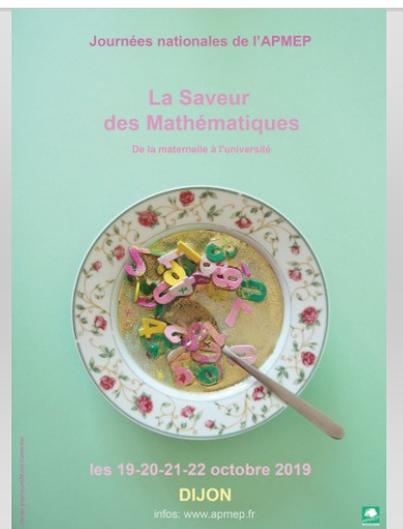
Jacques et quelques autres répondent favorablement.

## Journées Nationale de l'APMEP

Dijon — 19 octobre - 22 octobre 2019

La saveur des mathématiques

Renseignements et inscriptions : [jndijon.apmep.fr](http://jndijon.apmep.fr)



# Les gammes musicales

Nicolas Minet , IREM&S de Poitiers, professeur au Lycée du Bois d'Amour (Poitiers)

## Épisode 1 : Éclairages sur l'enseignement scientifique de première.

*Pour défendre la place nécessaire d'un enseignement sensé des sciences au XXI<sup>e</sup> siècle, on doit s'appuyer sur leur immense rayonnement dans le monde des Hommes. Malgré une participation semble-t-il minoritaire des professeurs de mathématiques pour la rentrée de septembre 2019, le nouvel "enseignement scientifique" de Première générale est important : ce sera le seul (avec peut-être l'option "maths complémentaires" de Terminale) apte à mettre en avant l'interdisciplinarité et à illustrer ce rayonnement des sciences. Certes, les contenus ne sont pas du tout suffisants pour envisager des études supérieures où les mathématiques sont utiles ou indispensables, mais ils le sont pour mettre en lumière la dimension culturelle –souvent moquée, par simple ignorance– des mathématiques.*

C'est le cas notamment du thème son et musique, omniprésent dans notre vie et dans celle de nos élèves. La compression et le codage d'un son modélisé par des phénomènes périodiques ne se conçoivent pas sans mathématiques. Même constat pour le paragraphe "la musique ou l'art de faire entendre des nombres" qui demande d'enseigner aux élèves l'évolution des gammes musicales. Nous proposons dans cette rubrique de raconter brièvement cette histoire, ce qui nous amènera à répondre, même partiellement, à ces questions :

- ◆ Qu'est-ce qu'une gamme ? Pourquoi ont-elles souvent, en Occident, 5, 7 ou 12 notes ?
- ◆ Pourquoi la musique a-t-elle été enseignée comme partie des maths pendant mille ans ?
- ◆ En quoi Galilée père et fils ont-ils bouleversé l'histoire des gammes et celle de l'astronomie ?
- ◆ Quelle est la logique dans les espacements des cases d'une guitare ?
- ◆ Pourquoi les luthiers construisent-ils des ukulélés en appliquant la "règle des 18" ?

### Le problème de tout artisan

La forme globale d'un instrument de musique est plus souvent due à des traditions artisanales qu'à des recherches scientifiques d'optimisation du son. Mais dès l'Antiquité grecque s'est posé le problème fondamental du choix d'un ensemble de notes répondant à deux critères :



- ◆ *Contrainte pratique, à savoir : combien de notes ?*

Selon l'instrument, cela revient à dire : combien de tuyaux ? De cases ? De trous ?

- ◆ *Contrainte esthétique, à savoir : quelles notes ?*

À nouveau, comment choisir : longueurs des tuyaux, largeurs de cases, distance entre les trous ?

Il est assez extraordinaire de constater que des choix ont finalement été privilégiés, et se sont imposés très durablement. On peut l'expliquer par des savoirs scientifiques récents, mais ne commençons pas par la fin, voulez-vous. Bien sûr, il y a de nombreuses variantes selon les lieux et les époques, et rien que pour des instruments à cordes pincées, un tar iranien (une sorte de luth) n'est pas conçu comme, et ne produira pas les mêmes notes, qu'une guitare espagnole. Il sera essentiellement question, dans cette histoire –pardon pour la restriction, par simple ignorance de l'auteur– des gammes qui ont façonné notre musique occidentale.

### Et si l'on n'est pas musicien, que peut-on comprendre à tout cela ?

Commençons par régler ce problème ; la bonne nouvelle est que tout va se passer sur le papier, ce qui évitera de pointer d'un doigt railleur ceux d'entre vous qui "n'auraient pas l'oreille musicale" par des écoutes discriminatoires. Il pourrait donc être uniquement question ici de musique théorique, d'une science déductive. Et c'est d'ailleurs en partie ce qui va se passer, car c'est ainsi que ça s'est passé... Pourtant, des renvois seront proposés vers des ressources en ligne afin de permettre quelques écoutes, car il n'est pas concevable d'évoquer au XXI<sup>e</sup> siècle la musique uniquement à la manière de théoriciens tels Euclide ou Euler, pour ne citer qu'eux.

### Qu'est-ce qu'une gamme ?

Voyons, pour démarrer, cet extrait du programme d'enseignement scientifique :

#### 4.2 - La musique ou l'art de faire entendre les nombres

La musique et les mathématiques sont deux langages universels.

Les Grecs anciens les ont dotés d'une origine commune puisque la *théorie pythagoricienne des proportions* avait pour but de percer les secrets de l'harmonie musicale.

Depuis, les évolutions de la musique et des mathématiques se sont enrichies mutuellement.

Une gamme, probable première "théorisation" de la musique, n'est donc que le choix de nombres (ou proportions) car une **gamme** est une **échelle** de nombres ; la traduction de ces deux mots en anglais se fait d'ailleurs par le seul terme *scale*. Plus précisément, nous baserons toute notre saga sur les instruments à cordes, en n'acceptant que la longueur d'une corde comme paramètre pour modifier un son. Ceci dit, nous pouvons désormais poser ce qu'est une gamme :

**Principe 1** : une **gamme** est une échelle de nombres compris entre l'unité (1) et la moitié (1/2).

**Principe 2** : une corde de longueur unité (1) est choisie ; la note correspondante, nommée **fondamentale** ou **note initiale**, sera la plus grave de la gamme ; une corde de longueur moitié (1/2) est choisie ; la note correspondante, nommée **note finale**, sera la plus aigüe de la gamme.

Il faut donc que les non-musiciens admettent ici un point essentiel : deux cordes dont le rapport de longueur est 2 donnent la même impression sonore, comme une sorte de superposition parfaite. Ainsi, il n'est pas utile de chercher des longueurs de cordes hors de l'intervalle  $[\frac{1}{2} ; 1]$  car on retrouvera les mêmes impressions. Promis, il n'y aura pas d'autres injonctions de la sorte... Voir [1] pour se convaincre (ou pas) de cette soi-disant "impression sonore d'harmonie".

Conséquence vertigineuse de ces deux principes : il y a une infinité de gammes possibles puisqu'il s'agit de choisir librement des nombres dans un intervalle de réels ! Commençons par celle, ancienne et célèbre, qui est au programme de l'enseignement scientifique.

### Comment est construite la gamme de Pythagore ?

*"Nous ne disposons pas de trace écrite des théories construites et enseignées par Pythagore au VI<sup>e</sup> siècle avant notre ère. Pourtant quelques anecdotes ont traversé les siècles et ont été transmises comme autant d'illustrations des principes mathématiques développés par le savant de Samos. Parmi celles-ci, il en est une qui concerne la musique, ou plus exactement la théorie des consonances [...] La légende des marteaux de Pythagore apparaît pour la première fois, en l'état actuel des con-*

naissances, chez Nicomaque de Gerase (II<sup>e</sup> s.) dans Harmoniques manuales. Ce manuscrit a été découvert à la fin du XV<sup>e</sup> siècle."

F.Baskevitch (2008), *Les représentations de la propagation du son, d'Aristote à l'Encyclopédie*

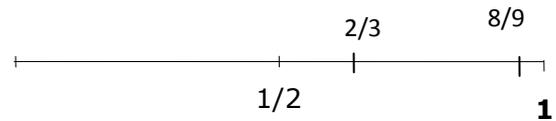
Vous trouverez page 18 un extrait de cette fameuse "légende de la forge" selon laquelle Pythagore aurait découvert fortuitement que les marteaux d'un forgeron rendaient des sons harmonieux entre eux, deux par deux, avec des masses dans des rapports simples  $9/8$ ,  $4/3$ ,  $3/2$ , ou  $2/1$ . Ces nombres rationnels, seul type de nombres admis des Pythagoriciens, ont permis de créer la gamme qui porte son nom, selon le troisième principe que voici :

**Principe 3** : chaque nombre de la gamme de Pythagore se déduit du nombre précédent en commençant par l'unité, et en le multipliant par  $2/3$ . Deux cas sont alors possibles :

- ◆ soit le résultat est compris entre l'unité 1 et la moitié  $1/2$ , et il est alors conservé ;
- ◆ soit le résultat n'est pas compris entre l'unité 1 et la moitié  $1/2$  et, pour le devenir, il est alors remplacé par son double.

Ainsi, inspiré par la légende de la forge, Pythagore aurait utilisé le principe suivant : la corde de longueur  $2/3$  sonne harmonieusement avec la corde de longueur unité. Il n'est pas question de discuter ceci désormais, puisque c'est un choix (arbitraire) permettant de calculer ensuite logiquement d'autres notes. Réitérons désormais : puisque la corde de longueur  $2/3$  vibre en harmonie avec la corde de départ, une corde de longueur " les  $2/3$  des  $2/3$ " vibrera en harmonie avec la corde de longueur  $2/3$  (transitivité quand tu nous tiens...). On obtient ainsi une corde de longueur  $4/9$ . Mais comme  $4/9$  n'est pas compris entre l'unité et la moitié, on applique complètement le principe 3 en doublant la longueur  $4/9$ . On obtient donc une corde de longueur  $8/9$ . Voici donc une nouvelle note pour enrichir notre gamme.

Et ainsi de suite...



C'est donc bien de mathématique qu'il est question, puisque la gamme de Pythagore se crée désormais de proche en proche, selon ces 3 principes, de manière purement logique. Les professeurs de mathématiques sont donc largement légitimes à l'enseigner ! Pardon, je m'égare...

### Cahier de vacances

Exercice 1 : vérifiez que cette suite de nombres définit bien les premiers pas de la gamme de Pythagore :

$$1 \rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow \frac{8}{9} \rightarrow \frac{16}{27} \rightarrow \frac{64}{81} \rightarrow \frac{128}{243} \rightarrow \frac{512}{729} \rightarrow \frac{2048}{2187} \rightarrow \frac{4096}{6561} \rightarrow \frac{16384}{19683} \rightarrow \frac{32768}{59049} \rightarrow \frac{131072}{177147}$$

Cela nous donne donc une quantité de notes possibles, chacune définie par ces longueurs de cordes.

Exercice 2 : mais quand donc s'arrête cette suite de notes ? Car il faudra bien un jour revenir à la construction de l'instrument à cordes, et arrêter un nombre de notes...

Vous pouvez envoyer vos réponses au siège de la Régionale APMEP sur papier libre, par pigeon voyageur, ou tout engin de communication homologué par le ministère. Passez un bel été musical en attendant.

[1] : <https://www.youtube.com/watch?v=cTYvCpLRwao> (video "science étonnante : musique et maths #41" de 2 min 10 à 4 min 50)

# Maths & Puzzles : retour d'expérience

Les professeurs de mathématiques du collège Jules Supervielle, Bressuire

## Quand l'exposition Maths & Puzzles voyage dans un collège du Nord Deux Sèvres

Du mercredi 16 janvier au mercredi 29 janvier 2019, nous avons accueilli dans notre collège l'exposition « Maths & Puzzles ». Nous avons déjà eu l'occasion de la voir quand elle était exposée à l'Espace Mendès France à Poitiers. Dès que nous avons appris, pendant la journée de la Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes, qu'une version itinérante était maintenant disponible, nous avons sauté sur l'occasion pour la commander. Tout se passe facilement avec l'APMEP : commande par mail, aide pour la mise en place et modalité pour la récupérer, tout est bien préparé.

Notre idée, en installant cette exposition dans notre collège, c'était bien évidemment de pouvoir en faire profiter nos classes, comme nous utilisons la progression sur les grandeurs en 6<sup>e</sup>, elle s'y inscrit parfaitement, mais surtout de pouvoir la faire rayonner auprès des écoles du secteur. Notre collège est dans le nord Deux-Sèvres, se déplacer pour accéder à la culture n'est pas toujours facile. Le collège s'est donc transformé pendant 15 jours en un « petit musée interactif » sur les maths.

Pour l'organisation, nous avons fait appel aux conseillères pédagogiques du primaire et à l'IEN de notre secteur. Cela nous a permis une diffusion rapide de l'information et la mise en place d'un calendrier de passage. De notre côté toute l'équipe de Maths s'est rendue disponible pendant ces 2 semaines pour accompagner les classes qui sont venues nombreuses. Pour la visite, nous avons préparé un petit questionnaire, les élèves étaient par groupe de 4 et dans 1 h de visite, parfois 1 h 30 (plus confortable), chaque groupe a pu découvrir au moins 4 ateliers.

En amont, nous avons envoyé le questionnaire à nos collègues PE et pendant une réunion « liaison école/collège », nous avons présenté l'exposition en utilisant le diaporama de l'APMEP.

Profitant d'une journée liaison « Français » avec l'école de Terves, nous avons pu organiser la visite de l'exposition avec des groupes mixtes CM2/6<sup>e</sup>. Pour nous, c'est l'idéal. Nous aurions souhaité procéder de la même façon avec plus d'écoles. Nous pensons aussi organiser une suite à ces visites avec nos collègues PE.

L'exposition a aussi servi de support aux conseillères pédagogiques dans le cadre d'une formation qu'elles ont proposée aux collègues PE de maternelle, intitulé « Apprendre par le jeu en mathématiques au cycle 1 ».

En conclusion, nous avons réussi à faire passer nos 6 classes de 6<sup>e</sup>, dont certaines plusieurs fois, nos 7 classes de 5<sup>e</sup>, mais pas nos 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup>. Du côté des écoles, 6 classes de CM2, 3 classes de CM1 et une école tous niveaux, de type « Montessori ». Bien évidemment, nous aurions souhaité recevoir plus de classes, mais pour certaines écoles éloignées de Bressuire, se déplacer était compliqué.

Nous sommes très satisfaits de ces deux semaines, les élèves se sont bien investis et ont apprécié de faire des mathématiques en manipulant.

Une expérience que nous ne pouvons que recommander.

# 10<sup>e</sup> journée de la Régionale APMEP Poitou-Charentes

mercredi 2 octobre 2019

Lycée Charles Augustin Coulomb

## ANGOULÊME



### Déroulement de la journée

8 h 30 - ACCUEIL CAFÉ

Echanges informels tout en feuilletant les brochures de l'APMEP et de l'IREM (Vente sur place)

9 h 00 - PRÉSENTATION DE LA JOURNÉE

par Frédéric de Ligt (Président de la Régionale Poitou-Charentes).

Interventions de l'IA-IPR de mathématiques et de l'IEC de Charente en charge de l'enseignement des mathématiques.

9 h 30 - TROIS ATELIERS EN PARALLÈLE (PLAGE 1)

**Atelier n°1 : Débat autour de la réforme du lycée (public : plutôt lycée)**

Animé par un Inspecteur Pédagogique Régional et un membre de l'APMEP

*La réforme actuelle du lycée suscite de nombreuses interrogations. Un échange sur les doutes et les différentes manières de la conduire au mieux ne peut qu'être profitable à la communauté en général.*

**Atelier n°2 : Visite de l'exposition « Maths & Puzzles » (public : tous, en particulier écoles)**

Animé par : Audrey Hugonnaud-Fayollat (formatrice 1<sup>er</sup> degré), Dominique Gaud (APMEP), Jean-Paul Guichard (IREM&S)

*L'APMEP Poitou-Charentes a réalisé, en collaboration avec l'Espace Mendès France et l'IREM&S de Poitiers, avec la participation de l'AGEEM et de l'Inspection primaire de la Vienne, une exposition « Maths & Puzzles » qui couvre de la maternelle à l'université. Nous vous proposons de la découvrir, et peut-être aurez-vous le coup de cœur pour l'utiliser dans votre enseignement ?*

### **Atelier n°3: Étudier les prix au cycle 4: (collège)**

Animé par Mathieu Gaud (IREM&S)

*Nombres décimaux, fractionnaires, relatifs, pourcentages, proportionnalité, fonctions, équations, diagrammes, statistiques, probabilités... Travailler le thème des prix permet de traiter, à tous les niveaux du cycle 4, l'ensemble des contenus des parties Nombres et calculs, Organisation et gestion de données, Algorithmique et programmation à travers des situations de la vie, dont nous donnerons de nombreux exemples.*

### **11 h 00 – UNE PAUSE**

Moment privilégié pour partager, devant les stands par exemple, et enrichir nos bibliothèques.

### **11 h 30 – ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DE NOTRE ASSOCIATION APMEP RÉGIONALE POITOU – CHARENTES**

Bilans moral et financier – Vote pour un nouveau comité – Venez nous rejoindre !

### **12 h 15 – REPAS SUR PLACE AU RESTAURANT DU LYCÉE CHARLES AUGUSTIN COULOMB**

### **14 h 00 – CONFÉRENCE (TOUS ENSEMBLE)**

De Marc Moyon, maître de conférences à l'université de Limoges

**Intégrer une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques**

Un exemple autour du *Liber Abaci* de Fibonacci.

*Ce chercheur nous éclairera sur cette nouvelle dimension qui apparaît dans notre enseignement, suite au rapport Villani-Torossian.*

### **15 h 15 – UNE PAUSE**

Moment privilégié pour partager, devant les stands par exemple, et enrichir nos bibliothèques.

### **15 h 30 - QUATRE ATELIERS EN PARALLÈLE (PLAGE 2)**

**Atelier n°4 : Apprendre à utiliser dans son enseignement l'exposition « Maths & Puzzles »  
(public : tous, en particulier écoles)**

Animé par Audrey Hugonnaud-Fayollat, Dominique Gaud, Jean-Paul Guichard

*Vous avez compris que cette exposition est un remarquable outil pour votre enseignement. Nous vous guiderons pour la prendre en main et savoir l'utiliser au mieux dans vos classes.*

**Atelier n°5 : Histoire des mathématiques dans le programme du lycée (public : lycée)**

Animé par Nathalie Chevalarias (APMEP)

Nous prendrons un temps de lecture et d'analyse sur les items d'histoire des maths des programmes de lycée, nous découvrirons quelques exemples de ressources dans ce domaine et nous commencerons à réfléchir à l'élaboration de travaux élèves utilisant l'histoire des mathématiques.

**Atelier n°6 : Enseigner les mathématiques à partir des grandeurs**  
**Expérimenter - Manipuler - Faciliter - Structurer (public : école primaire, collège)**

Animé par Jérôme Coillot (IREM&S)

*L'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs structure autrement les contenus des programmes de mathématiques de l'école et du collège. Cette approche différente est stimulante et porteuse de sens à la fois pour l'élève et l'enseignant. En s'appuyant sur les expérimentations faites en école depuis 2 ans, à partir d'exemples concrets de situations ou de séances, nous montrerons comment cet enseignement permet d'assimiler les concepts et les notions en favorisant les manipulations, les expérimentations, le travail mental et en mettant en œuvre un enseignement spiralaire. Nous pourrions témoigner de la façon dont nous envisageons la formation des praticiens de terrain que nous mettons en place : interventions en formation, dans les classes, lien avec le collège du bassin, avec l'institution, partage des expériences et des ressources.*

**Atelier n°7 : Comment équiper et animer un club de jeux (public : collège, lycée)**

Animé par Jean Fromentin (APMEP) et Frédéric de Ligt (APMEP)

*Les jeux et les mathématiques ont toujours fait bon ménage ! Il suffit, pour s'en rendre compte, de se référer à tous les ouvrages de récréations mathématiques.*

*Les jeux mis à disposition des élèves dans le cadre d'un club de foyer socio-éducatif ou tout simplement dans une salle ouverte aux élèves peuvent être appréhendés de trois façons :*

*jeux pour jouer, jeux de stratégie développant analyse et méthode,  
jeux dont la pratique met en œuvre des notions mathématiques,  
jeux qui peuvent être l'objet d'une étude mathématique.*

*Il ne faut pas non plus oublier certains matériels qui permettent de faire des mathématiques.*

*C'est tout cela qui sera abordé dans cet atelier avec la présentation de ces trois types de jeux et les possibilités d'organisation d'un club.*

**17 h 00 – NOUS NOUS QUITTONS HEUREUX ET ENRICHIS !**

**INSCRIPTION À LA JOURNÉE DE LA RÉGIONALE**

Comme tous les ans, il faudra procéder à une double inscription pour la Journée de la Régionale :

- D'une part au PAF en septembre ;
- D'autre part par le biais du bulletin d'inscription transmis avec ce bulletin ou que vous pouvez retrouver (en cas de perte ou de vol) dans la rubrique « Journée de la Régionale » de notre site internet. .

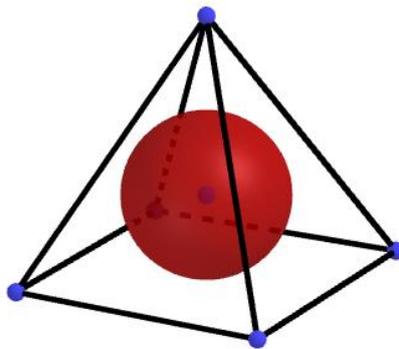
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

## Des problèmes

117-1 proposé par Jean-Christophe Berthonnaud (Angoulême) :

Dans une pyramide régulière à base carrée, dont le côté vaut la hauteur, on inscrit une sphère. Quelle relation entre le côté de la base et le rayon de la sphère ?



117-2 proposé par Dominique Gaud (Migné-Auxances) :

Il fut un temps où les litres de lait étaient conditionnés dans des berlingots (tétraèdres réguliers) obtenus en pinçant l'aire latérale d'un cylindre en haut et en bas perpendiculairement.

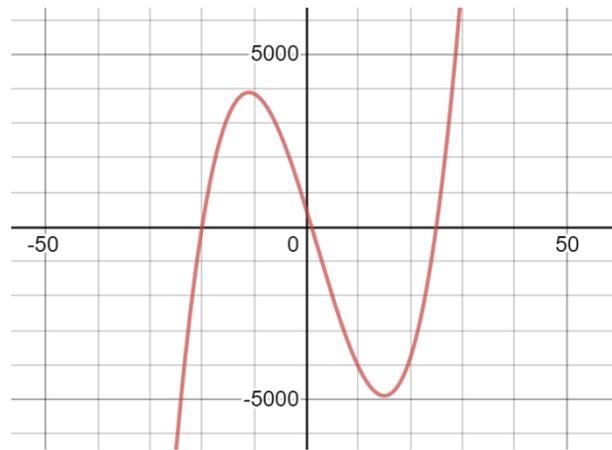
Quelles doivent être les dimensions du rectangle constituant l'aire latérale pour obtenir un litre ?



117-3 proposé par Jean-Christophe Laugier (Rochefort) :

Résoudre l'équation  $(a - b)^2 = a + b$  avec  $a$  et  $b$  entiers,  $a > b > 0$ .

117-4 proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon) :



Le polynôme  $Q(X) = X^3 - 6X^2 - 495X + 500 = (X + 20)(X - 1)(X - 25)$  a ses coefficients entiers et ses trois racines entières et distinctes.

Son polynôme dérivé  $Q'(X) = 3X^2 - 12X - 495 = 3(X - 15)(X + 11)$  a aussi ses deux racines entières et distinctes.

Le polynôme  $Q''(X) = 6X - 12 = 6(X - 2)$  admet aussi une racine entière.

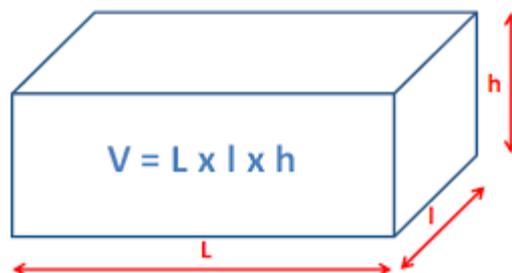
Voilà un polynôme bien pratique à exploiter avec les élèves de STMG. Il y a bien d'autres polynômes de degré 3 de la sorte. Je vous laisse le plaisir de les chercher.

Et en montant d'un degré supplémentaire ? Pouvez-vous exhiber un polynôme  $P(X)$  de degré 4, à coefficient entiers, possédant quatre racines entières distinctes, dont les polynômes dérivés  $P'(X)$ ,  $P''(X)$  et  $P^{(3)}(X)$  possèdent aussi des racines entières ?

### Des solutions

106-4 de Frédéric de Ligt :

Montrer qu'il existe une infinité de boîtes parallélépipédiques à côtés rationnels (exprimés en m), dont le volume vaut  $48 \text{ m}^3$  et dont la longueur totale des arêtes vaut 48 m.



### Solution de l'auteur

Pour établir cette propriété il « suffit » de prouver qu'il existe une infinité de couples de rationnels  $(x, y)$  tels que :

$$\begin{cases} y^2 = x^3 - 9x + 9 \\ 3x - 6 < y < -3x + 6 \end{cases}$$

En effet, soit  $(x, y)$  une solution du système précédent, on pose :

$$a = \frac{6}{3-x} ; b = \frac{6-3x+y}{3-x} ; c = \frac{6-3x-y}{3-x}.$$

Les rationnels strictement positifs  $a$ ,  $b$  et  $c$  vérifient :

$$a+b+c = \frac{6}{3-x} + \frac{6-3x+y}{3-x} + \frac{6-3x-y}{3-x} = \frac{18-6x}{3-x} = 6$$

$$abc = \frac{6}{3-x} \times \frac{6-3x+y}{3-x} \times \frac{6-3x-y}{3-x} = \frac{6[(6-3x)^2 - y^2]}{(3-x)^3} = \frac{6[(6-3x)^2 - (x^3 - 9x + 9)]}{(3-x)^3} = \frac{6(-x^3 + 9x^2 - 27x + 27)}{(3-x)^3} = 6$$

On pose ensuite  $A = 2a$  ;  $B = 2b$  ;  $C = 2c$  et on a bien  $ABC = 48$  et  $4(A+B+C) = 48$ .

À chaque couple solution du système est associé de façon unique un triplet de rationnels positifs  $(A, B, C)$ .

Graphiquement on a la situation suivante :

$$d1 : y = -3x + 6$$

$$d2 : y = 3x - 6$$

$$C : y^2 = x^3 - 9x + 9$$

$$C = C1 \cup C2$$

$$\alpha1 \approx 2,2266$$

$$\alpha2 \approx 1,1847$$

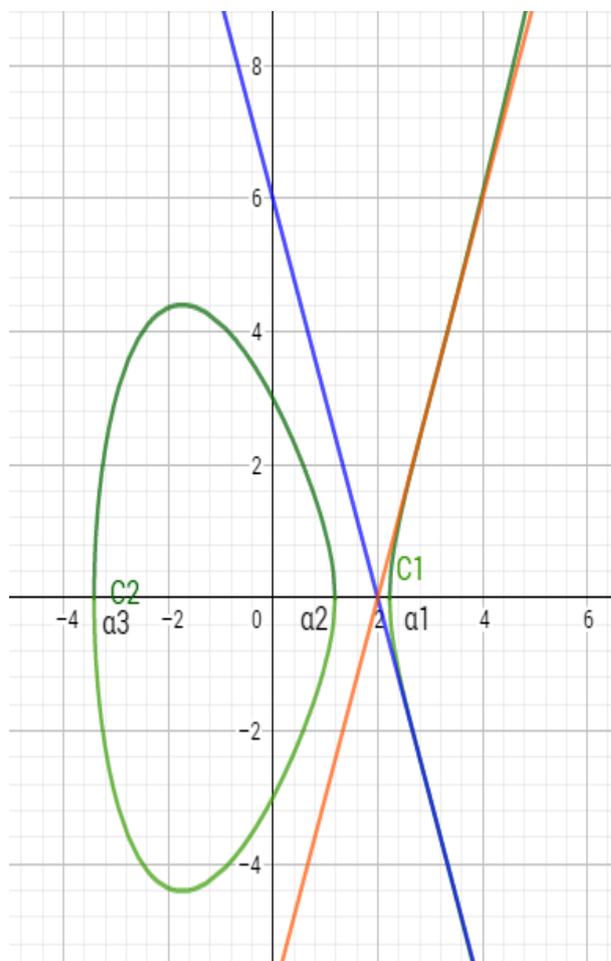
$$\alpha3 \approx -3,411$$

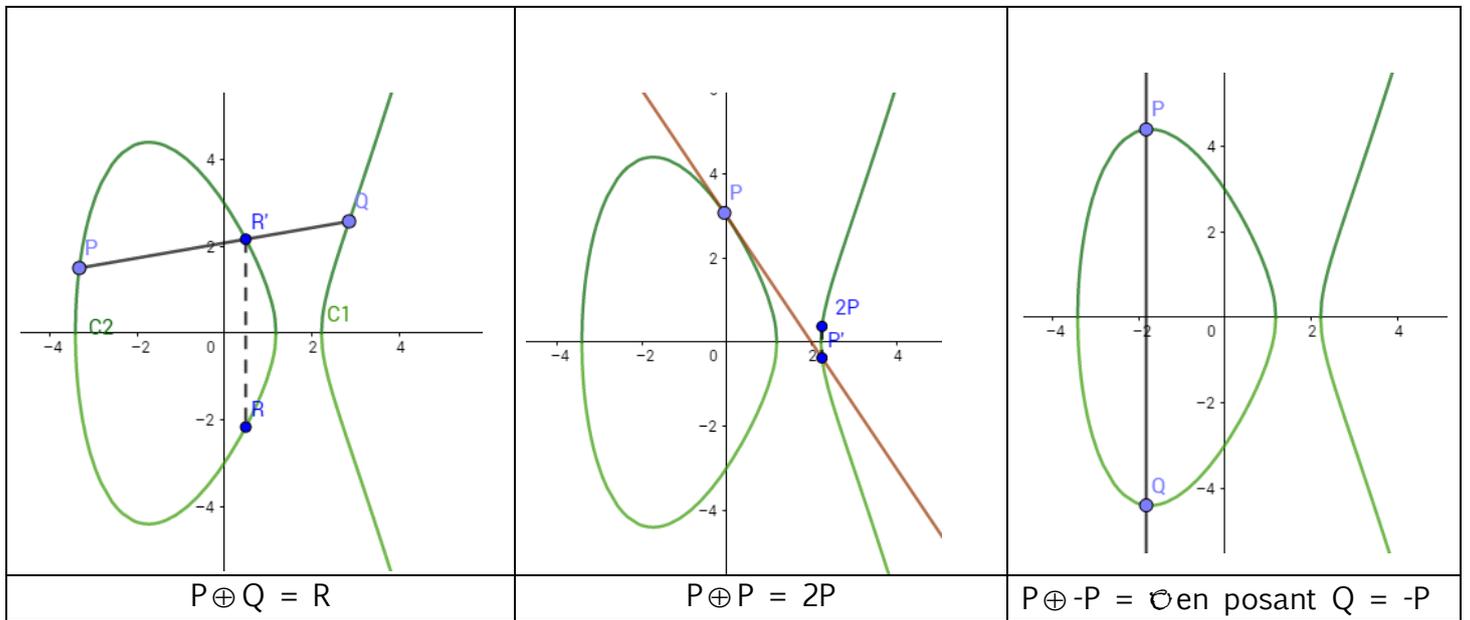
Il s'agit de montrer que la courbe fermée  $C2$  contient une infinité de points birationnels.

On va noter  $C(\mathbb{Q})$  l'ensemble des points birationnels de la courbe elliptique  $C$ .

On sait qu'il est possible de définir une addition géométrique  $\oplus$  sur  $C(\mathbb{Q})$  en lui adjoignant un point à l'infini  $\infty$ , qui jouera le rôle de l'élément neutre, de telle sorte que  $(C(\mathbb{Q}) \cup \infty, \oplus)$  ait une structure de groupe abélien. En particulier si  $P$  et  $Q$  sont des points de  $C(\mathbb{Q}) \cup \infty$  alors  $P \oplus Q$  est aussi un point de  $C(\mathbb{Q}) \cup \infty$ .

On rappelle brièvement la construction de la somme de deux points dans le cas de figure étudié.





L'ordre d'un point  $P$  de  $(C(Q) \cup \infty, \oplus)$  est la plus petite valeur entière  $n$  telle que  $\underbrace{P \oplus \dots \oplus P}_{n \text{ termes}} = \infty$ .

On va montrer qu'il existe un point  $P$  de  $C_2(Q)$  d'ordre infini et tel que pour toutes les valeurs positives de l'entier  $n$  on a  $\underbrace{P \oplus \dots \oplus P}_{n \text{ termes}} \in C_2(Q)$ .

Soit  $P(0 ; 3)$  un point de  $C_2(Q)$ , la tangente en  $P$  à la courbe a pour équation réduite  $y = -1,5x + 3$ . Pour obtenir les coordonnées du point  $2P$ , on résout le système :

$$\begin{cases} y^2 = x^3 - 9x + 9 \\ y = -(-1,5x + 3) \end{cases}$$

Les valeurs possibles pour  $x$  sont 0 et 2,25.

La première valeur est l'abscisse du point  $P$  et la seconde correspond à l'abscisse du point  $2P$ , l'ordonnée de  $2P$  vaut alors  $-(-1,5 \times 2,25 + 3) = 0,375$ . On a finalement  $2P(2,225 ; 0,375)$  qui appartient à  $C_1$ .

Les coordonnées de  $3P$  s'obtiennent en écrivant que  $3P = P \oplus 2P$  puis en résolvant le système

$$\begin{cases} y^2 = x^3 - 9x + 9 \\ y = -\left(\frac{0,375-3}{2,25-0}x + 3\right) = \frac{7}{6}x - 3 \end{cases}$$

Les valeurs possibles de  $x$  sont 0, 2,25 et  $-\frac{8}{9}$ . L'abscisse de  $3P$  est donc  $-\frac{8}{9}$  et son ordonnée

vaut alors  $\frac{7}{6} \times \frac{-8}{9} - 3 = \frac{-109}{27}$ .  $3P\left(\frac{-8}{9} ; \frac{-109}{27}\right)$  est un point de  $C_2$ , ses coordonnées sont rationnelles mais ne sont pas entières.

Pour information les valeurs associées sont  $A = \frac{108}{35}$ ,  $B = \frac{50}{21}$  et  $C = \frac{98}{15}$ .

On a bien  $ABC = 4(A+B+C) = 48$ .

Je vais maintenant utiliser une partie des conclusions d'un théorème qui va permettre d'aboutir, il s'agit du théorème de Nagell-Lutz (1935-1937). On peut en trouver une démonstration accessible, en anglais malheureusement, à l'adresse :

[math.uchicago.edu/~may/REU2013/REUPapers/Galperin.pdf](http://math.uchicago.edu/~may/REU2013/REUPapers/Galperin.pdf).

**Les points de  $C(Q)$  qui sont d'ordre fini ont obligatoirement leurs coordonnées entières.**

Comme  $3P$  a des coordonnées non entières,  $3P$  est donc d'ordre infini.

Notons pour plus de clarté  $M = 3P$ . Les points  $nM$ ,  $n$  entier non nul, sont donc **tous distincts** et appartiennent alternativement à  $C2(Q)$  et  $C1(Q)$  selon la parité de  $n$ . En conséquence les points  $(2k+1)M$ ,  $k$  entier, appartiennent tous à  $C2(Q)$ . Ce qui permet de conclure.

### Remarque

Comme la suite de points  $((2k+1)P)$ ,  $k$  entier, contient la suite de points  $((2k+1)M)$ ,  $k$  entier, et que les points  $(2k+1)P$  appartiennent tous à  $C2(Q)$ , on obtient ainsi trois fois plus de points qui conviennent.

### 115-2 de Jacques Chayé :

Soient deux cercles  $\Gamma$  et  $\Gamma'$ , extérieurs l'un à l'autre, de centres respectifs  $O$  et  $O'$ , de rayons respectifs  $R$  et  $R'$ .

Du point  $O'$ , on mène les tangentes  $(O'T)$  et  $(O'U)$  au cercle  $\Gamma$ .

Du point  $O$ , on mène les tangentes  $(OT')$  et  $(OU')$  au cercle  $\Gamma'$ .

$(OT')$  et  $(OU')$  coupent  $\Gamma$  en  $A$  et  $B$  respectivement.

$(O'T)$  et  $(O'U)$  coupent  $\Gamma'$  en  $C$  et  $D$  respectivement.

Montrer que le quadrilatère  $ABDC$  est un rectangle.

### Solution de l'auteur

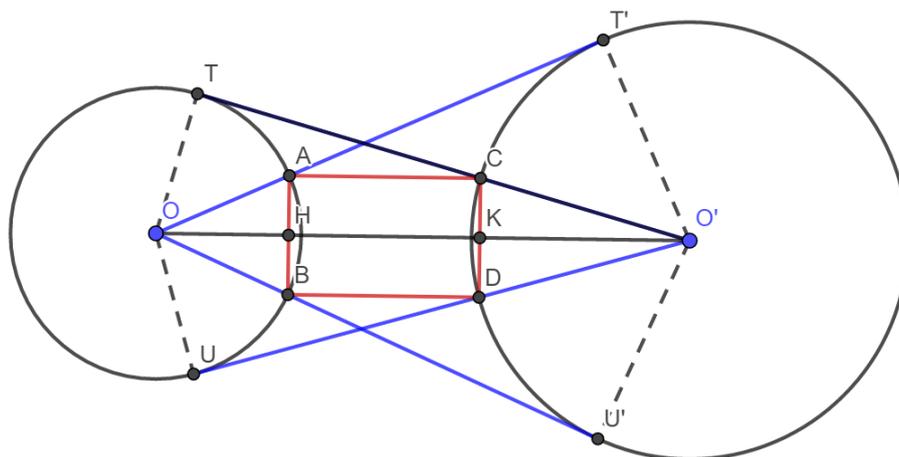
La droite  $(OO')$  est un axe de symétrie pour la figure ; il s'ensuit que  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires à  $(OO')$  et que  $H$  et  $K$ , les milieux respectifs de  $[AB]$  et  $[CD]$  appartiennent à  $(OO')$ .

Les triangles rectangles  $OAH$  et  $OO'T'$  sont semblables, de même que les triangles  $O'CK$  et  $OO'U$ . Cela permet d'écrire :

$$\frac{AH}{OA} = \frac{O'T'}{OO'} \text{ et } \frac{CK}{O'C} = \frac{OO'}{OU'}$$

Donc,  $AH \times OO' = OA \times O'T' = R \times R'$  et  $CK \times OO' = O'C \times OT = R \times R'$ .

Il s'ensuit que  $AH = CK$  et par suite  $AB = CD$ . Le quadrilatère  $ABDC$  est donc un rectangle.



# L'IREM de Poitiers devient l'IREM&S

Julien Michel

Depuis la rentrée 2018 l'IREM de Poitiers a ouvert ses portes officiellement aux autres sciences en devenant IREM&S (« et Sciences ») et en accueillant à la fois un nouveau directeur, Youssef Barkatou, enseignant-chercheur du Laboratoire de Mathématiques et Applications, et de nouveaux collègues du laboratoire d'informatique de l'Université de Poitiers. Ce premier pas naturel vers une science soeur devrait dans l'avenir permettre de diversifier les actions de l'IREM&S en direction des enseignants de mathématiques et des autres sciences : cela est particulièrement utile en ces temps où l'on voit de grands bouleversements dans l'enseignement, avec en particulier l'enseignement scientifique au lycée où la place des mathématiques en lien avec les autres sciences devrait (dans le meilleur des mondes) permettre à tous les lycéens de comprendre l'importance de penser le monde avec l'aide des mathématiques !

Les nouveaux membres de l'IREM&S ont déjà bien pris leurs marques et participent déjà à des actions de formation, par exemple en lien avec les laboratoires de mathématiques du plan Villani-Torossian, sur des thématiques d'algorithmique et en soutien aux nouveaux points des programmes.

Cette dynamique nouvelle vient en complément des activités usuelles de l'IREM&S et des équipes lycée et collège qui ont bien travaillé ces derniers temps, en témoigne la publication sur l'année écoulée de plusieurs brochures :

- Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : Les matériaux pour expérimenter Fascicule 1 : CM1 & CM2, mai 2019 ;

- Mathématiques vivantes au lycée : trois fascicules publiés entre septembre 2018 et janvier 2019 :

Fascicule 1 Algorithmique et Programmation en seconde

Fascicule 2 Probabilités en première : des arbres et des jeux

Fascicule 3 Ondes : de Shazam aux étoiles

- Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : Les ANGLES, septembre 2018 ;

- Enseigner les mathématiques en cycle 3 à partir des grandeurs : Les POPULATIONS, septembre 2018.

Comme d'habitude, ces brochures sont disponibles à la vente (avec accès à des ressources complémentaires sur un portail numérique) auprès de l'IREM&S de Poitiers, mais avec aussi (c'est une nouveauté !) la possibilité de télécharger gratuitement sur le site le texte filigrané de ces brochures.

L'année a aussi vu l'IREM&S organiser le colloque de la commission inter-IREM, *Géométries d'hier à demain : pratiques, méthodes, enseignement* du 23 au 25 mai 2019, nous en ferons bientôt un compte-rendu dans ces colonnes.

Et pour conclure sur une note plus gazouillante, l'IREM&S investit d'autres canaux : rejoignez-nous sur Twitter :

[https://twitter.com/IREM\\_S\\_Poitiers](https://twitter.com/IREM_S_Poitiers)

## Horaires de l'IREM&S

Le secrétariat de l'IREM&S de Poitiers est ouvert du lundi matin au vendredi après-midi, à l'exception des mardi et jeudi après-midi.

ne saurait combler ce manque. Peut-être certains se réjouiront-ils d'avoir à enseigner à un public plus facile. Le président de l'Union des classes préparatoires scientifiques (UPS), Mickaël Prost résume ainsi le débat : « *Le nouveau lycée formera mieux aux mathématiques les seuls élèves qui auront choisi de faire des mathématiques. C'est la principale crainte de tous ceux qui auraient souhaité la présence des mathématiques dans le tronc commun* ». Pour ma part, je fais partie de cette seconde catégorie, moins élitiste. Je soutiens totalement l'exigence de notre association qui demande deux heures de mathématiques dans le tronc commun en première et terminale de la voie générale, afin d'y consolider la maîtrise des mathématiques de base pour tous. Cela n'est pas contradictoire avec la nécessité de relever le niveau des élèves qui s'engageront dans une voie scientifique.

### La légende de la forge



« Voici donc comment Pythagore cherchait avec une ardeur soutenue de quelle manière il apprendrait les constantes des accords. Lorsque, en ce temps, par quelque volonté divine, passant devant un atelier de forgeron, il entendit que les marteaux résonnaient sous le choc, en tirant des divers sons une sorte d'accord. Etonné de trouver là ce qu'il cherchait depuis longtemps, il examina les poids des cinq marteaux en présence, et trouva que ceux qui répondaient selon l'accord de diapason avaient un poids double de l'autre. Deux des trois autres pesés entre eux ou avec l'un des deux premiers furent trouvés dans un rapport de poids égal à  $4/3$ ,  $3/2$  ou  $9/8$ . Quant au cinquième, en désaccord avec tous, il fut laissé de côté.



Et pour rendre plus clair ce qui a été dit, supposons que les marteaux avaient pour poids 12, 9, 8 et 6 ; les marteaux pesant 12 et 6 donnaient ensemble l'accord de diapason ; le marteau de poids 12 par rapport à celui de poids 9, et celui de poids 8 par rapport à celui de poids 6 s'unissaient selon le rapport de quarte  $4/3$ . Ceux de poids 9 et 6 d'une part, et de poids 12 et 8 d'autre part, donnaient en mêlant leurs sons l'accord de quinte ; ceux enfin de 9 et 8 donnaient l'accord de diatessaron  $9/8$ .[...] Ainsi découvrit-il la règle permettant d'obtenir un examen sûr et solide, au point de ne tromper par un jugement douteux aucun chercheur. »

Severinus Boecius (Boèce), *DE INSTITUTIONE MUSICA* (vers 510) Trad. Christian Meyer

Régionale de l'APMEP Poitou-Charentes  
IREM de Poitiers, Bâtiment H3, SP2MI Futuroscope,  
Bd Marie et Pierre Curie, TSA 61 125  
86073 Poitiers Cedex 9

Site : <http://apmep.poitiers.free.fr/>

Mél. [apmep.poitiers@free.fr](mailto:apmep.poitiers@free.fr)

Tél. 06.09.99.30.82

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication

Éditeur

APMEP, Régionale de Poitou-Charentes

Comité de rédaction

F. de Ligt

Siège Social

Voir adresse ci-dessus

F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne,  
J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon.

Dépôt légal

Imprimerie

IREM de Poitiers. Adresse ci-dessus.

Juin 2019