

Histoire d'angles

IREM de Poitiers, groupe collège

Épisode 3 : Fraction d'angles et degrés

Nous avons vu que dans I 32 que pour Euclide la somme des angles du triangle n'est pas égale à 180° mais à deux droits : c'est un héritage pythagoricien qu'Euclide reprend. De fait dans les *Éléments*, l'étalon de comparaison des angles est l'angle droit. Tous les angles particuliers s'expriment en multiples ou fraction de l'angle droit. Par exemple à la fin du livre XIII on peut lire : « en effet, l'angle du triangle équilatéral étant deux tiers d'un angle droit, les six seraient égaux à quatre droits », ou « Et que l'angle du pentagone équilatéral et équiangle vaut un angle droit et un cinquième, il faut le démontrer ainsi ». Mais à l'époque d'Euclide connaissait-on les degrés à Alexandrie ? Bien sûr, mais en astronomie ! Et ce depuis longtemps dira-t-on puisque Diogène Laërce nous rapporte que Thalès parlait de la 720^e partie du cercle. Szabó dans ses ouvrages cités en bibliographie (épisode 2) mène l'enquête. Ce qui est assuré c'est l'utilisation dans la Grèce ancienne (avant le IV^e siècle) d'une unité le zôdion qui est la douzième partie du cercle, et de fractions de ce zôdion : moitié, quart, douzième, quinzième.

Chez Aristarque de Samos, contemporain des *Éléments* d'Euclide on trouve les fractions suivantes : 720^e partie du zodiaque, 15^e partie du zôdion, 30^e partie du quadrant, soit des mesures d'angles de $\frac{1}{2}^\circ$, 2° , 3° . Mais l'utilisation de la notation continue de degrés de 1° à 180° (ou 360°) n'est attestée que dans les tables des astronomes : tables des cordes et tables de mesures. Grâce à Ptolémée (II^e siècle après J.-C.) nous savons que cette notation en degrés était utilisée au III^e siècle avant J.-C., et peut-être avant par les auteurs de tables de cordes qui ont précédé Hipparque (II^e siècle avant J.-C.) mais dont nous n'avons plus d'écrits.

Déjà signalée dans notre brochure Angles 6^e, une origine probable du partage en 360 parts est mésopotamienne, le partage en 12 parts de 3 décades -30 jours- du calendrier étant attestée dans le second millénaire avant J.-C. sur des tablettes d'argile. L'une d'elles est clairement le partage du cercle en 12 parts. Sidersky propose comme probablement connu des Mésopotamiens un partage en 360 parts déduit de l'hexagone et du report d'une demi-corde ou demi-côté de l'hexagone sur le cercle atteignant ainsi 29° et 1° dans le partage en 12 (voir dans la partie 6 de notre brochure sur les Angles en 6^e, le document 5 page 66).

ARCS.		CORDES.			TRENTIÈMES DES DIFFÉRENCES.			
Degrés	Min.	Part. du Diam.	Prim.	Secon.	Part.	Prim.	Secon.	Tierc.
0	30	0	31	25	0	1	2	50
1	0	1	2	50	0	1	2	50
1	30	1	34	15	0	1	2	50
2	0	2	5	40	0	1	2	50
2	30	2	37	4	0	1	2	48
3	0	3	8	28	0	1	2	48
3	30	3	39	52	0	1	2	48
4	0	4	11	16	0	1	2	47
4	30	4	42	40	0	1	2	47
5	0	5	14	4	0	1	2	46
5	30	5	45	27	0	1	2	45
6	0	6	16	49	0	1	2	44
6	30	6	48	11	0	1	2	43
7	0	7	19	33	0	1	2	42
7	30	7	50	54	0	1	2	41
8	0	8	22	15	0	1	2	40
8	30	8	53	35	0	1	2	39
9	0	9	24	54	0	1	2	38
9	30	9	56	13	0	1	2	37
10	0	10	27	32	0	1	2	35
10	30	10	58	49	0	1	2	33
11	0	11	30	5	0	1	2	32
11	30	12	1	21	0	1	2	30
12	0	12	32	36	0	1	2	28
12	30	13	3	50	0	1	2	27
13	0	13	35	4	0	1	2	25
13	30	14	6	16	0	1	2	23
14	0	14	37	27	0	1	2	21
14	30	15	8	38	0	1	2	19
15	0	15	39	47	0	1	2	17
15	30	16	10	56	0	1	2	15
16	0	16	42	3	0	1	2	13
16	30	17	13	9	0	1	2	10
17	0	17	44	14	0	1	2	7
17	30	18	15	17	0	1	2	5
18	0	18	46	19	0	1	2	2
18	30	19	17	21	0	1	2	0
19	0	19	48	21	0	1	1	57
19	30	20	19	19	0	1	1	54
20	0	20	50	16	0	1	1	51
20	30	21	21	12	0	1	1	48
21	0	21	52	6	0	1	1	45
21	30	22	22	58	0	1	1	42
22	0	22	53	49	0	1	1	39
22	30	23	24	39	0	1	1	36

Table de Ptolémée (extrait, traduction de l'Almageste par Halma)

Référence

IREM de Poitiers, *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les ANGLES*, Poitiers, 2009.