Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

Régionale de Poitou-Charentes

Corol'aire

Octobre 2016 n°106

~~Bonne rentrée~~ Bonnes vacances

Sébastien Dassule-Debertonne

L'année est déjà bien entamée que je n'ai pas encore eu le temps de mettre en page ce numéro pour vous souhaiter une bonne rentrée.

Il faut dire que pour l'association, les mois de septembre et octobre ont été riches en événements.

Tout d'abord il y a eu l'inauguration de l'exposition Maths & Puzzles à l'Espace Mendès France. Celle-ci rencontre d'ores et déjà un franc succès. Non seulement, elle est belle, mais les primaires et maternelles s'y précipitent. Il faut dire que l'AGEEM et les IEN (en particulier M. Bonnet) ont fait un travail soutenu autour de cette exposition et qu'un grand nombre de formations pour les professeurs des écoles sont dispensées cette année autour de l'expo.

Nous sortons, pour la première fois, un catalogue de l'exposition. Co-éditée par la Régionale et l'APMEP nationale, cette brochure a demandé, pour sa finalisation, beaucoup d'abnégation de la part des rédacteurs et des graphistes qui l'ont mise en page. Je tenais, dans ces colonnes, à les remercier vivement pour tout le temps passé.

N'hésitez pas, si ce n'est déjà fait, à visiter cette exposition riche et ludique.

Mi-octobre, comme chaque année, nous avons accueilli environ 80 personnes pour la journée de la Régionale. Ce ne fut pas sans mal.

En effet, le Rectorat de l'académie, qui faisait jusque là des ordres de mission sans frais pour cette journée, n'est plus en droit de le faire. Aussi aurait-il fallu faire un choix de 40 personnes parmi tous les inscrits, et ce une semaine avant ladite journée.

Situation peu acceptable pour nous en terme d'organisation, nous avons pu, avec M. Durand (IA-IPR), trouver une solution pour cette année. Tous les actifs ont donc reçu un ordre de mission avec frais.

Toutefois, la solution était unique. Il nous faudra, pour les années futures, inventer une autre organisation pour la journée de la Régionale.

Plusieurs pistes ont été évoquées et nous en débattrons en comité. J'espère, en tout cas pouvoir vous présenter une solution acceptable. En attendant, passez de bonnes vacances.

Sommaire

Edito....................p.1

Rallye....................p.2

Expo Maths & Puzzles....................p.3

Compte rendu du comité....................p.5

Histoire d'angles....................p.7

Rubricollage....................p9

Ca fait bondir....................p.14

Rallye Mathématique de Poitou-Charentes

Groupe Rallye

Mercredi 14 septembre, c'était la rentrée pour l'équipe du Rallye !

Nous avons eu le plaisir d'accueillir deux nouvelles recrues : Cécile Cheminard, enseignante de mathématiques au collège Jean Macé et au lycée Marcelin Berthelot de Chatellerault et Delphine Hutrel, enseignante de mathématiques au collège Mendès France de La Rochelle. L'équipe va bientôt atteindre la parité Hommes - Femmes …et Actifs – Retraités.

Nous avons commencé en établissant un calendrier des réunions du groupe Rallye et des dates importantes pour le Rallye. Ainsi nous pouvons vous préciser que l'épreuve officielle du Rallye se déroulera le mardi 14 mars 2017, pendant la semaine des mathématiques.

Fin novembre, les établissements recevront le courrier concernant les modalités du Rallye.

Si vous souhaitez vous inscrire dès maintenant et payer avec vos crédits 2016, un bulletin d'inscription sera mis en ligne sur le site de la régionale APMEP début octobre. Les épreuves d'entraînement seront mises en ligne au moment de l'envoi papier.

Lors de la remise des prix en juin à La Rochelle, nous dévoilions le thème pour le Rallye 2017 **« Nombres, formes et jeux »** et nous annoncions que le montant la participation passerait de 5 à 6 euros.

Il est toujours possible de consulter les résultats du Rallye 2016, le diaporama des morceaux choisis, ainsi que toutes les informations concernant le Rallye 2016 sur le site.

Nous avons ensuite travaillé sur le thème. Ce thème étant tellement riche, qu'il nous a fallu faire des choix pour qu'ensuite des pistes de travail soient données lors de l'épreuve d'entraînement.

Nous espérons vous retrouver nombreux à participer le 14 mars 2017. Notez vite cette date sur vos agendas afin d'éviter que d'autres événements privent vos élèves de ce Rallye.

Journée de la Régionale

La traditionnelle journée de la Régionale s'est déroulée le 12 octobre dernier dans les locaux de l'Espace Mendès France.

Elle a rassemblé environ 80 personnes qui ont pu profiter des trois ateliers proposés, de la conférence de haut vol de Jean-Paul Delahaye et de la visite commentée de l'expo *Maths et Puzzles* par ses concepteurs.

En début de journée, Didier Moreau, directeur de l'Espace Mendès France, a rappelé tout l'intérêt qu'il porte à la collaboration avec l'APMEP et nous a appris que l'expo *Maths et Puzzles* faisait déjà le plein jusqu'en janvier. Nous avons aussi appris que l'expo *Comment tu comptes ?* est en ce moment présentée au Liban.

François La Fontaine a tenu à expliquer les problèmes liés aux ordres de mission qui nous obligeront, dans les années à venir, à organiser la journée de la Régionale d'une autre manière. Il a aussi expliqué les transformations du métier d'IA-IPR, transformations qui l'ont empêché de participer à l'inauguration de l'expo.

La journée s'est terminée sur une seconde conférence sur les paradoxes logiques et graphiques de J.-P. Delahaye.

Expo « Maths & Puzzles », c'est parti !

Dominique Gaud

Ça y est ! Cette exposition tant attendue et que nous préparons depuis 3 ans est (enfin) en place. L'inauguration a eu lieu le mardi 27 septembre en présence d'un nombreux public.

Dans son allocution, Didier Moreau, directeur de l'Espace Mendès France, a retracé l'historique de notre partenariat depuis plus de 20 ans. Il a souligné que cette exposition était certainement la plus aboutie compte tenu de son interactivité (jamais autant de matériel manipulable n'a été mis à la disposition du public) mais aussi de la possibilité donnée aux visiteurs de satisfaire leur curiosité grâce à un magnifique catalogue[1] édité par l'APMEP nationale. Il a aussi rappelé que les précédentes expositions (en particulier *Comment tu comptes ?*) s'exportaient bien au-delà de nos frontières et que ce centre scientifique (troisième de France par sa fréquentation) était le seul dans la nouvelle grande région à présenter des expositions mathématiques.

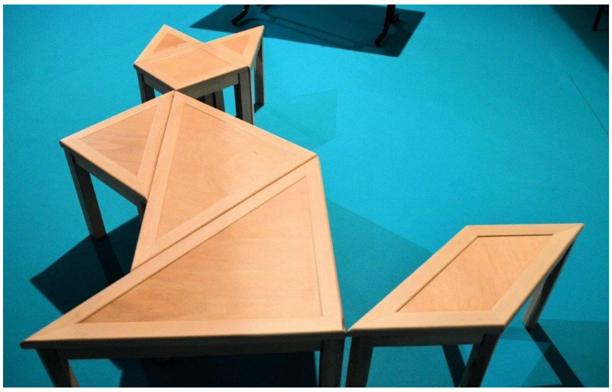
Julien Michel, directeur de l'IREM, a tenu à féliciter les auteurs et a remercié le personnel du laboratoire de mathématique qui s'est énormément investi dans la réalisation du catalogue. Cependant, il s'est étonné qu'un investissement d'une telle ampleur ait laissé complètement indifférent les autorités pédagogiques de mathématiques dont aucune n'était présente. Cela ne constitue pas à ses yeux un encouragement pour les jeunes enseignants qui se sont investis bénévolement dans ce travail malgré la charge que représente la préparation des cours quand on est un enseignant pas encore aguerri.

Notre président Sébastien, arrivé depuis 3 ans dans l'académie, a souligné le dynamisme de notre association et de l'IREM. « De la maternelle à l'université », devise chère à notre association, n'est pas une utopie mais une réalité avec cette exposition, a-t-il insisté. Il s'est réjoui de la collaboration très fructueuse que nous avons eue avec l'AGEEM et les maîtres formateurs de primaire et de maternelle soutenus par leurs IEN[2]. Sébastien vous invite d'ores et déjà à réfléchir au thème de la prochaine exposition prévue en 2020 !

Pour l'AGEEM[3], Stéphanie Barrau a, selon ses dires, et d'un point de vue personnel, « redécouvert les mathématiques », mais surtout mentionné en quoi cette exposition a créé des pistes nouvelles pour l'enseignement des mathématiques en maternelle.

A l'heure des cycles au primaire et au collège, cette exposition constitue une opportunité à saisir pour rapprocher enseignants du primaire et du collège s'est félicité l'inspecteur …

Cette exposition sera à n'en point douter un succès. Le planning de réservation se remplit rapidement, alors réservez pour vos élèves et venez en famille jouer et vous instruire.



[1] Disponible le jour de la Journée de la Régionale, mais aussi dans nos locaux à l'IREM, et sur le lieu de l'exposition.

[2] Ils ont pu bénéficier de quelques heures décharges pour préparer l'exposition.

[3] AGEEM : Association Générale des Enseignants en Ecole Maternelle

L'anecdote de l'expo

La journée de la Régionale se déroulait à l'Espace Mendès France. Nous avons pu faire découvrir aux 80 collègues présents la nouvelle exposition et son polygone à huit côtés dénommé… hexagone.

Les nombreuses relectures des différents rédacteurs n'ont pas détecté cette coquille, certainement parce qu'elle était trop grosse.

Compte-rendu du comité du 21 sept. 2016

Exposition «Maths & Puzzles »

Dominique dresse un bilan du travail qui s'est étalé sur trois ans. L'exposition est finalisée mais il faut déjà réfléchir à la prochaine !

Le travail avec l'Espace Mendès France s'est globalement bien déroulé. Dans la dernière ligne droite, l'arrivée des vacances (pour une inauguration le 27 septembre) a cependant compliqué la finalisation du projet.

On a dû notamment se mettre d'accord sur la mise en forme des panneaux.

Le matériel qui accompagne l'exposition est énorme. Nous avons réceptionné le matériel des lycées professionnels. Quelques compléments ont été construis par Dominique cet été. L'ensemble pourra être mis à disposition avec l'exposition itinérante.

Il est également prévu « un bar à casse-tête » avec du matériel spécifique et un atelier « défis et constructions ».

Concernant le catalogue, le projet était très ambitieux. L'équipe éditrice du National, Jean et Jocelyne Attab (université) ont passé de longues heures à finaliser le document.

Nous décidons de remercier Jocelyne en lui offrant une boite de chocolats et de macarons. Sébastien est chargé de la lui transmettre.

En attendant, nous avons pu voir un exemplaire en avant première, la réalisation est tout simplement magnifique !

Il est maintenant envoyé à l'impression et nous attendons avec impatience les 200 exemplaires qui nous sont attribués gratuitement en tant qu'auteur de la publication.

Dominique en a déjà vendu 20 à l'EMF Il reste à déterminer quels seront les points de vente, il faudra en placer un à l'EMF notamment.

Concernant la publicité, l'exposition sera annoncée sur différents sites en plus de celui de la Régionale (image des maths, CNRS, …). On demandera à l'IREM une présentation dans la revue « Repère », un article paraîtra dans le BGV et un flyer doit être inséré dans le dernier numéro des cahiers pédagogiques.

Dominique et Jean-Paul rencontrent les animateurs de l'EMF vendredi 24 septembre à 9 h pour les former à l'aide d'un diaporama , notamment pour expliquer ce que l'on peut faire avec les plus petits.

Nous déplorons que l'ensemble des panneaux réalisés par l'EMF ne comporte pas notre logo. Nous le rajouterons sur la version itinérante de l'exposition.

Rallye

Nous souhaitons la bienvenue aux nouvelles recrues !

Nous avons précisé nos axes de travail sur le thème « nombres, formes et jeux » pour chacun des niveaux de l'épreuve.

Sur le plan de l'organisation, nous prévoyons de mettre en ligne la fiche d'inscription aussi tôt que possible pour permettre aux établissements d'utiliser les crédits 2016.

La diffusion de l'information sera demandée aux IPR.

Thierry étant administrateur du site de l'académie, nous propose d'y faire figurer un lien « Rallye » renvoyant sur le site de la Régionale.

Journée de la Régionale

50 inscrits environ mais en comptant les retraités, on évalue entre 50 et 60 participants au repas.

Les professeurs de collèges sont sous représentés, sans doute en raison de leurs stages obligatoires liées à la réforme du collège.

Cyrille soumet l'idée d'un stand « Rallye » avec présentation de productions de classes afin que les visiteurs futurs participants puissent se représenter davantage l'esprit de l'épreuve. Si on ne peut pas l'installer cette année, on retient la proposition pour l'an prochain.

Dominique demande la confirmation des actifs pour animer les pôles lors de la visite de l'exposition l'après midi.

Concernant la poursuite de la journée par la visite des fresques de la Cathédrale de Poitiers proposée par Dominique, Cyrille est chargée d'envoyer un courriel aux inscrits pour connaître le nombre de personnes intéressées.

Site de la Régionale

La migration vers un nouvel hébergeur n'est pas encore réalisée. Il y a environ 30 visites par jour, 70 pour la journée de la Régionale.

Concernant l'exposition, il est prévu d'y faire figurer des comptes rendus de visites réalisées par des élèves.

On envisage d'y intégrer aussi un dossier pédagogique de l'exposition.

Conférences

Deux conférences auront lieu en partenariat avec l'Espace Mendès France d'ici la fin de l'année.

L'une animée par Jean-Paul Delahaye le mercredi 12 octobre à 20 h 30 :

« Les paradoxes graphiques et logiques ? »

L'autre animée par Vincent Borelli le mardi 22 novembre à 20 h 30 :

« Trois défis à l'impossible ».

Julien donnera une conférence à Niort en Janvier. La date et le contenu seront définis ultérieurement.

Questions diverses

Sébastien souhaite se décharger de la gestion des listes des adhérents, Jean le relaie. Il faudra notamment envoyer un courriel aux personnes qui n'ont pas ré-adhéré l'an dernier avec le prochain Corol'aire en expliquant que sans paiement de leur cotisation, elles ne le recevront plus.

Calendrier

Le prochain comité national se tiendra les 19 et 20 novembre 2016.
Le prochain comité régional est fixé au mercredi 7 décembre 2016.

La table ronde autour des EPI lors de la journée de la Régionale.

Épisode 3 : Fraction d'angles et degrés

Nous avons vu que dans I 32 que pour Euclide la somme des angles du triangle n'est pas égale à 180° mais à deux droits : c'est un héritage pythagoricien qu'Euclide reprend. De fait dans les *Éléments*, l'étalon de comparaison des angles est l'angle droit. Tous les angles particuliers s'expriment en multiples ou fraction de l'angle droit. Par exemple à la fin du livre XIII on peut lire : « en effet, l'angle du triangle équilatéral étant deux tiers d'un angle droit, les six seraient égaux à quatre droits », ou « Et que l'angle du pentagone équilatéral et équiangle vaut un angle droit et un cinquième, il faut le démontrer ainsi ». Mais à l'époque d'Euclide connaissait-on les degrés à Alexandrie ? Bien sûr, mais en astronomie ! Et ce depuis longtemps dira-t-on puisque Diogène Laërce nous rapporte que Thalès parlait de la 720e partie du cercle. Szabó dans ses ouvrages cités en bibliographie (épisode 2) mène l'enquête. Ce qui est assuré c'est l'utilisation dans la Grèce ancienne (avant le IVe siècle) d'une unité le zôdion qui est la douzième partie du cercle, et de fractions de ce zôdion : moitié, quart, douzième, quinzième.

Chez Aristarque de Samos, contemporain des *Éléments* d'Euclide on trouve les fractions suivantes : 720e partie du zodiaque, 15e partie du zôdion, 30e partie du quadrant, soit des mesures d'angles de ½°, 2°, 3°. Mais l'utilisation de la notation continue de degrés de 1° à 180° (ou 360°) n'est attestée que dans les tables des astronomes : tables des cordes et tables de mesures. Grâce à Ptolémée (IIe siècle après J.-C.) nous savons que cette notation en degrés était utilisée au IIIe siècle avant J.-C., et peut-être avant par les auteurs de tables de cordes qui ont précédé Hipparque (IIe siècle avant J.-C.) mais dont nous n'avons plus d'écrits.

Déjà signalée dans notre brochure Angles 6e, une origine probable du partage en 360 parts est mésopotamienne, le partage en 12 parts de 3 décades -30 jours- du calendrier étant attestée dans le second millénaire avant J.-C. sur des tablettes d'argile. L'une d'elles est clairement le partage du cercle en 12 parts. Sidersky propose comme probablement connu des Mésopotamiens un partage en 360 parts déduit de l'hexagone et du report d'une demi-corde ou demi-côté de l'hexagone sur le cercle atteignant ainsi 29° et l° dans le partage en 12 (voir dans la partie 6 de notre brochure sur les Angles en 6e, le document 5 page 66).

TABLE DES DROITES INSCRITES DANS LE CERCLE.

ARCS.		CORDES.			TRENTIÈMES DES DIFFÉRENCES.			
Degrés	Min.	Part. du Diam.	Prim	Secon.	Part.	Prim.	Secon.	Tierc.
0	30	0	31	25	0	1	2	50
1	0	1	2	50	0	1	2	50
1	30	1	34	15	0	1	2	50
2	0	2	5	40	0	1	2	50
2	30	2	37	4	0	1	2	48
3	0	3	8	28	0	1	2	48
3	30	3	39	52	0	1	2	48
4	0	4	11	16	0	1	2	47
4	30	4	42	40	0	1	2	47
5	0	5	14	4	0	1	2	46
5	30	5	45	27	0	1	2	45
6	0	6	16	49	0	1	2	44
6	30	6	48	11	0	1	2	43
7	0	7	19	33	0	1	2	42
7	30	7	50	54	0	1	2	41
8	0	8	22	15	0	1	2	40
8	30	8	53	35	0	1	2	39
9	0	9	24	54	0	1	2	38
9	30	9	56	13	0	1	2	37
10	0	10	27	32	0	1	2	35
10	30	10	58	49	0	1	2	33
11	0	11	30	5	0	1	2	32
11	30	12	1	21	0	1	2	30
12	0	12	32	36	0	1	2	28
12	30	13	3	50	0	1	2	27
13	0	13	35	4	0	1	2	25
13	30	14	6	16	0	1	2	23
14	0	14	37	27	0	1	2	21
14	30	15	8	38	0	1	2	19
15	0	15	39	47	0	1	2	17
15	30	16	10	56	0	1	2	15
16	0	16	42	3	0	1	2	13
16	30	17	13	9	0	1	2	10
17	0	17	44	14	0	1	2	7
17	30	18	15	17	0	1	2	5
18	0	18	46	19	0	1	2	2
18	30	19	17	21	0	1	2	0
19	0	19	48	21	0	1	1	57
19	30	20	19	19	0	1	1	54
20	0	20	50	16	0	1	1	51
20	30	21	21	12	0	1	1	48
21	0	21	52	6	0	1	1	45
21	30	22	22	58	0	1	1	42
22	0	22	53	49	0	1	1	39
22	30	23	24	39	0	1	1	36

Table de Ptolémée (extrait, traduction de l'Almageste par Halma)

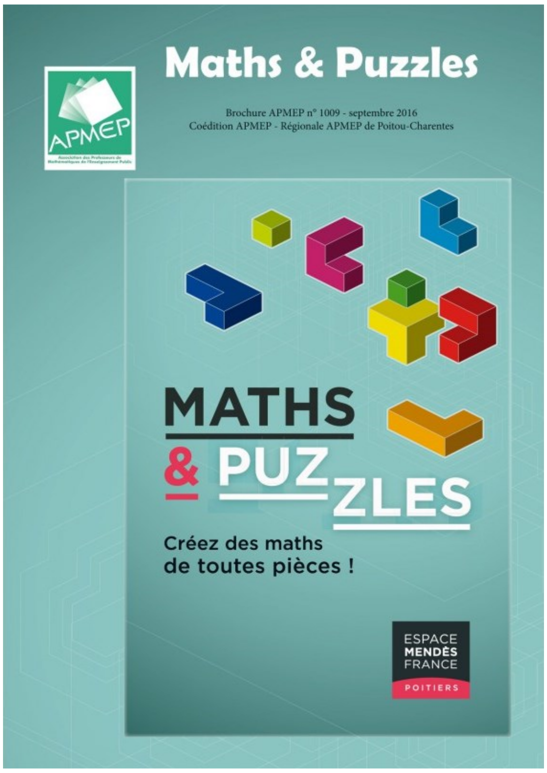
Référence

IREM de Poitiers, *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les ANGLES,* Poitiers, 2009.

Nouvelle Brochure

Brochure n°1009 de l'APMEP : Maths & Puzzles

En coédition avec l'APMEP National



Cette brochure en couleurs est le catalogue de l'exposition Maths & Puzzles, mais son contenu va bien plus loin que ce qui figure sur les panneaux de l'exposition présentée par ailleurs dans la rubrique des Régionales de l'APMEP.

Qui peut s'imaginer toutes les mathématiques qui se cachent derrière les puzzles géométriques ?

Se familiariser avec les formes géométriques planes ou spatiales, bien distinguer les différentes grandeurs (aires, périmètres, angles, volumes) liées à ces objets, chercher des formules, tout cela est naturel dès que l'on manipule les puzzles géométriques. Mais vous découvrirez que la résolution de certains d'entre eux peut être aussi un moyen de travailler sur les opérations arithmétiques, les formules d'aire et de volume, l'algèbre, les constructions géométriques, mais aussi l'algorithmique.

Dans tous les thèmes abordés, l'histoire des mathématiques est très présente : en plus des biographies et problèmes historiques, les représentations figurées des nombres par les Pythagoriciens aident à visualiser des formules arithmétiques. L'algèbre géométrique des Grecs permet la compréhension de formules algébriques ; elle permet aussi de savoir comment les mathématiciens arabes ou de la Renaissance ont pu résoudre certaines équations et les idées de Clairaut éclairent notre enseignement.

Ne pensez surtout pas que tout a été découvert sur les puzzles. Des carrés carrelés aux puzzles articulés, des rep-tuiles aux images de synthèse, la recherche est toujours vive !

Cette brochure vous invite à jouer dès 4 ans, à exercer votre logique en faisant des mathématiques de façon motivante.

Prix adhérent : 21 € *Prix public : 30 €*

Pour toute commande, nous consulter par mail à l'adresse apmep.poitiers@free.fr

Ru – Bri – COLLAGE

Frédéric de Ligt

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

106-1 *proposé par Daniel Perrin lors d'une de ses conférences* :
ABC est un triangle, P est un point du côté [BC], M est le projeté orthogonal de P sur (AB) et N le projeté orthogonal de P sur (AC). Où placer P pour que MN soit minimum ?

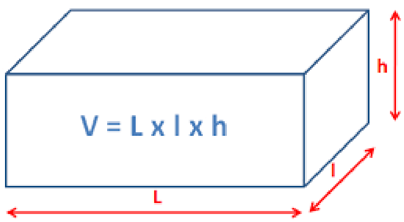
106-2 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Une étonnante égalité relie π et son approximation historique donnée par Archimède :

$$\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2}dx = \frac{22}{7}-\pi$$

Comment l'établir ?

106-3 *de Jacques Chayé (Poitiers)* :
Je propose l'étude de la fonction $x \mapsto 2\sin^4 x + 2\cos^4 x + \sin^2 2x$ et pour se mettre en bouche, de commencer par essayer de chercher la plus petite période.

106-4 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Montrer qu'il existe une infinité de boites parallélépipédiques à côtés rationnels (exprimés en m), dont le volume vaut 48 m^3 et dont la longueur totale des arêtes vaut 48 m.



Des solutions

Jean-Christophe Laugier de Rochefort a envoyé un très intéressant complément à la suite de la solution apportée par Jean-Matthieu Bernat et Pascal Heimburger au problème 104-3. L'importance de sa contribution n'a pas permis d'insérer son texte dans le présent numéro. Mais ce n'est que partie remise ...

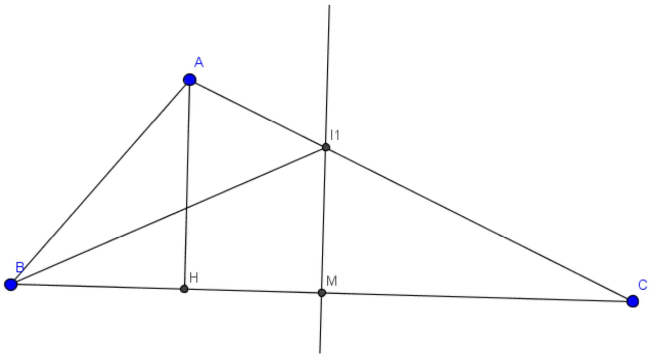
103-2 *de Louis Rivoallan* :

Ce triangle ABC a une propriété curieuse : le côté [AB] mesure le double de la distance HM, où H est le pied de la hauteur issue de A et M est le milieu de [BC]. Quelles sont les valeurs possibles de l'angle $\widehat{ACB}$?

Solution de l'auteur

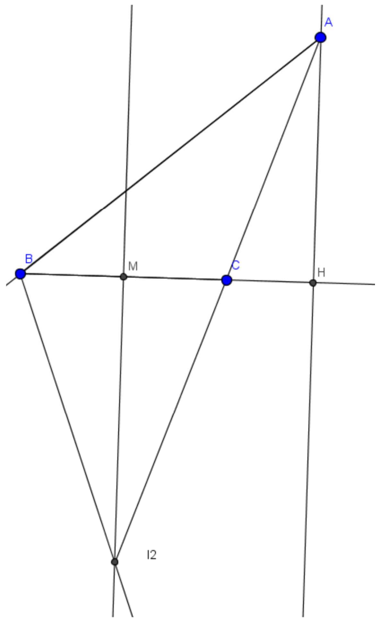
Soit ABC un triangle, M le milieu de [BC], H le projeté orthogonal de A sur (BC), et tel que AB = 2MH. Soit x la mesure en degré de l'angle $\widehat{ACB}$. Notons I_1 et I_2 les pieds respectifs des bissectrices intérieure et extérieure de $\widehat{ABC}$. On a la relation $-\frac{\overline{I_1A}}{\overline{I_1C}}=\frac{\overline{I_2A}}{\overline{I_2C}}=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$. Par ailleurs $\frac{MH}{MC}=\frac{2MH}{2MC}=\frac{BA}{BC}$. Par conséquent, soit $\frac{\overline{MH}}{\overline{MC}}=\frac{\overline{I_2A}}{\overline{I_2C}}$ soit $\frac{\overline{MH}}{\overline{MC}}=\frac{\overline{I_1A}}{\overline{I_1C}}$. D'après la réciproque du théorème de Thalès, l'une des deux droites (MI_1) ou (MI_2) est parallèle à la droite (AH), et est donc perpendiculaire à [BC] en son milieu M, c'est-à-dire qu'elle en est la médiatrice. Par conséquent, un des triangles BI_1C ou BI_2C est isocèle.

Premier cas : BI_1C est isocèle.



Les angles $\widehat{I_1CB}$ et $\widehat{I_1BC}$ sont égaux. Puisque $\widehat{ACB} = x$, alors $\widehat{ABC} = 2x$ et $\widehat{BAC} = 180° - 3x$. Chacune de ces mesures devant être positive, on déduit que $0 < x < 60°$.

Deuxième cas : BI_2C est isocèle.



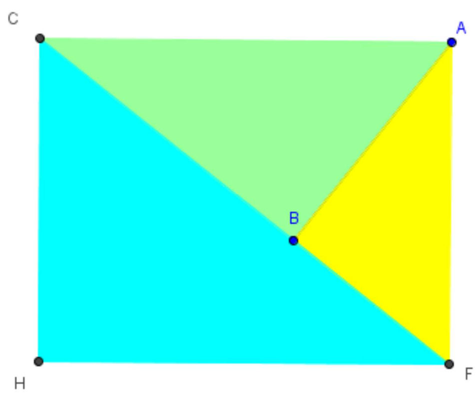
Alors $\widehat{I_2CB}$ et $\widehat{I_2BC}$ donc $\widehat{ABC} = 180° - 2 \times (180° - x) = 2x - 180°$ et $\widehat{BAC} = 180° - x - (2x - 180°) = 360° - 3x$.
Là encore, chacune de ces mesures devant être positive, on a donc dans ce cas $90° < x < 120°$.

Réciproquement, il est aisé de constater en utilisant le théorème de Thalès et de la bissectrice intérieure, que si $0° < x < 60°$ on peut construire un triangle ABC avec $\widehat{ABC} = 2x$ et qu'alors 2MH = AB et que si $90° < x < 120°$, il est possible de construire un triangle ABC avec $\widehat{ABC} = 2x - 180°$ et avec l'aide de la bissectrice extérieure cette fois et toujours du théorème de Thalès, on aura 2MH = AB.

104-1 *de Jean-Paul Guichard* :

Puzzle à 3 pièces

Le rectangle est constitué de 3 triangles rectangles tels que AF = BC. Sauriez-vous le construire ?

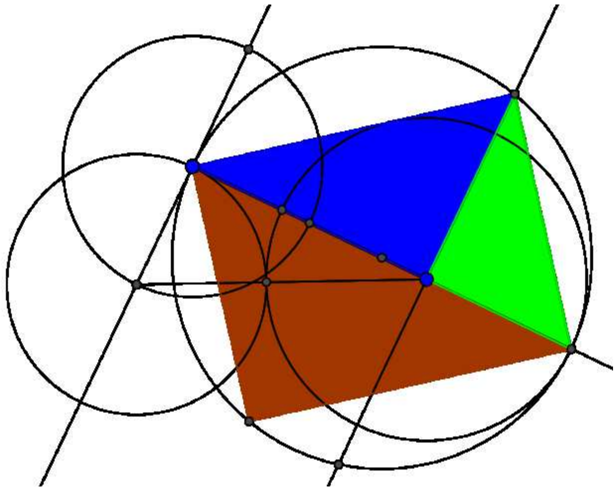


Solution de l'auteur

En prenant pour base de la construction le segment BC et sa perpendiculaire en B, on peut construire A et F de 2 manières.

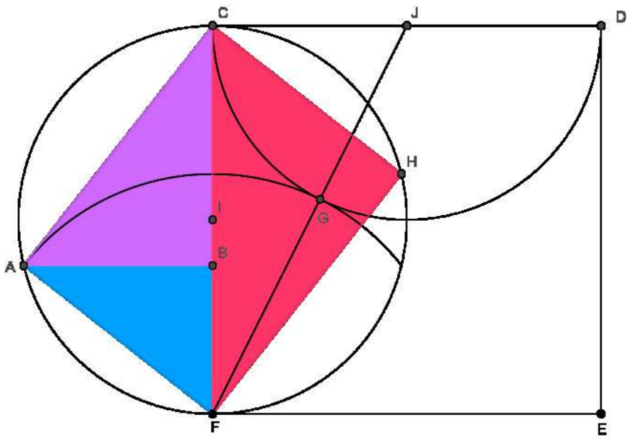
1) Directement avec une équerre et la neusis d'Archimède : le sommet de l'équerre de déplace sur la perpendiculaire, un côté de l'équerre passe par C, et on marque sur l'autre côté de l'équerre la longueur BC à partir du sommet, et on ajuste pour que la marque soit sur la demi droite [CB).

2) A la règle et au compas. On construit sur BC un triangle rectangle en C de côté CD=1/2BC. On place sur l'hypoténuse BD un point E tel que DE=DC. On place sur la droite BC (du bon côté) le point F tel que BF=BE. Pour trouver le point A on utilise la construction classique de la racine carrée : on trace le demi-cercle de diamètre CF qui coupe la perpendiculaire en A.
On peut laisser au lecteur le soin de justifier la construction...



Solution de Frédéric de Ligt

En voici une assez simple, construite à partir de la diagonale du rectangle, qui utilise le fait que le rapport de la diagonale du rectangle à sa largeur est dans la proportion du nombre d'or.



104-4 *de Walter Mesnier* :

Dans une classe de 34 élèves quelle est la probabilité qu'il y ait un mois de l'année où aucun élève n'ait d'anniversaire ?
On suppose, pour simplifier, que tous les mois de l'année ont le même nombre de jours et que, pour les dates de naissance, tous les mois de l'année sont équiprobables.

Solution de Frédéric de Ligt

On va calculer la probabilité de l'évènement contraire, c'est-à-dire la probabilité pour que, dans une classe de 34 élèves, il y ait au moins un élève qui soit né chaque mois de l'année. Cela revient, dans un premier temps, à dénombrer le nombre de surjections d'un ensemble à 34 éléments dans un ensemble à 12 éléments. On sait que ce nombre de surjections est donné par la somme $\sum_{k=1}^{12}(-1)^{12-k}\binom{12}{k}k^{34}$.

La probabilité de ces évènements vaut donc :

$$\frac{\sum_{k=1}^{12}(-1)^{12-k}\binom{12}{k}k^{34}}{12^{34}}.$$

En détaillant la somme :

$$-12\times\left(\frac{1}{12}\right)^{34}+66\times\left(\frac{2}{12}\right)^{34}-220\times\left(\frac{3}{12}\right)^{34}+495\times\left(\frac{4}{12}\right)^{34}-792\times\left(\frac{5}{12}\right)^{34}+924\times\left(\frac{6}{12}\right)^{34}-792\times\left(\frac{7}{12}\right)^{34}$$

$$+495\times\left(\frac{8}{12}\right)^{34}-220\times\left(\frac{9}{12}\right)^{34}+66\times\left(\frac{10}{12}\right)^{34}-12\times\left(\frac{11}{12}\right)^{34}+1$$

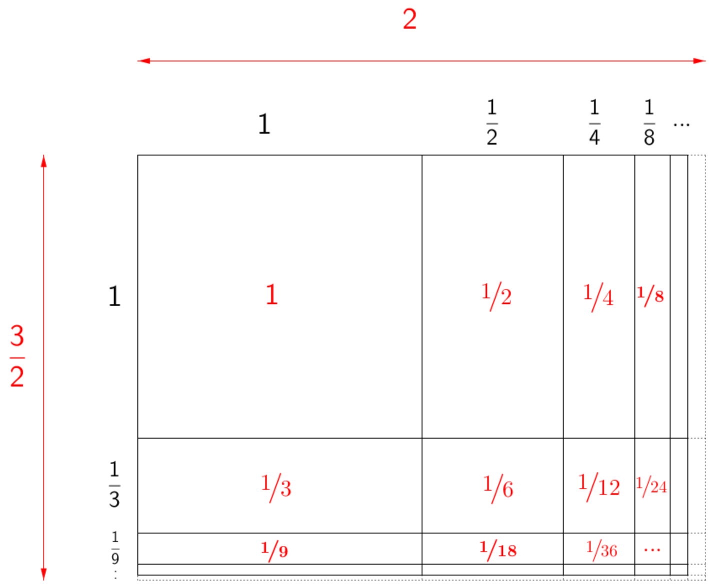
On trouve avec une bonne calculatrice 0,499324766975282.
La probabilité cherchée vaut donc « environ » 0,500675233024718 et donc avec certitude plus que 0,5. On peut donc parier dessus ! Le tableur aurait été à la peine avec ce problème pour donner un intervalle de confiance ne contenant pas 0,5.

105-1 *de Jacques Chayé* :

Calculer la somme de la série : $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\ldots$ dans laquelle les termes sont les inverses des entiers positifs dont les seuls facteurs premiers sont des 2 ou des 3.

Solution de Bruno Alaplantive

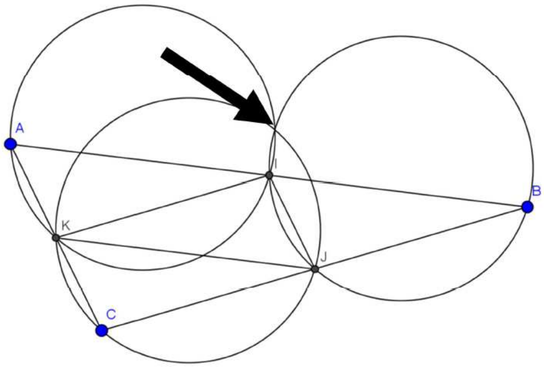
La somme demandée est égale à 3. Une preuve sans mots :



Solution de l'auteur

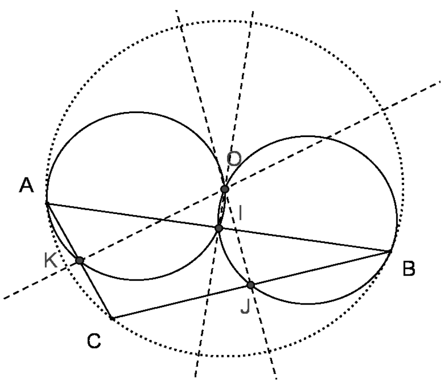
Un terme de cette série est de la forme $\frac{1}{2^p\times 3^q}=\frac{1}{2^p}\times\frac{1}{3^q}$. Il s'exprime d'une manière unique comme le produit d'un terme de la série géométrique S = $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$ qui converge vers 2 et d'un terme de la série géométrique S' = $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots$ qui converge vers $\frac{3}{2}$. Le produit d'un terme de S et d'un terme de S' est un terme unique de la série proposée. En conséquence cette série converge vers 3.

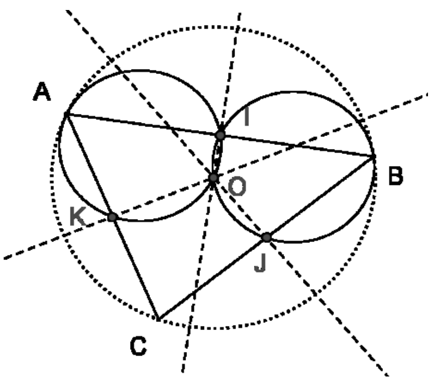
105-2 *de Frédéric de Ligt* :
A partir d'un triangle quelconque ABC et des milieux I, J et K des côtés [AB], [BC] et [CA], on construit trois cercles circonscrits aux triangles AIK, BIJ et CJK. Il semblerait que ces trois cercles aient un point commun. Pourriez-vous l'assurer ?



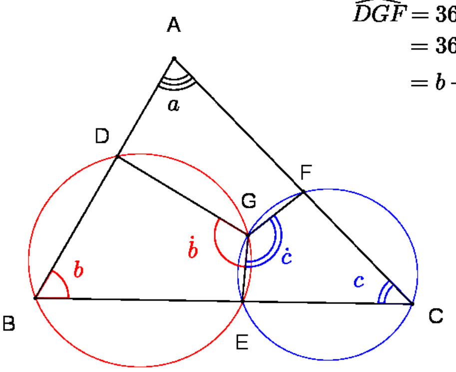
Si on n'impose plus aux points I, J et K d'être les milieux d'un côté mais simplement d'appartenir à ce côté, les trois cercles correspondants continuent-ils à avoir un point commun ?

Solution de Bruno Alaplantive
Sur les figures ci-dessous les cercles circonscrits aux triangles AIK et BIJ se recoupent en O. Ces triangles étant isométriques, les cercles ont le même rayon et puisque AI=IB alors $\widehat{AOI} = \widehat{BOI}$. Les points A et B sont ainsi symétriques par rapport à (OI). On en déduit que O est un point de la médiatrice de [AB]. Les triangles AIO et BIO étant rectangles en I, [AO] et [BO] sont des diamètres, les triangles AKO et BJO sont rectangles en K et J, ... O est le centre du cercle circonscrit à ABC.

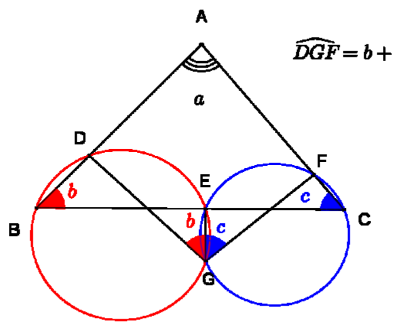




On montrerait de la même manière que les deux cercles circonscrits aux triangles AIK et CJK se recoupent au centre du cercle circonscrit à ABC, c'est-à-dire en O. Si le triangle est rectangle en C, les points O et I sont confondus. Dans le cas général, les trois cercles continuent d'avoir un point commun comme le montrent les configurations suivantes.



$$\begin{aligned}\widehat{DGF} &= 360 - \dot{b} - \dot{c}\\ &= 360 - (180 - b) - (180 - c)\\ &= b + c = 180 - a\end{aligned}$$



$$\widehat{DGF} = b + c = 180 - a$$

Les angles opposés du quadrilatère ADGF sont supplémentaires. ADGF est inscriptible.

Ça nous fait bondir !

Cette nouvelle publicité pour l'Euro Millions© pourrait nous rapporter gros.. dans un procès en publicité mensongère.

Regardez la mention (3) associée au texte plus d'une chance sur quatre de gagner.

Pour ceux qui souhaiteraient travailler avec, nous tenons cette publicité à votre disposition.

APMEP, IREM Bâtiment de mathématiques
Téléport 2—BP30179
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL CEDEX

Site : http://apmep.poitiers.free.fr/

Mél. apmep.poitiers@free.fr

Tél. 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication S. Dassule-Debertonne

Comité de rédaction F. de Ligt, S. Dassule-Debertonne, J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon, J. Michel

Imprimerie IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie 86962 Chasseneuil CEDEX

Éditeur APMEP, Régionale de Poitou-Charentes

Siège Social IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie 86962 Chasseneuil CEDEX

Dépôt légal Octobre 2016