

Histoire d'algorithmes

Thierry Chevalarias, Frédéric De Ligt, Jean-Paul Guichard, IREM de Poitiers

Épisode 6 : L'algorithmique en Chine ancienne

Voici quelques exemples de problèmes tirés des *Neufs Chapitres* dont le nom complet est *Les Neufs Chapitres sur les procédures mathématiques*. De façon anachronique nous pourrions dire : *Les Neufs Chapitres sur les algorithmes mathématiques*. Tous les problèmes des *Neufs Chapitres* concernent des grandeurs. Leur présentation est standardisée sous la forme : énoncé, réponse, procédure. L'énoncé commence toujours par : *supposons que* ; ce qui montre que l'on pourrait avoir d'autres données numériques et donc que le problème a un caractère de généralité. Les procédures sont parfois instanciées, parfois partiellement instanciées, parfois générales ne faisant aucune références aux données du problème. Comme nous l'avons dit en introduction, on trouve des démonstrations de ces procédures dans les écrits des commentateurs, ainsi que des indices de leur mise en œuvre

1) Longueur et triangle rectangle : hypoténuse (IX.1 Base (gou) et hauteur (gu))

On pourra comparer avec le même problème vu chez Héron d'Alexandrie (I. 2).

Supposons que la base soit de 3 chi et la hauteur de 4 chi. On demande combien fait l'hypoténuse.

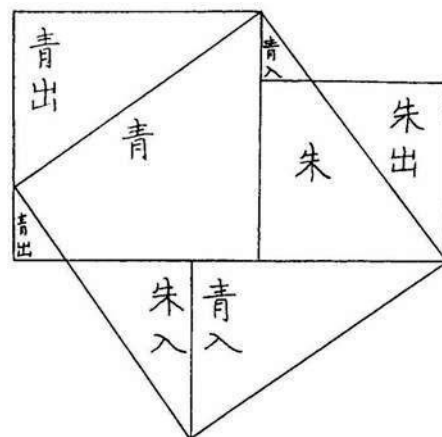
Réponse : 5 chi.

Procédure : base et hauteur étant chacune multipliée par elle-même, on somme (les résultats) et on divise ceci par extraction de la racine carrée, ce qui donne l'hypoténuse.

Commentaire de Liu Hui

« La base multipliée par elle-même fait un carré rouge, la hauteur multipliée par elle-même un carré bleu, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui rentre se compense l'un l'autre, que chacun se conforme à sa catégorie ; alors, du fait que l'on garde ceux qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire du carré de côté l'hypoténuse. »

La figure de départ est le triangle rectangle *vertical*. A vous de colorier les deux carrés, et de repérer les pièces des carrés rouge et bleu qui restent et celles qui sortent pour entrer, par translation, dans la surface du carré de l'hypoténuse.



2) Longueurs et triangle rectangle : équation (IX.6 Base (gou) et hauteur (gu))

Supposons que l'on ait un étang carré de 1 zhang de côté, au centre duquel pousse un roseau qui dépasse de 1 chi de l'eau. Quand on tire le roseau vers la rive, il arrive juste au bord. On demande combien valent respectivement la profondeur de l'eau et la longueur du roseau.

Réponse : la profondeur de l'eau vaut 1 zhang 2 chi, la longueur du roseau 1 zhang 3 chi.

Procédure : la moitié du côté de l'étang carré étant multipliée par elle-même, on en soustrait ce qui dépasse de l'eau, 1 chi, multiplié par lui-même. On divise le reste par le double de ce qui dépasse de l'eau, ce qui donne comme résultat la profondeur de l'eau. En ajoutant la quantité qui dépasse de l'eau, on obtient la longueur du roseau.

Indications sur les unités de longueur en Chine : 1 zhang = 10 chi, 1 chi = 10 cun.

3) Aire d'un rectangle : produit de fractions (I.19 Champ rectangulaire)

Supposons qu'on ait un champ de $\frac{4}{7}$ de bu de largeur et de $\frac{3}{5}$ de bu de longueur. On demande combien fait le champ.

Réponse : 12/35 de bu.

Procédure : *les dénominateurs multipliés l'un par l'autre font le diviseur ; les numérateurs multipliés l'un par l'autre font le dividende. On effectue la division du dividende par le diviseur.*

4) Fraction d'un volume : proportionnalité (II.1 Petit mil et grains décortiqués)

Supposons qu'on ait un dou de petit mil. Si on veut en faire du grain grossièrement décortiqué, on demande combien on en obtient.

Réponse : cela fait 6 sheng de grain grossièrement décortiqué.

Procédure : *si ayant du petit mil, on cherche du grain grossièrement décortiqué, on multiplie ceci par 3, et on divise par 5.*

Indications sur les unités de contenance en Chine : 1 dou = 10 sheng.

5) Partage équitable de prix : proportionnalité (III. 3 Parts pondérées en fonction des degrés)

Supposons qu'alors que Jia possède 560 sapèques, Yi 350 sapèques et Bing 180 sapèques, les trois personnes, passant ensemble une douane, paient en tout une taxe douanière de 100 sapèques. Si elles veulent payer en pondérant en fonction des quantités (SHU) de sapèques, on demande combien chacune.

Réponse : Jia paie 51 sapèques $41/109$ de sapèque ; Yi paie 32 sapèques $12/109$ sapèque ; Bing paie 16 sapèques $56/109$ de sapèque.

Procédure : *on place respectivement les quantités (Shu) de sapèques pour faire la rangée des coefficients de la pondération en fonction des degrés. Et on somme en auxiliaire, ce qui fait le diviseur. On multiplie par les 100 sapèques les coefficients que l'on avait avant qu'ils ne soient sommés, ce qui fait respectivement les dividendes. Effectuer les divisions des dividendes par le diviseur donne les résultats en sapèques.*

Les analyses de Karine Chemla pour la Chine font voir aussi que la recherche de procédures très générales et la démonstration de la validité des algorithmes [*Mathématiques et culture. Une approche appuyée sur les sources chinoises les plus anciennes*], ne sont pas que des préoccupations de l'algorithmique actuelle.

Références

CHEMLA Karine, Mathématiques et culture. Une approche appuyée sur les sources chinoises les plus anciennes, dans *La mathématique, I Les lieux et les temps*, dir. Claudio Bartocci et Piergiorgio Odifreddi, CNRS Editions, 2009.

CHEMLA Karine, GUO Shuchun, *Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, Dunod, Paris, 2005.

En guise de conclusion

Les exemples que nous avons pris dans trois civilisations anciennes (Égypte, Grèce, Chine) montrent l'importance qu'y occupait la pensée algorithmique dans le corpus mathématique. Cet éclairage historique sur le traitement algorithmique des mathématiques, peut nous amener à envisager que la pensée algorithmique, omniprésente dans le monde d'aujourd'hui, pourrait avoir une plus grande place dans le traitement des problèmes et techniques mathématiques que nous enseignons.