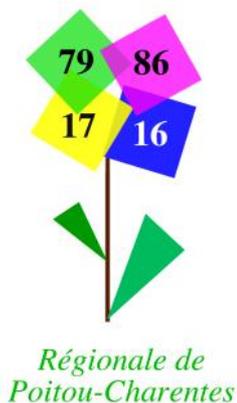




Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Corol'aire

Septembre 2017

n°110

On recommence ?

Sébastien Dassule-Debertonne

L'année passée a été dense en échanges avec le rectorat et les différents corps d'inspection. Des échanges riches, parfois complexes, mais qui ont conduit à une réussite dont peu de Régionales peuvent se prévaloir : la journée de la Régionale a accueilli plus de cent personnes à Saintes, dont un tiers de professeurs des écoles.

Pour une fois, la devise de l'APMEP « De la maternelle à l'université » trouvait pleinement son sens.

Les échanges entre les enseignants, qu'ils soient du même niveau ou qu'ils concernent des degrés différents ont été riches. Comme à l'accoutumée, la diversité des contenus aura certainement permis à tout un chacun de trouver matière à réflexion pour faire évoluer son enseignement. Mais ce sont aussi les échanges informels qui auront pu trouver une richesse nouvelle. En effet, l'APMEP propose, depuis longtemps, des contenus à destination des professeurs des écoles (je pense aux brochures Jeux École 1, 2 et 3 et aux fichiers Évariste), mais nous avons beaucoup de mal à les leur proposer réellement. Cette fois, nous avons pu les leur faire découvrir, mais nous avons aussi eu un retour sur les besoins d'accompagnements autour de ces brochures.

Pour nous qui avons toujours pensé que les premiers enseignants de mathématiques sont les enseignants de maternelle, nous espérons pouvoir pérenniser ces moments communs entre professeurs du secondaire et professeurs du primaire. Et, à la lumière de cette journée pas comme les autres, il est certain que nous devons aussi imaginer des moments spécifiques pour les professeurs des écoles. N'hésitez pas à prendre cette dernière phrase comme un appel à volontaires !

Après la Charente-Maritime, nous espérons pouvoir reconduire ces échanges dans tous les autres départements de la Régionale. Le comité s'en chargera pour ce qui concerne la journée de la Régionale. Toutefois, en tant qu'adhérents, vous avez peut-être un réseau local, quelques écoles autour de votre établissement, qui seraient prêtes à mener une réflexion locale sur l'enseignement des mathématiques. Vous pouvez nous en informer et nous pouvons réfléchir, avec vous, à la construction d'un moment d'échange.

À titre personnel, j'ai apprécié l'énergie et la synergie que j'ai rencontrées au cours de cette journée, et je suis convaincu qu'ensemble, nous avons fait avancer les mathématiques et leur enseignement.

Que tout ceux qui y ont contribué, en animant, en soutenant, en apportant leur caution, en organisant, en participant soient vivement remerciés.

Et l'an prochain, on recommence ?

Sommaire

Journée Régionale...	p.2
Rallye.....	p.6
Compte rendu du comité.....	p.7
Rapport moral.....	p.8
Rubricollage.....	p.9
Doit-on en rire ?.....	p.16

8^e Journée de la Régionale

La Journée de la Régionale s'est déroulée le 10 octobre dernier au collège René Caillié de Saintes. Le public nombreux – plus de cent personnes – comprenait pour la première fois une trentaine de professeurs des écoles issus de toutes les circonscriptions de Charente-Maritime.

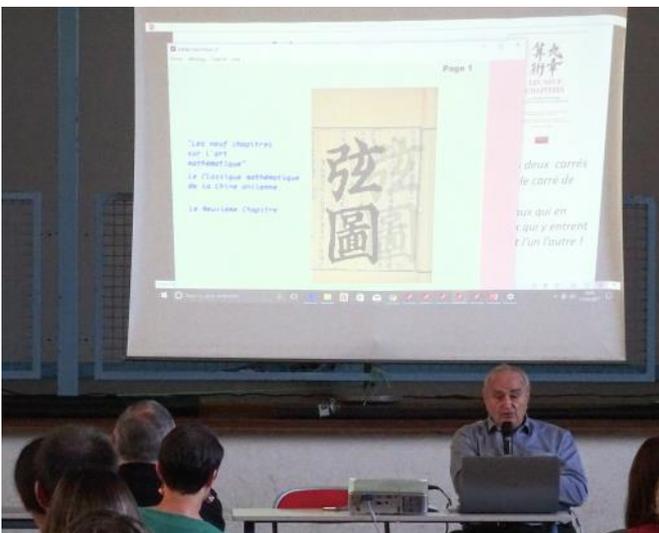
Le personnel du collège, très accueillant, avait préparé café et viennoiseries, ce qui nous a réchauffés après un trajet dans le froid et le brouillard.

Cette Journée de la Régionale a été ouverte par Sébastien Dassule-Debertonne, président de l'association, suivi de Sébastien Peyrot, IA-IPR de mathématiques, qui a rappelé l'intérêt de Madame la Rectrice envers nos activités qui entrent pleinement dans la priorité académique du travail inter-degrés. Enfin, Bernadette Vié, IEN de Charente-Maritime en charge des mathématiques, s'est réjoui de la richesse des échanges que les professeurs des écoles, des collèges et des lycées pouvaient avoir dans le cadre de notre association.



Un public nombreux et attentif.

La Journée est entrée dans le vif du sujet avec la conférence d'André Déledicq intitulée « Puzzles et géométrie ». À l'aide d'illustrations toujours bien pensées et d'animations très pertinentes, André s'est attelé à montrer comment les puzzles, par découpages et réorganisations, permettaient de démontrer des théorèmes comme le célèbre théorème de Pythagore et le magnifique théorème de Bolyai. Même si la conférence a paru « perchée » à certains participants, nul doute que la bonhomie du conférencier, qui a su jouer avec les soucis informatiques, a permis à tous d'accéder à une nouvelle facette des mathématiques et peut-être aussi de s'emparer d'idées à réinvestir dans les classes, tous cycles confondus.



A. Déledicq, au carrefour des cultures.

Déviant de son sujet, André Déledicq a terminé par un petit cadeau en expliquant comment Newton avait compris que la loi de la gravitation était en $1/r^2$. Les habitués de ses conférences auront retrouvé ce qui caractérise ce lauréat des prix Erdős et d'Alembert : l'envie furieuse de vulgariser et de faire aimer les mathématiques.

Suite à cette conférence, et après un intermède ayant permis à tous de consulter les brochures de l'APMEP et de l'IREM, nous avons procédé à l'assemblée générale de l'association. Sébastien Dassule-Debertonne, Corinne Parcelier et Jean-Marie Parnaudeau ont présenté les activités de l'association (voir rapport moral dans ce numéro) et le bilan financier. Ces deux rapports ont été adoptés à l'unanimité. Le comité se représentait dans son ensemble. Il est rejoint par deux professeurs de lycée professionnel : Marie Guillaume et Laurent Barbeau. Ce comité est élu à l'unanimité. L'assemblée soulève la question de l'organisation des Journées Nationales en 2022 ou 2023. Sébastien rappelle à l'assemblée les grandes lignes de l'organisation d'un tel congrès (environ 1000 personnes pendant 4

jours) dont la dernière organisation, dans l'académie, date de 2008. Le comité débattrait de la question lors de sa prochaine séance

Après cette riche matinée, tout le monde avait besoin de se poser autour du repas préparé par les agents du collège. Un petit tour par les brochures et déjà les travaux reprenaient à 13 h 30.

Répartis dans différents ateliers, les participants ont pu découvrir et échanger autour de thèmes variés.

Jean Fromentin, en habitué, a présenté quelques activités publiées dans les différentes brochures Jeux-École de l'APMEP. Le public, composé de nombreux professeurs des écoles, découvre – ou retrouve – des activités ayant trait au calcul mental, à la géométrie ou aux problèmes. Ces activités suscitent beaucoup de réactions. Interrogée, Agnès Ségué qui enseigne à l'école du Château (Oléron), admet, enthousiaste : « C'est sympa d'avoir cet échange [intercycle]. Les jeux sont super adaptés à nos pratiques. ». D'autres, bien que comprenant l'intérêt, regretteront que les objectifs d'apprentissage ne soient pas explicités. Nous avons entendu cette remarque et envisageons de proposer des ateliers spécifiques de travail aux professeurs des écoles autour de cette problématique.



Un public inspiré par les activités ludiques présentées par Jean.



Corinne présente des dossiers réalisés par des classes.

Nous avons aussi décidé de proposer un atelier sur le Rallye Mathématique de Poitou-Charentes afin d'expliquer comment s'emparer d'un tel événement et organiser ses enseignements. Corinne Parcelier, qui participe à l'organisation du Rallye, s'est attelée à cette présentation en évoquant d'abord le processus de construction puis en présentant des productions d'élèves. Le niveau d'aboutissement de certaines productions a fait débat. À cette occasion, le règlement et l'évaluation des dossiers ont été explicités. Ces remarques seront reprises et discutées dans le groupe Rallye qui ne manquera pas d'en tenir compte.

La venue de l'exposition Maths & Puzzles à la médiathèque de Saintes est un des temps forts de la Fête de la Science dans cette ville agréable. Nous nous réjouissons que le planning de réservation des classes soit déjà quasiment complet. Lors de l'inauguration, Dominique Gaud était venu présenter cette exposition et former les bibliothécaires et les conseillers pédagogiques. À l'occasion de la Journée de la Régionale, tout au long de son atelier, Audrey Fayollat a fait découvrir aux enseignants du premier degré la richesse des contenus au regard des programmes du premier degré et montrer comment ces contenus pouvaient être utilisés en classe. D'un autre côté un groupe de collègues de lycée et de collège a suivi de manière très attentive la visite de l'exposition.

Trois professeurs du supérieur, Sylvie Alayrangues, Samuel Peltier et Laurent Signac, ont présenté le travail sur l'algorithmique qu'ils proposent dans des écoles et à l'Espace Mendès France de Poitiers. Ils nous ont montré les différentes activités créées et proposées à un public aussi divers que des élèves d'élémentaires ou des retraités. Le but était bien de travailler la pensée algorithmique sans machine. Au travers de jeux très divers, nous avons expérimenté leurs ateliers (dont les fiches techniques sont accessibles sur <http://bit.ly/2hQ4zfa>) et avons pu réfléchir à l'importance et au bénéfice d'un passage à l'algorithmique débranchée pour mieux maîtriser ensuite un travail de programmation.



Des algorithmes sans ordinateurs.

Les équipes de l'APMEP Poitou-Charentes et de l'IREM de Poitiers travaillant souvent ensemble, nous leur avons, cette année encore, proposé d'animer quatre ateliers. Rappelons que les travaux de l'IREM s'appuient sur les recherches du didacticien Yves Chevillard et consistent à enseigner les mathématiques par les grandeurs. Cette notion de grandeur permet en effet aux professeurs de justifier leur enseignement mathématique en l'ancrant concrètement dans la vie réelle. Ce sont ces ateliers qui sont relatés dans la suite de cet article.

Cyrille Kirch et Olivier Jutand ont présenté un travail autour de l'application Shazam sur Smartphone. Cette appli qui permet de reconnaître des contenus musicaux offre une visualisation d'un son complexe. Ce son, et toute l'étude qui est menée, offre la possibilité de donner du sens à l'enseignement des fonctions trigonométriques et des fonctions associées. Les animateurs, dont la conviction du bien fondé de l'activité transparait dans l'énergie qu'ils mettent à la présenter, ont embarqué leur auditoire dans une écoute studieuse.



Des mathématiques à partir du son, ça s'écoute.

Matthieu Gaud et Cyril Redondo, enseignants en mathématiques au collège Pierre Mendès France de La Rochelle, ont mis en place un projet mathématique dans les écoles primaires de leur secteur afin d'aider les professeurs des écoles à enseigner les notions mathématiques. Ce projet fait suite au constat du manque de formation des professeurs des écoles dans notre discipline. Au cours de l'atelier qu'ils ont animé, Matthieu et Cyril ont décrit les activités qu'ils ont expérimentées à l'école primaire afin de faire naître dans l'esprit des élèves les notions d'angle et de durée en leur faisant construire puis manipuler un instrument de mesure (sablier pour les durées, fausse équerre pour les angles). La construction et la manipulation d'un objet matériel permet aux élèves, encore trop jeunes pour



Un atelier inter-degré.

faire preuve d'un niveau d'abstraction suffisant, d'appréhender concrètement chaque grandeur étudiée dans l'enseignement des mathématiques du cycle 3.

1,209 € le litre de gazole, est-ce cher ? Comment répondre en classe à cette question ? Matthieu Gaud et Jean-Paul Guichard présentent le site du gouvernement de comparaison des prix des carburants ainsi que les questions que l'on peut se poser avec les élèves pour étudier ce site : comment est programmé le comparateur de prix ? (utilisation de Scratch pour répondre), quelle est la moyenne, la médiane des prix ? Les participants réfléchissent ensuite à l'exploitation qui peut être faite en classe de quatre tickets de caisse pour traiter une partie du programme de mathématiques du cycle 4. Enfin, Jean-Paul et Matthieu proposent aux participants des situations faisant intervenir les prix et leur demandent de les relier aux grandes questions sur les prix et aux connaissances du cycle 4. L'étude de situations réelles permet de couvrir les deux tiers du programme du cycle 4.

Dans un dernier atelier, Philippe Chauvin et Nicolas Minet exposent un parcours pour la classe de seconde s'intitulant « Comment parler du climat ? ». De façon générale, un parcours consiste, à partir d'une question, ici sur le climat, à répondre à une problématique de départ et à l'illustrer. Les élèves ont dû effectuer des recherches sur le changement climatique, en lien avec le programme de géographie. À partir de ces résultats, différentes études sont proposées pour illustrer le changement climatique. Ainsi, nous ne partons pas d'un chapitre tel que nous le connaissons mais plutôt d'un thème où les mathématiques vont être un outil pour construire des réponses. Les deux premières études permettent de travailler les statistiques descriptives, la suivante d'aborder les fonctions affines, la dernière de travailler la notion de fonction. Les idées présentées nous amènent à repenser les progressions que l'on peut proposer en mathématiques.



Météo au beau fixe dans l'atelier sur le climat.

Après ces riches travaux, la journée s'achève et les participants repartent, sous le soleil, avec des idées, toujours, et des brochures, souvent.

Terminons en adressant nos remerciements chaleureux à M. Ployaut, principal du collège René Caillié et à toutes ses équipes, avec une attention particulière aux agents techniques qui ont été très attentifs à la réussite de cette journée.



Toujours autant de succès pour l'expo Maths & Puzzles.

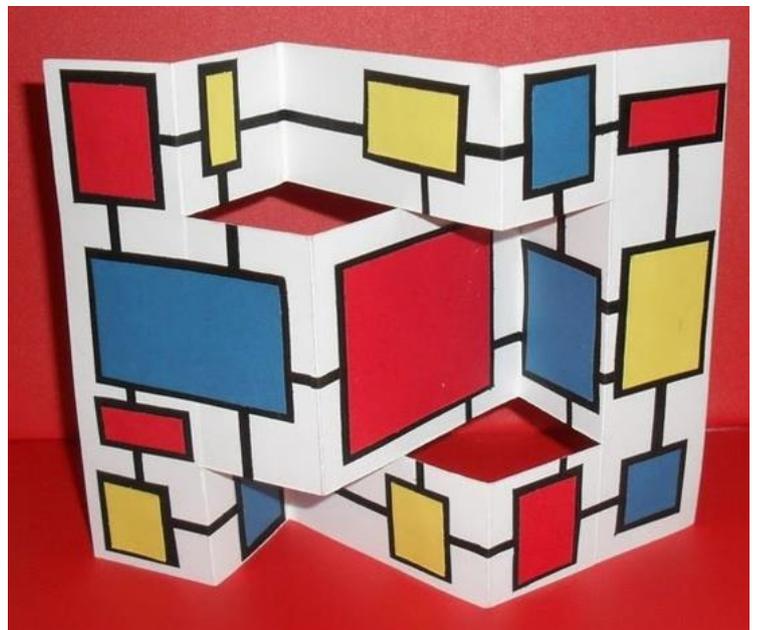


Des Peintres, des Maths et Nous !

Tel est donc le thème retenu pour l'édition 2018 de notre Rallye. L'équipe organisatrice s'est réunie le mercredi 4 octobre dernier pour travailler plus particulièrement sur ce thème. À cette occasion, nous avons accueilli, avec grand plaisir, Laure Dudoigt dans notre équipe dont les actif-ve-s sont maintenant plus nombreux-ses que les retraité-e-s.

Comme les années passées, un courrier sera envoyé, fin novembre, dans tous les collèges et lycées d'enseignement général et professionnel, publics et privés, de l'académie comprenant le bulletin d'inscription, les modalités du Rallye et le bilan de l'édition 2017.

Nous mettrons en ligne, début décembre, les épreuves d'entraînement qui comprendront, pour la partie thème, les pistes de recherche documentaire et les productions à réaliser avant l'épreuve finale, et pour la partie problèmes, ceux de l'épreuve finale de l'édition 2016.



Les inscriptions se dérouleront du 1^{er} décembre 2017 au 15 janvier 2018 et les droits d'inscriptions qui restent à fixés 6 € par classe devront être réglés avant le 9 février 2018. L'épreuve aura lieu pendant la Semaine Nationale des Mathématiques, le mardi 13 mars.

Traditionnellement, nous ne nous imposons pas de prendre comme thème celui de la Semaine Nationale des Mathématiques qui sera, en 2018, *Mathématiques et mouvement* ; nous l'incluons plutôt dans la partie problèmes.

Bien sûr, nous espérons que vous serez nombreux à inscrire vos classes pour que les mathématiques soient une fête largement partagée.

Compte-rendu du comité du 27 sept. 2017

Calendrier

Les dates des comités sont fixées pour l'année scolaire aux 6 décembre 2017 ; 28 mars 2018 et 13 juin 2018.

Journée de la Régionale

Julien Michel évoque la possibilité d'un questionnaire d'évaluation. L'objectif est de pouvoir s'appuyer sur lui au moment de défendre nos actions auprès des instances officielles. Cécile entreprend de rédiger le questionnaire. Il devrait avoir une forme numérique.

Expositions

Expo Puzzle

L'inauguration à la médiathèque de Saintes aura lieu mardi 3 octobre à 17 h 30. Dominique Gaud sera présent pour former les animateurs. Il représentera l'IREM. Corinne Parcelier représentera l'APMEP.

La version de l'expo itinérante que nous possédons sera présentée lors des Journées Nationales à Nantes. Cécile se charge de coordonner l'organisation des tours de garde en fonction des disponibilités de chacun-e. En dehors de leurs présence, le matériel ne sera pas manipulable.

Nous remercions M. Celerier, le fabricant de nos puzzles en bois qui accompagneront l'exposition.

Location

Frédéric de Ligt demande l'édition rapide d'une convention entre l'APMEP Poitou-Charentes seule et les structures qui empruntent notre version itinérante de l'expo. Sébastien Dassule-Debertonne doit se mettre d'accord avec l'EMF.

L'expo sera livrée avec un catalogue en consultation. Pour le conserver, nous le proposerons au prix adhérent (21 €).

Frédéric de Ligt annonce qu'il ne s'occupera plus de gérer les emprunts d'expo après la prochaine assemblée générale de l'association. Le travail consiste à gérer les commandes, assurer la comptabilité, et souvent la livraison aux 4 coins de l'académie.

On propose de conserver une gestion centralisée mais de répartir les livraisons en fonction des différentes zones à couvrir. Il faudra des volontaires ... d'ici le 6/12.

Prochaine Expo

Quel thème pourrait susciter l'intérêt de la maternelle à l'université ? Permettrait de conserver la collaboration fructueuse avec l'AGEEM ?

Une réunion de travail se tiendra le 8 novembre prochain.

Rallye

Cette année, l'équipe s'est étoffée d'une nouvelle recrue. Bienvenue à Laure Dudoit qui vient gonfler le groupe des actif-ve-s. Le groupe est désormais composé de 10 actifs contre 8 retraité-e-s.

Lors de la dernière réunion du groupe, il a été longuement évoqué la question du financement, en particulier pour acquérir des lots à visée mathématiques, plutôt que des goodies.

Les 105 places du Futuroscope sont pérennisées.

Les discussions avec l'AMOPA avancent, d'autant que suite à la venue de son représentant à la dernière remise des prix, l'association souhaite vivement soutenir notre événement. Son président national sera d'ailleurs très probablement présent lors de la prochaine remise des prix. Il nous a également été demandé de rédiger un article pour le bulletin national de l'AMOPA.

Le président de l'AMOPA 86 sera invité à participer à l'une des réunions du groupe et/ou à l'épreuve finale dans une des classes.

Nous sollicitons également la CASDEN, les Conseils Départementaux, la MAIF, dans les 4 départements pour une contribution financière.

Nous avons décidé de maintenir le tarif d'inscription à 6 euros par classe.

Le comité valide le passage de 5 à 4 classes primées au maximum par niveau.

Lien avec le Futuroscope

Les premières fiches pédagogiques seront livrées en décembre. Une réunion se tiendra le 8 novembre pour les finaliser.

Ateliers

Le projet n'est pas assez avancé pour cette année. Il est reporté.

Nous profitons de l'occasion pour réaffirmer à Pierre-Jean tout notre soutien dans la période difficile que son épouse et lui traversent actuellement.

Rapport Moral, année 2016-2017

1) Adhérents

La Régionale compte environ 130 adhérents.

2) Financement

Le financement de l'association est assuré par :

- les adhésions (montant reversé par le National)
- la participation au Rallye,
- la location des expositions
- les brochures.

3) Expositions

Toutes les expositions déjà existantes continuent à être louées par la Régionale. L'exposition « Maths & Puzzles » a été exposée pendant huit mois à l'EMF et commence ses résidences à la médiathèque F. Mitterrand de Saintes. Une version itinérante est disponible à la location auprès de la Régionale.

4) Rallye mathématique de Poitou Charentes

Près de 12000 collégiens et lycéens se sont engagés dans le Rallye 2017, organisé pendant la Semaine Nationale des Mathématiques. Le thème était « Nombres, Formes et Jeux ». Le Rallye est réalisée en partenariat avec l'IREM et avec le concours des IPR. La remise des prix a eu lieu le 7 juin à la Faculté de Sciences Économiques de Poitiers, après-midi au cours de laquelle Mikaël Launay a fait le bonheur des 300 lauréats présents. Le rallye est soutenu par le Futuroscope et a reçu un financement de l'AMOPA, Association des Membres de l'Ordre des Palmes Académiques.

5) Corollaire

Il continue à paraître à raison de 4 fois par an, en version électronique.

6) Lien avec le Rectorat

Sébastien Dassule-Debertonne, Philippe Rogeon et Corinne Parcelier ont été reçus en audience par Mme la Rectrice Bisagni-Faure. L'objet initial était la pérennité de la Journée de la Régionale au PAF, mais les débats ont été étendus par Mme la Rectrice à la formation, en particulier celle des professeurs des écoles. Nous avons été ensuite invités à une table ronde autour de ce thème

avec les différents acteurs de la formation. Cette table ronde nous a permis d'accueillir pour la première fois 30 professeurs des écoles au cours de la journée de la Régionale. Mme la Rectrice est venue aussi visiter l'exposition Maths & Puzzles. L'inspection Régionale de mathématiques soutient les actions de l'APMEP.

7) Site de la Régionale

Jacques Germain assure la maintenance de notre site qui est alimenté régulièrement par les actions de l'association.

8) Lien avec le Futuroscope

Après le partenariat pour le Rallye, nous avons proposé, en lien avec l'IREM de Poitiers, de réaliser des fiches pédagogiques pour le Futuroscope. Les premières fiches doivent être livrées fin 2017.

9) Lien avec le National

Pierre-Jean Robin et Frédéric de Ligt nous représentent au National. Sébastien Dassule-Debertonne a plusieurs fois regretté de ne pas recevoir les ordres du jour des comités nationaux ni des séminaires.

10) Partenariats

Nous fonctionnons en étroite collaboration avec l'IREM de Poitiers qui nous héberge.

Avec l'Inspection, les relations sont très cordiales. Nos annonces sont diffusées sur le site académique et via la liste de diffusion académique. Une partie des frais de déplacement liés à l'organisation du Rallye a été prise en charge par le Rectorat, la Journée Régionale est inscrite au PAF.

À l'occasion de la mise en œuvre de l'exposition Maths & Puzzles, un travail spécifique a été mis en place avec l'AGEEM. Nous avons réalisé des actions de formation communes auprès des professeurs des écoles (maternelle en particulier) ainsi que des actions dans les classes.

Nous avons aussi travaillé avec l'Espace Mendès France qui nous fournit la version itinérante de cette expo.

Ru – Bri – COL\AGE

Frédéric de Ligt

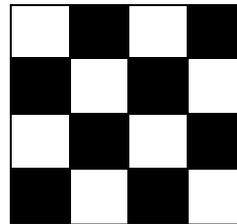
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

110-1 proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon) :

De combien de façons peut-on positionner quatre rois noirs (supposés indiscernables) sur un échiquier 4x4 de sorte qu'il n'y ait aucun échec mutuel ?



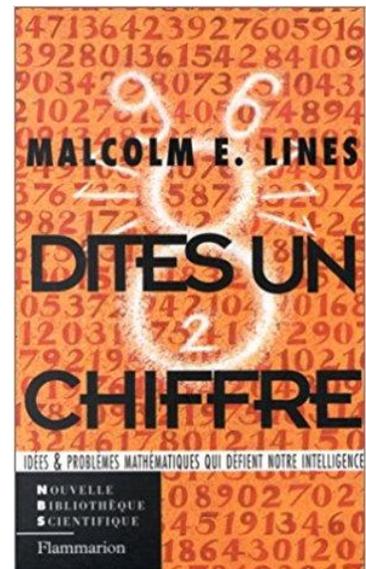
110-2 proposé par Nicolas Minet (Dissay) :

En utilisant deux fois chacun des chiffres 0, 1, 2, 3 et 6 dans cette fraction $\frac{\dots^{\times}\dots}{\dots^{\times}\dots}$ il est possible d'obtenir un quotient valant à très peu près le nombre d'or. Voyez-vous comment ?

110-3 proposé par Frédéric de Ligt (Montguyon) :

En parcourant le livre de Malcolm E. Lines intitulé *Dites un chiffre* (édition Flammarion) je suis tombé page 34 sur la présentation du résultat étonnant ci-dessous :

0,1
1
2
3
5
8
13
21
34
55
89
144
...



0,11235955056...

Vous aurez reconnu la suite de Fibonacci dans cette addition infinie décalée. Une suite très liée à un célèbre nombre irrationnel dont il a été question dans l'exercice précédent. Pourtant l'auteur annonce que cette somme vaut $\frac{10}{89}$, un nombre rationnel ! Bien sûr une preuve de cette affirmation n'a pas trouvé place dans ce type d'ouvrage à destination d'un large public. Mais peut-être serez-vous curieux d'en chercher une ?

110-4 *proposé par Jean-Christophe Laugier (Rochefort) :*

On attribue une couleur à chaque arête de K_n (graphe complet à n sommets, $n \geq 3$). Combien de couleurs au minimum doit-on utiliser pour être assuré de l'existence d'un triangle dont les trois arêtes soient de couleurs différentes ?

110-5 *proposé par Walter Mesnier (Poitiers) :*

En utilisant les quatre opérations habituelles et chacun des quatre nombres une et une seule fois :

- 1) Trouver 24 avec 1, 5, 5, 5
- 2) Trouver 17 avec 2, 5, 6, 6
- 3) Trouver 21 avec 1, 5, 6, 7

Enfin, en lien avec l'énoncé 109-4 dont la solution est présentée dans cette rubrique, un légendaire tirage du « compte est bon ».



Des solutions

108-1 *Une observation d'Emile Borel :*

Un problème de loterie

« C'est un fait assez remarquable qu'il y ait exactement le même nombre total de paires dans les numéros à une paire et dans les numéros à deux paires. Le fait ne se produit pas pour toutes les valeurs du nombre total de chiffres employés (ici égal à 10 puisque nous utilisons le système décimal) et du nombre de chiffres formant les numéros considérés. »

(Les numéros utilisés dans cette loterie possèdent tous six chiffres.)

- 1) Que vaut ce nombre total de paires évoqué par Emile Borel ?
- 2) Dans quelles bases et pour quels numéros cette coïncidence peut-elle se reproduire ?

Solution de Frédéric de Ligt

L'extrait proposé est tiré du petit Que sais-je ? « La probabilité et la vie » (1943, p.98).

1) Un numéro de loterie à 6 chiffres peut bien sûr comporter dans son écriture un ou plusieurs zéros à sa gauche. Les numéros de loterie constitués de cinq chiffres différents sont exactement ceux qui comportent une seule paire. Leur nombre est $10 \times \binom{6}{2} \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 453600$.

Les numéros de loterie comportant exactement deux paires différentes quant à eux sont au nombre de $\binom{10}{2} \times \binom{6}{2} \times \binom{4}{2} \times 8 \times 7 = 226800$. Ce qui fournit un total de $2 \times 226800 = 453600$ paires pour ce type de numéros.

2) Si l'on dispose maintenant de p chiffres et que le numéro du billet en comporte n , le nombre de billets où figurent une seule paire est donné par l'expression :

$$p \times \binom{n}{2} \times (p-1) \times (p-2) \times (p-3) \times (p-4).$$

Le nombre de billets où figurent exactement deux paires différentes vaut quant à lui :

$$\binom{p}{2} \times \binom{n}{2} \times \binom{n-2}{2} \times (p-2) \times (p-3).$$

On cherche donc à résoudre :

$$p \times \binom{n}{2} \times (p-1) \times (p-2) \times (p-3) \times (p-4) = 2 \times \binom{p}{2} \times \binom{n}{2} \times \binom{n-2}{2} \times (p-2) \times (p-3)$$

Expression qui heureusement se simplifie beaucoup pour donner :

$$2p = n^2 - 5n + 14.$$

On retrouve le fait que pour $n = 6$ alors $p = 10$. Comme $n^2 - 5n + 14 > 0$ et que pour tout entier naturel n l'expression $n^2 - 5n + 14$ donne toujours un résultat pair, on peut donc trouver une base quand on connaît le nombre de chiffres du numéro du billet de façon à ce que les quantités de paires coïncident.

108-2 de Jean-Christophe Laugier :

Quel est le nombre maximal de régions du plan déterminées par n cercles ?

Solution de Frédéric de Ligt

Un cercle partage le plan en deux régions. Deux cercles peuvent faire apparaître jusqu'à quatre régions et trois cercles jusqu'à huit régions. Est-ce à dire que n cercles vont pouvoir créer jusqu'à 2^n régions ? Trop simple !

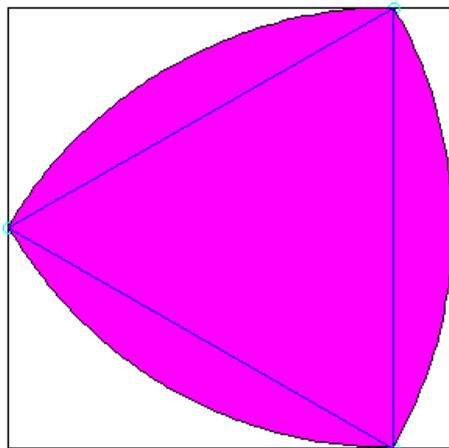
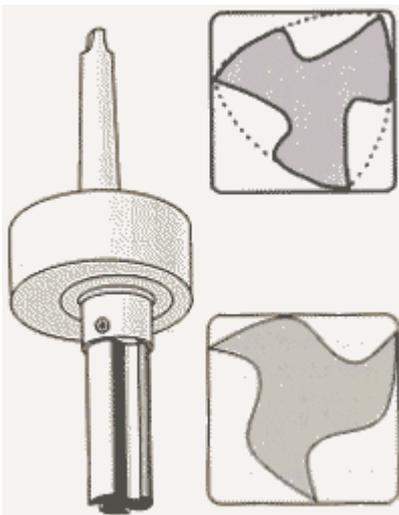
Supposons que n cercles aient pu partager le plan en un maximum de r_n régions. Le partage du plan par un cercle supplémentaire comportera un maximum de régions si ce cercle coupe chacun des n premiers cercles en deux points créant ainsi $2n$ nouveaux points d'intersection. Le nouveau cercle sera donc partagé en $2n$ arcs de cercles, faisant apparaître $2n$ nouvelles régions. Si on note maintenant r_{n+1} le nombre de régions ainsi obtenues on a la relation de récurrence :

$$r_{n+1} = r_n + 2n \text{ avec } r_1 = 2.$$

L'expression du terme général est donc $r_n = n(n-1) + 2$

109-1 proposé par Frédéric de Ligt :

L'ingénieur britannique Harry Watts a inventé dans les années 1930, un foret en forme de triangle de Reuleaux. Il disait dans ses dépliants publicitaires : "Qui croira que j'ai un outil qui peut percer des trous carrés ?".



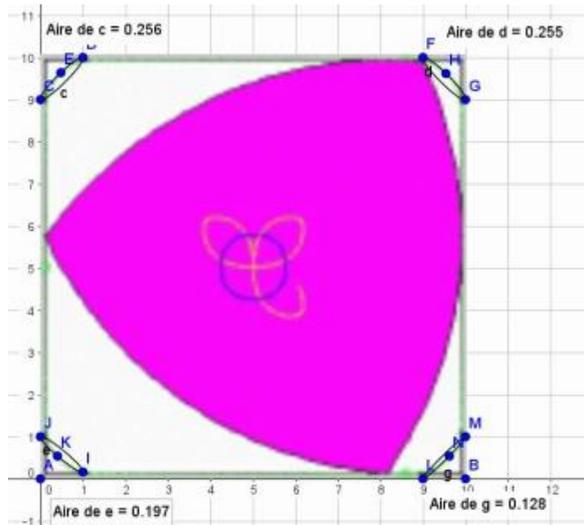
<http://www.encyclopedie-incomplete.com/?Trou-Carre>

En fait il y a un peu d'exagération dans cette affirmation de Harry Watts. Le trou n'est pas tout à fait carré, en effet les sommets ne sont pas atteints par le foret.

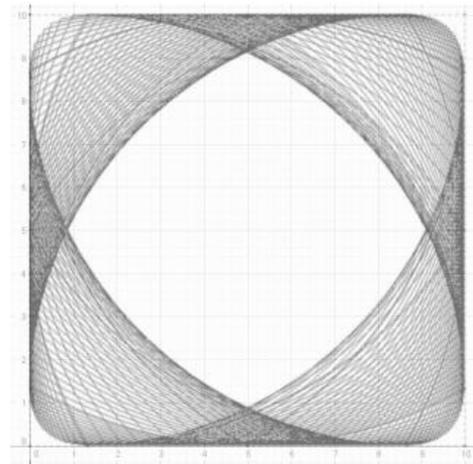
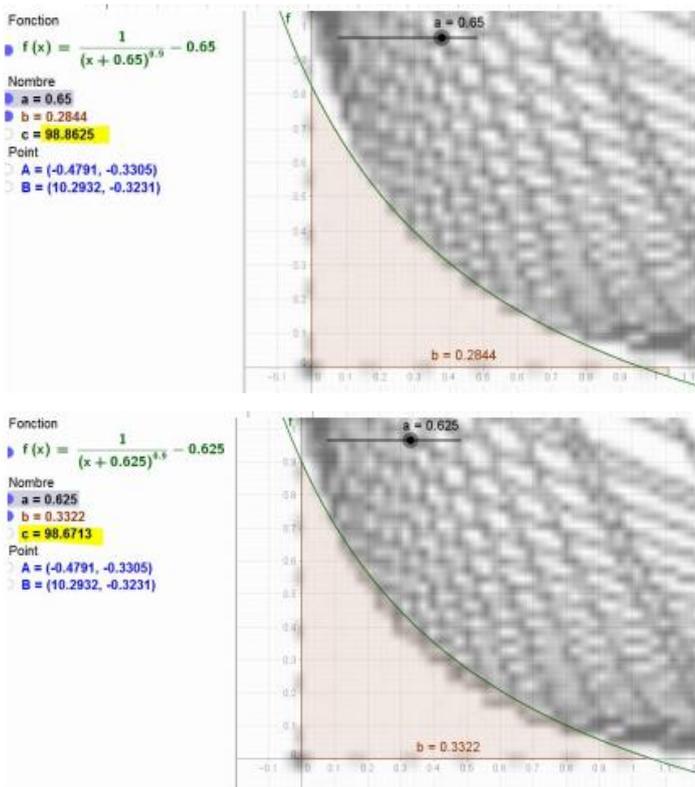
Quel pourcentage de l'aire du carré ce foret permet-il quand même d'atteindre ?

Solution de Walter Mesnier

Par curiosité mais sans calcul, à la manière de nos élèves de 6^e formés sur les grandeurs à la sauce IREM, j'utilise GeoGebra pour approximer grossièrement l'aire des quatre coins (portions d'ellipses)



Je répondrais que le foret permet d'atteindre entre 98% et 99% de l'aire du carré. Je suis tenté par une approximation plus précise à l'aide de la figure trouvée sur Wikipédia et importée sur GeoGebra. Je cherche simplement à approcher l'aire d'un coin à l'aide de l'intégrale d'une fonction choisie un peu au « pif » et j'en déduis que le foret permet d'atteindre entre 98,67% et 98,86% de l'aire du carré. Qui dit mieux ?



Solution de Frédéric de Ligt

J'ai mieux mais à quel prix ! Si le carré a un côté de longueur 1, j'obtiens après de gros calculs pas évidents que le foret balaye une aire valant très exactement $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{6} - 3 \approx 0,9877$. Soit environ 98,77% de l'aire du carré, le centre de l'intervalle proposé par Walter Mesnier. Pour ne pas être indigeste, je ne détaillerai pas tous les calculs.

Dans le repère (O ; I ; J) on a :

$$N_i \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0 \right);$$

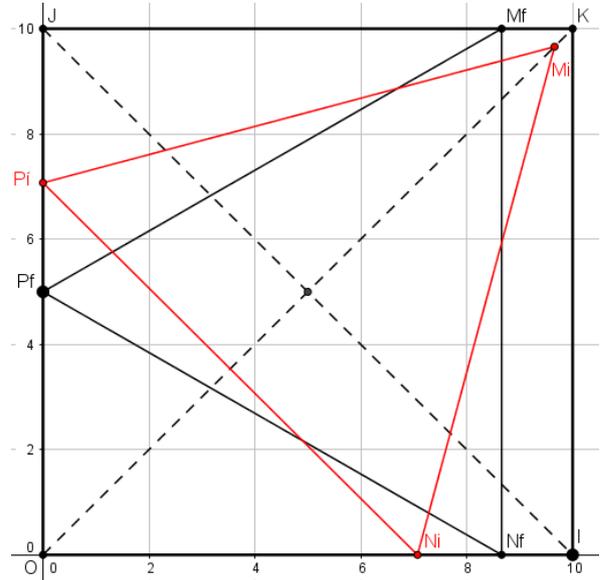
$$P_i \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2} \right);$$

$$M_i \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \right);$$

$$N_f \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0 \right);$$

$$P_f \left(0; \frac{1}{2} \right);$$

$$M_f \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1 \right).$$



Soit $N(x, 0)$ tel que $N \in [N_i, N_f]$ et donc tel que $x \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$. On peut construire le triangle équilatéral MNP de côté 1 avec $P \in [P_i, P_f]$ de coordonnées $P(0, \sqrt{1-x^2})$ et $M(X; Y)$ intérieur au carré. Il s'agit dans un premier temps de décrire le morceau de courbe parcourue par le point M quand x varie dans son intervalle et donc de trouver une relation contrainte entre X et Y .

Une rotation orientée de centre N et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ amène P en M . Un calcul classique donne alors les relations :

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} \\ Y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} \end{cases}$$

D'où l'on tire $X^2 - Y^2 = -x^2 + \frac{1}{2}$ et $(\sqrt{3}Y - X)^2 = x^2$ et finalement $X^2 + Y^2 - \sqrt{3}XY - \frac{1}{4} = 0$ (1). Il s'agit de l'équation d'une ellipse dont les axes sont portés par les bissectrices du repère (O, I, J). On va donner une équation de cette ellipse dans le nouveau repère (O, I', J'), obtenu par une rotation orientée autour de O d'angle $\frac{\pi}{4}$ du repère (O, I, J). Si dans le repère (O, I, J) on a $M(X, Y)$ alors

dans le repère (O, I', J') on a $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y; -\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y\right)$. En posant $X' = \frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y$ et

$Y' = -\frac{\sqrt{2}}{2}X + \frac{\sqrt{2}}{2}Y$ on a $X = \frac{\sqrt{2}}{2}X' - \frac{\sqrt{2}}{2}Y'$ et $Y = \frac{\sqrt{2}}{2}X' + \frac{\sqrt{2}}{2}Y'$. En injectant ces deux expressions dans la relation (1) on obtient une équation de l'arc d'ellipse d'extrémités M_i et M_f dans le repère (O, I', J') :

$$\left(\frac{X'}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}} \right)^2 + \left(\frac{Y'}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \right)^2 = 1$$

Dans ce nouveau repère $M_i\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}; 0\right)$ et $M_f\left(\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{4}; \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)$.

On cherche ensuite l'aire sous l'arc d'ellipse dans (O, I', J').

D'une façon générale soit une ellipse d'équation $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$ avec a et b strictement positifs et $c \in [0; a]$, alors l'aire sous l'arc d'ellipse limité par les points de coordonnées $(a; 0)$ et $(c, \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2})$ vaut $\frac{ab}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{c}{a^2} \sqrt{a^2 - c^2} - \text{Arc sin} \left(\frac{c}{a} \right) \right)$. Je laisse au lecteur le soin de redémontrer cette formule. Cela demande du soin mais c'est assez classique.

On applique cette formule au cas étudié. Ici $a = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $c = \frac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{4}$. L'aire sous l'arc d'ellipse d'extrémités M_i et M_f dans le repère (O, I', J') vaut alors $\frac{\pi}{48} - \frac{1}{16}$.

Par ailleurs, si on note M_{1f} le projeté orthogonal M_f sur l'axe (OI'), alors l'aire du triangle rectangle $KM_{1f}M_f$ vaut $\frac{7}{16} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Finalement, la partie du carré qui n'est pas atteinte par le foret a une aire de $8 \times \left(\frac{7}{16} - \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{16} - \frac{\pi}{48} \right) = 4 - 2\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ et la partie balayée a donc une aire de $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{6} - 3 \approx 0,9877$.

109-4 proposé par Serge Parpay :

Dans l'épreuve finale du rallye de seconde un exercice mettait en évidence la curiosité numérique suivante : $952 = 9^3 + 5^3 + 2^3 + 9 \times 5 \times 2$. Existe-t-il d'autres nombres de trois chiffres possédant la même propriété ?

Solution de Walter Mesnier

Comme il faut se mettre à l'algorithmique, voici ce que j'ai tapé en Python et les trois solutions que j'obtiens :

```

1 # Créé par WM, Le 14/07/2017 avec EduPython
2 for x in range(100,1000):
3     a=int(str(x)[0])
4     b=int(str(x)[1])
5     c=int(str(x)[2])
6     if a**3+b**3+c**3+a*b*c==x:
7         print(x)
8
9
10
11
12

```

```

Console Python
*** Python 3.4.5 [Continuum Analytics,
Inc.] (default, Jul 5 2016, 14:56:50
) [MSC v.1600 32 bit (Intel)] on win32
.
***
>>>
*** Console de processus distant
Réinitialisée ***
>>>
370
407
952
>>>

```

Doit-on en rire ?

La Journée de la Régionale est l'occasion d'échanges riches et fructueux entre professeurs de mathématiques.

Voici deux petits bijoux de curiosités mathématiques que nous a apportés Daniel Daviaud à cette occasion.

Aire ou périmètre ?

Cette pochette contenait une plaque en aluminium pour obstruer une cavité avec ses dimensions en cm. Inutile de vous dire en quoi cette information est plutôt curieuse ! C'est vraiment (d') un drôle de type.



Colgate + fort que fort !

On n'arrête pas le progrès : les bactéries n'ont qu'à bien se tenir ! Mais c'est vrai qu'il y a la petite étoile, ce qui ressemble à un pourcentage de proportion (!) est bien un pourcentage d'évolution.

Il y avait les virages à 360° ; c'est maintenant le nettoyage des dents à 360° ! Il suffit donc tout simplement d'ouvrir la bouche à 180° !



APMEP, IREM Bâtiment de mathématiques
Téléport 2—BP30179
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL CEDEX

Site : <http://apmep.poitiers.free.fr/>

Mél. apmep.poitiers@free.fr

Tél. 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication

S. Dassule-Debertonne

Éditeur

APMEP, Régionale de Poitou-Charentes

Comité de rédaction

F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne,
J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon.

Siège Social

IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie
86962 Chasseneuil CEDEX

Imprimerie

IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie
86962 Chasseneuil CEDEX

Dépôt légal

Septembre 2017