

Histoire d'angles

IREM de Poitiers, groupe collège

Épisode 4 : le sextant, des propriétés angulaires en acte.

Connaître la hauteur angulaire d'un astre sur l'horizon est nécessaire au marin pour se repérer. La principale difficulté à surmonter réside dans le mouvement du bateau. Un théodolite classique ne peut pas convenir. De nombreux instruments de navigation ont été inventés au cours du temps. Le sextant, encore utilisé aujourd'hui, est l'un d'eux. Inventé par le capitaine Campbell en 1757, il perfectionne l'octant mis au point quelques années auparavant et permet de mesurer des hauteurs d'angle allant jusqu'à 120° . Son fonctionnement illustre bien la façon dont les propriétés des angles au programme de la cinquième ont été mises en œuvre pour concevoir un tel mesureur d'angle.

Caractéristiques de l'instrument

Le miroir en A est fixé dans l'axe du bras mobile AE. Le miroir en M, à moitié transparent et à moitié argenté, est parallèle à [AC]. Le triangle ABC est équilatéral. La droite (MN) est parallèle à la corde [BC].



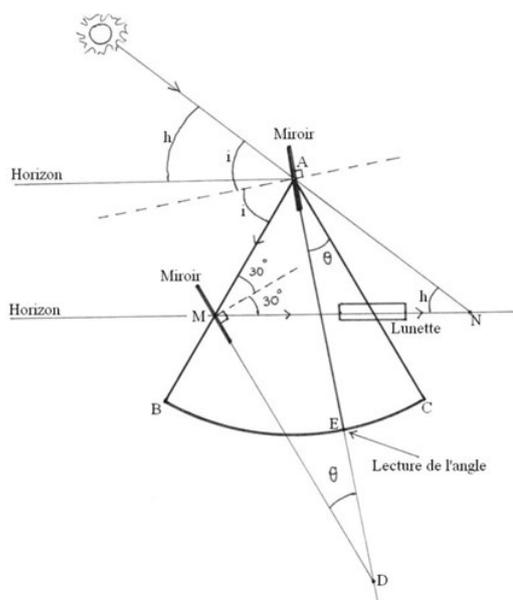
Un ancien sextant

Source : <http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UJ/Pedago/physique/02/optigeo/images/sextan2.jpg>

Maniement

On actionne le bras AE, mobile autour de A, jusqu'à faire coïncider dans la lunette l'horizon avec l'astre visé. On lit la hauteur angulaire h de l'astre visé sur l'horizon directement sur l'arc de cercle gradué allant de B à C.

Une grande partie de la simplicité d'utilisation du sextant tient dans l'égalité $h = 2\theta$.



Preuve de cette égalité

Dans le triangle AMD on a avec la somme des angles du triangle :

$$\widehat{MAD} + \widehat{AMD} + \widehat{MDA} = 180^\circ$$

Ou encore :

$(90^\circ - i) + (30^\circ + 90^\circ) + \vartheta = 180^\circ$ (angles complémentaires, angles alternes-internes)

D'où $\vartheta = i - 30^\circ$.

Dans le triangle AMN on a :

$$\widehat{AMN} + \widehat{MAN} + \widehat{MNA} = 180^\circ$$

Ou encore $60^\circ + (180^\circ - 2i) + h = 180^\circ$ (angles supplémentaires et correspondants)

D'où $h = 2i - 60^\circ$; on a bien $h = 2\theta$.

La lecture directe sur l'arc de cercle gradué donne donc 0° quand le bras est en C et 120° quand il est en B. Les graduations ont été doublées par rapport à un rapporteur classique pour tenir compte de l'égalité précédente.

Référence : IREM de Poitiers, Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les ANGLES, Poitiers, 2009.