Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

Corol'aire

Septembre 2015 n°102

Programme du cycle 4 version 2 : Une évolution rassurante

Frédéric de Ligt

La préparation de la rentrée 2016 et la mise en place de la nouvelle réforme va occuper une bonne partie de l'année les collègues qui exercent en collège. Je n'aborderai pas ici l'architecture adoptée, des cycles de trois ans avec un cycle 3 à cheval sur l'école et le collège. Je ne parlerai pas non plus des EPI dont l'organisation va permettre de nous réunir un certain nombre de fois pour ne pas dire un nombre certain de fois.

À la fin de l'année scolaire passée nous avons été sollicités par le ministère pour répondre à un questionnaire à propos du projet de programme pour le collège. La forme du questionnaire ne permettait guère de s'exprimer sur les contenus eux-mêmes. Autant le projet de programme de mathématiques du cycle 3 était structuré, riche et abordable à la fois, pour tout dire motivant autant celui du cycle 4 était flou, sans cohérence visible, déséquilibré, bref, décevant, voire même inquiétant. Des associations comme la nôtre ont donné leur avis et il semble bien que les critiques qui ont pu être émises alors ont été entendues puisque la nouvelle version du projet de programme de mathématiques pour le cycle 4 remise par le CSP à madame la Ministre a été remaniée de façon importante. La géométrie est réapparue de façon conséquente et des précisions ont été apportées sur les attendus en fin de cycle.

On peut regretter que l'allègement annoncé se fasse seulement sur le degré d'approfondissement et le niveau de maîtrise technique attendus et non aussi sur la quantité des notions à aborder qui, au contraire, a sensiblement augmenté.

L'esprit général est cependant stimulant puisqu'il s'agit de faire vivre le plus possible les mathématiques dans notre monde et de répondre ainsi par avance à la question récurrente que posent les élèves : À quoi ça sert les maths ?

Une plage de discussion est bien sûr prévue pendant la Journée de la Régionale, le 14 octobre prochain à Saint Jean d'Angély, pour échanger sur ce sujet. Le débat devrait être riche et animé.

Sommaire

Edito p.1
Rallye p.2
Journée de la Régionale p.3
Comité p.4
Histoire de prix p.6
Quand une jeune élève s'ennuie p.7
Rubricollage p.11
Expo puzzle, les défis p.17
Coup de cœur, coup de griffe p.18

Les membres de l'équipe du Rallye se sont remis au travail le 16 septembre dernier, non sans avoir déjà exploré de nombreuses pistes sur les pliages pendant les vacances d'été.

L'épreuve du Rallye aura donc lieu, comme les années précédentes, pendant la Semaine Nationale des Mathématiques, le mardi 15 mars avec pour thème :

les pliages.

Nous avons aussi appris que la Semaine Nationale des Mathématiques avait pour thème le sport. Nous n'avions pas cette information lorsqu'il nous a fallu décider du thème du Rallye. Aussi, en maintenant les pliages pour la partie « Thème », nous proposerons quelques exercices sur le sport dans la partie « Problèmes » pour relier tout de même notre Rallye au thème national.

En ce qui concerne les pliages, nous ne serons pas aussi restrictifs que l'origami et les découpages ne seront pas interdits.

Comme les années précédentes, une participation de 5 € par classe engagée sera demandée aux établissements. Contrairement à l'an dernier, cette participation sera libellée « frais d'inscription » et non pas « frais de participation », pour éviter que certains établissements ne règlent la facture qu'une fois le produit reçu, c'est-à-dire après passation de l'épreuve, voire pas du tout ! Aussi les épreuves finales ne seront envoyées qu'aux établissements ayant réglé ces frais d'inscription.

Un message sera adressé aux collègues dans le courant du mois d'octobre par l'intermédiaire des boîtes mail professionnelles afin de permettre à certains établissements de s'inscrire au Rallye sur les reliquats des crédits 2015.

Le courrier habituel d'information sur le Rallye sera envoyé mi-novembre dans tous les établissements du second degré publics et privés. Une fiche d'inscription papier sera jointe à cet envoi, mais nous insisterons pour que les coordonnateurs complètent un fichier tableur qui sera disponible sur le site de la Régionale. Contrairement aux années précédentes, les épreuves d'entraînement seront à télécharger sur le site de la Régionale ; elles seront ainsi disponibles plus tôt.

La remise des prix aura lieu à l'Université de La Rochelle le 1er ou le 8 juin suivant la disponibilité des salles.

Appel à l'aide !

D'année en année, le Rallye est en pleine progression : 9 000 élèves (352 classes) en 2013, 12 000 élèves (508 classes) en 2014, 13 000 élèves (549 classes) en 2015, et l'équipe du Rallye reste stable, voire s'amenuise un peu. Lors de notre réunion, nous avons en effet rendu hommage à Georges Borion qui a pris une deuxième retraite, celle du Rallye.

Nous lançons donc un appel aux bonnes volontés pour nous aider au moins à corriger les épreuves (nous avions plus de 50 dossiers chacun l'an passé). Pour information, nous avons prévu cette année d'étudier les productions entre le 23 mars et le 27 avril en profitant des vacances scolaires.

Et si vous voulez rejoindre notre équipe pour la préparation des épreuves, nous vous accueillerons à bras ouverts !

Contacts : apmep.poitiers@free.fr

05 49 98 14 26 (Chantal Gobin)

6e journée de la Régionale

Mercredi 14 octobre 2015

Lycée professionnel Blaise Pascal,

11 rue Dampierre, Saint Jean d'Angély

8 h 45 - Accueil

9 h 15 - Présentation de la journée

par Frédéric de Ligt (Président de la Régionale Poitou-Charentes)
Intervention de l'Inspection Pédagogique Régionale

9 h 30 - Conférence : « La machine de TURING »

Par Marc Raynaud (professeur de mathématiques à la retraite).

11 h 15 - Débats

Bilan et échanges sur l'enseignement de l'algorithmique au lycée, animé par S. Dassule-D.
Echanges sur les nouveaux programmes de collège, animé par Frédéric de Ligt

13 h 00 - Repas au restaurant scolaire de l'établissement

13 h 45 - Assemblée générale de la Régionale

Rapport d'activité, rapport financier et renouvellement du comité régional

14 h 45 - Ateliers en parallèles

- Des pistes pour l'algorithmique au collège
  animé par Thierry Bacle et Corinne Parcelier
- Faire des mathématiques avec des puzzles (de la 6e à la Terminale)
  (en marge de la future exposition de l'APMEP Poitou-Charentes) animé par Dominique Gaud
- Utilisation de tablettes en cours de mathématiques (collège et lycée)
  animé par Claudia Grillet

16 h 30 - Fin de la journée de la Régionale

ATTENTION :

Il est nécessaire de s'inscrire directement auprès de la Régionale, même si vous vous êtes déjà inscrit au PAF.

Cette inscription est indépendante de celle du PAF mais nécessaire pour l'organisation des repas et des ateliers, y compris pour les collègues retraités. Un bulletin d'inscription est disponible sur le site de la régionale à l'adresse :

http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article239

Il doit être renvoyé au plus vite à cyrille.kirch@wanadoo.fr

Compte rendu du Comité de la Régionale APMEP Poitou-Charentes du 10 juin 2015

Points sur la réforme du collège et projet de programmes

Le projet de programmes pour les cycles 3 et 4 a été présenté à la Ministre vendredi dernier. Pour rappel, le cycle 3 correspond aux CM1/ CM2/6e, le cycle 4 correspond aux 5e/4e/3e.

Concernant le cycle 3, le contenu est acceptable mais des difficultés d'organisation sont à prévoir en raison de l'inclusion de la 6e dans ce cycle.

Pour ce qui est du cycle 4, le projet a entièrement été révisé suite aux critiques émises de tout bord. Il semble que la dernière version reprenne en grande partie le programme actuel mais en lui rajoutant des éléments (nombres premiers, triangles semblables, algorithmique...) alors qu'il était question d'allègements. Il faudra adapter ses contenus en fonction des élèves, mais nous craignons l'effet « saupoudrage ».

On reste sur une progression sur trois ans. Cela pose des questions : unité de la formation sur le territoire, choix des manuels scolaires (obligation de prendre la même édition sur les 3 années ?).

La partie algorithmique fait appel à des notions de programmation, une formation des collègues sur les attendus dans ce domaine sera nécessaire.

La SMF souhaite un retour de l'APMEP concernant les nouveaux programmes. Un courrier sera envoyé.

Au sujet de l'Enseignement des Pratiques Interdisciplinaires (EPI) : il sera imposé aux disciplines par l'intermédiaire du Conseil Pédagogique. Il s'agit d'heures intégrées aux heures disciplinaires pendant un trimestre ou un semestre. Un thème choisi par une équipe sera traité et mènera à la réalisation d'un objet physique ou virtuel. Cette organisation nécessite une grosse coordination des équipes. Nous déplorons que cette nouveauté ne s'appuie pas sur l'évaluation d'expériences passées (IDD par exemple) et soit de nouveau plaquée sans concertation préalable.

Concernant la formation, il en est proposé dès le mois d'octobre, pendant les vacances scolaires...

Journées Nationales à Laon

Jackie Citron animera la réunion des Régionales du samedi. Un repas de la Régionale sera organisé comme tous les ans.

Expositions

« Puzzle »

Pendant l'été, les efforts ont porté sur l'harmonisation des documents réalisés pour chaque pôle.

Le travail est en cours sur la documentation pédagogique.

Les documents seront bientôt soumis aux partenaires : l'EMF et l'AGEEM.

Autres

L'exposition « Comment tu comptes ? » est réservée trois semaines en novembre et pour la semaine des maths en mars 2016.

Corol'aire

La nouvelle maquette est validée. Il est possible d'envoyer des articles à Sébastien Dassule-Debertonne à l'adresse sdassule.apmep@gmail.com (article en texte seul, image à part, plus une version finalisée en pdf).

Conférence

Julien Michel nous propose une piste sur le thème « maths et musique ». Il a assisté à l'exposé d'une étudiante en thèse à l'IRCAM, sur les canons rythmiques qu'il a trouvé très intéressant. Il se charge de la contacter pour prévoir une conférence sur Niort en janvier.

Nous envisageons aussi de reprendre contact avec F. Testard pour une conférence en avril à La Rochelle.

Avec la mise en place de la réforme du collège, nous envisageons aussi une conférence en lien avec la problématique des EPI, en faisant intervenir des personnes issues d'autres disciplines.

On pourrait aussi imaginer pour les années à venir, un partenariat avec l'EMF pour organiser des conférences pendant la période de la fête de la science.

Question diverses

Julien Michel, en tant qu'universitaire, est invité à un comité de pilotage de la semaine des mathématiques. Il souhaite que l'APMEP prenne sa place dans le dispositif. Frédéric va faire un courrier dans ce sens.

On pourrait envisager de créer un label « semaine des maths » permettant d'organiser des actions (conférence par exemple) prises en charge par le rectorat à d'autres moments dans l'année.

Calendrier

Le prochain comité national se tiendra le samedi 14 et le dimanche 15 novembre 2015.

Le prochain comité régional est fixé au mercredi 13 janvier 2015.

Les expos de la Régionale.

La Régionale Poitou-Charentes possède trois expositions destinées à être présentées dans les établissements de la région.

Comment tu comptes ?

Cette exposition présente différentes numérations de civilisations diverses. Elle donne aussi à découvrir des techniques de calcul ainsi que différents objets qui ont permis d'appuyer les calculs.

Courbes : les maths en pleine forme

Pour découvrir les belles courbes, tant esthétiques qu'utiles, que peuvent offrir les mathématiques. Cette exposition est plutôt destinée aux lycéens et au supérieur.

Expo'Cubes

Pour redécouvrir le cube sous toutes ses faces. Une expo à manipuler.

Infos

Plus de renseignements et des documents pédagogiques associés aux trois expos sur le site de la Régionale : http://apmep.poitiers.free.fr rubrique Expositions.

Réserver

Pour exposer dans votre établissement, il suffit d'envoyer un mail à F. de Ligt :

frederic.deligt2@gmail.com.

Le tarif est de 90€ par semaine.

Épisode 4 : monnaie et prix en Grèce

Le système monétaire de la Grèce classique

L'unité est la ***drachme*** qui est une pièce d'argent de 4,3 g.

Drachme

(480-400 av. J.-C.)

Monnaie d'argent :

- Didrachme = 2 drachmes
- Tétradrachme (ou statère d'argent) = 4 drachmes
- Obole = 1/6 de drachme
- Diobole = 2 oboles
- Tétrobole = 4 oboles
- Hémiobole = ½ obole

Monnaie d'or :

- Statère d'or = 20 drachmes ; pièce d'or de 8,6 g

Monnaie de cuivre :

- Chalque = 1/8 d'obole
- Dichalque = 2 chalques

Tétradrachme

(450-400 av. J.-C.)

Unité de compte :

- Mine = 100 drachmes
- Talent = 6000 drachmes

Quelques prix au Ve siècle av. J.-C.

1 esclave qualifié = 1 talent

1 esclave artisan = 3 mines

1 esclave domestique ou mineur = 160 drachmes

1 esclave enfant = 72 drachmes

1 divan = 17 drachmes

1 rideau = 11 drachmes

1 table = 4 drachmes

Statère d'or

(150 av. J.-C.)

Chalque

(vers 100 av. J.-C.)

Obole de Marseille

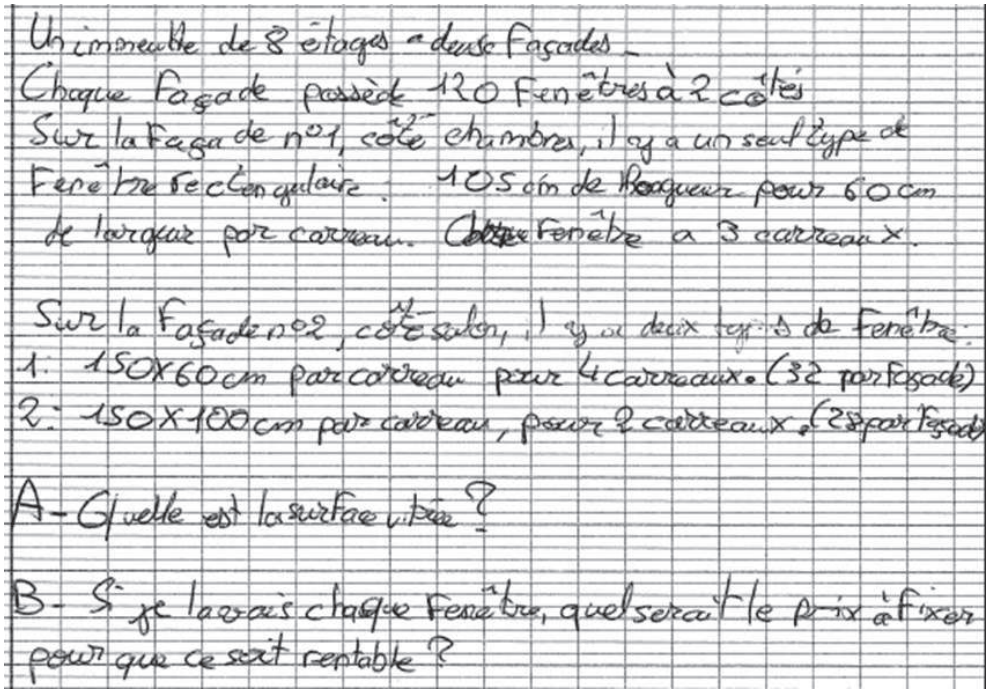
(250-100 av. J.-C.)

Quand une toute jeune élève s'ennuie en vacances

Florence Debertonne-Dassule

Aloïs, toute jeune élève de 3e du collège George Sand de Châtellerault, est venue me voir dès le 3 septembre avec une feuille. Cherchant dans ma mémoire encore ensoleillée de ces belles vacances d'été, je n'arrive pas à me souvenir d'avoir donné un devoir à la maison à faire pendant le congé estival… et pour cause, Aloïs m'apporte un problème qu'elle a créé et résolu toute seule cet été ! Et pas n'importe quel problème : vie courante et grandeurs, l'IREM de Poitiers a aussi ses émules parmi les élèves ! Il est vrai que je lui avais soumis l'idée, en cas d'ennui pendant l'été, de me trouver des idées de situations problèmes. Celle-ci trouvera sa place en 5e dans la grandeur « Aire ».

Voici l'énoncé :


Un immeuble de 8 étages a deux façades.
Chaque façade possède 120 fenêtres à 2 côtés
Sur la façade n°1, côté chambres, il y a un seul type de fenêtre rectangulaire : 105 cm de longueur pour 60 cm de largeur par carreau. Cette fenêtre a 3 carreaux.

Sur la façade n°2, côté salon, il y a deux types de fenêtre :
1. 150x60 cm par carreau pour 4 carreaux. (32 par façade)
2. 150x100 cm par carreau, pour 2 carreaux. (28 par façade)

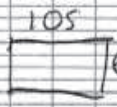
A- Quelle est la surface vitrée ?

B- Si je lavais chaque fenêtre, quel serait le prix à fixer pour que ce soit rentable ?

Ne tournez pas la page avant d'avoir cherché vous-même ce problème.

Et voici la solution :

A-1) Façade n°1 :



Ab = l x L
= 105 x 60
= 6300

Chaque carreau de type 1 fait 6300 cm²

6300
6300 x 3 = 18900.

18900 x 120 = 2268000
2268000 x 2 = 4536000

La surface vitrée de la façade n°1 est de 4536 000 cm² soit 45 360 m²

2) Façade n°2 :

a) Zone n°1 : (150 x 60) x 4 = 25 200

(25 200 x 32) x 2 = 806400 x 2 = 1612800

b) Zone n°2 : (~~150 x 100 cm~~)*

150 x 100 = 15 000
15 000 x 2 = 30 000

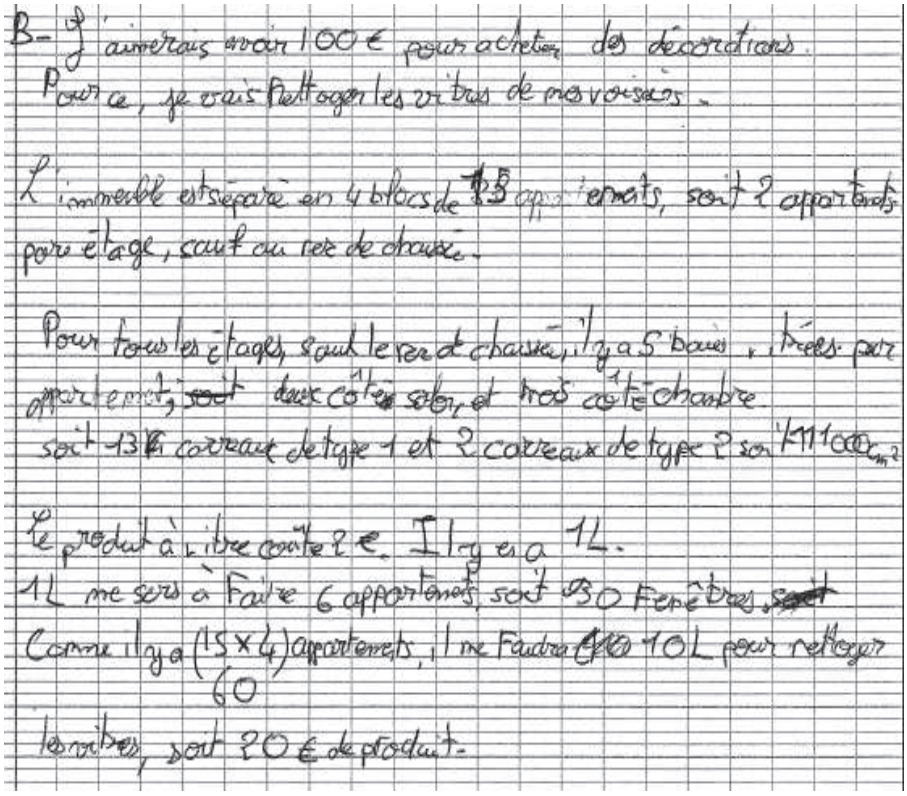
30 000 x 28 = 840 000
840 000 x 2 = 1680 000

1 612 800 + 1680 000 = 3292 800

La surface vitrée de la façade n°2 est de 3292 800 cm² soit 329,28 m²

4536000 + 3292800 = 7828800

La surface vitrée totale de l'immeuble est de 7828800 cm² soit 782,88 m².

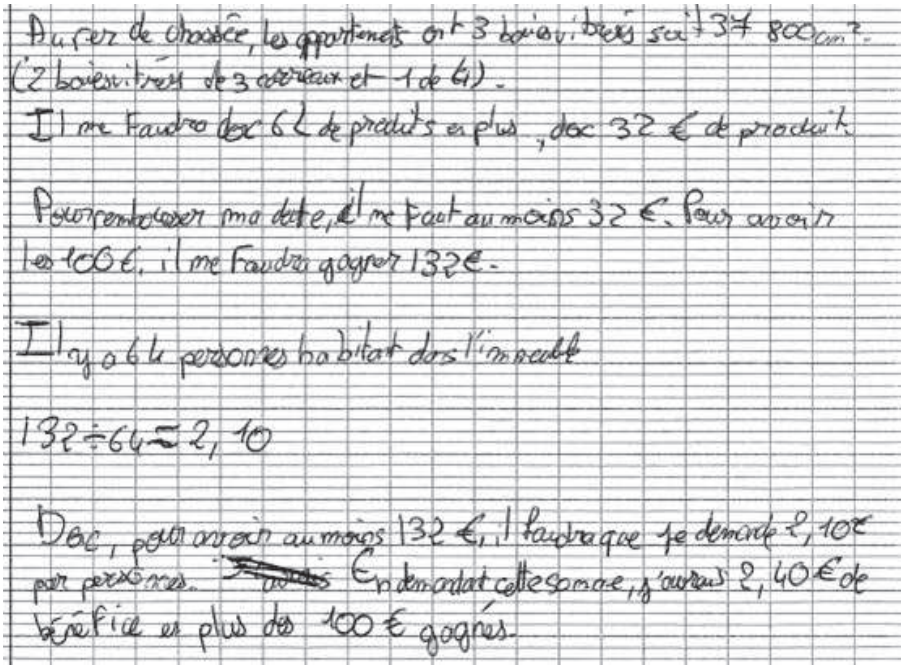


B- J'aimerais avoir 100 € pour acheter des décorations.
Pour ce, je vais nettoyer les vitres de mes voisins.

L'immeuble est séparé en 4 blocs de 15 appartements, soit 2 appartements par étage, sauf au rez de chaussée.

Pour tous les étages, sauf le rez de chaussée, il y a 5 baies vitrées par appartement, soit deux côtés salon, et trois côté chambre soit 13 carreaux de type 1 et 2 carreaux de type 2 soit 1 111 000 cm²

Le produit à vitre coûte 2 €. Il y en a 1L.
1L me sert à faire 6 appartements, soit 30 fenêtres.
Comme il y a (15 x 4) appartements, il me faudra 60 10L pour nettoyer les vitres, soit 20 € de produit.



Au rez de chaussée, les appartements ont 3 baies vitrées soit 37 800 cm².
(2 baies vitrées de 3 carreaux et 1 de 4).
Il me faudra donc 6 L de produits en plus, donc 32 € de produit.

Pour rembourser ma dette, il me faut au moins 32 €. Pour avoir les 100 €, il me faudra gagner 132 €.

Il y a 64 personnes habitant dans l'immeuble

132 ÷ 64 ≈ 2,10

Donc, pour avoir au moins 132 €, il faudra que je demande 2,10 € par personnes. En demandant cette somme, j'aurais 2,40 € de bénéfice en plus des 100 € gagnés.

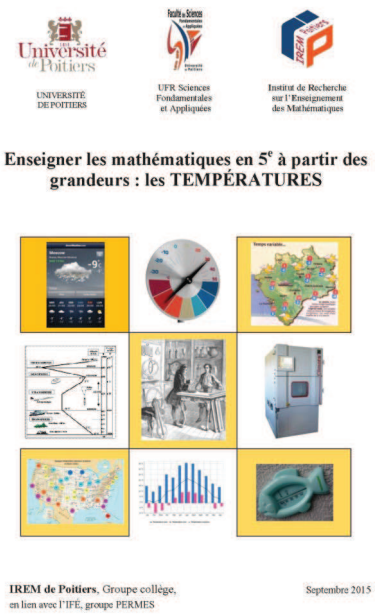
Alors, vive les vacances et continuons à ennuyer nos élèves pour libérer leur créativité !

Annonce de parution

Dans la lignée de sa série de brochures sur l'enseignement par les grandeurs au collège, l'IREM de Poitiers est heureux de vous annoncer la naissance de sa nouvelle publication : « Enseigner les mathématiques en 5ème à partir des grandeurs : les températures ». Cette brochure sera bientôt disponible à la vente par correspondance (en se connectant à l'adresse http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php/listepublications/brochures), ainsi que lors de la journée de la Régionale de l'APMEP du 14 octobre.

Cette brochure propose une étude des températures en classe de cinquième structurée autour de 2 questions : comment comparer des températures ? et comment calculer des températures ? La rencontre de ces deux questions se fait à travers l'étude de situations ancrées dans la vie présente et passée des hommes.

Pour cela nous avons élaboré une banque de situations organisée autour de 5 thèmes ancrés sur les 2 grandes questions. Elle nous sert de ressources pour choisir nos études, nos exercices et les sujets de nos devoirs.



Constructions de graduations et de graphiques, calcul sur les relatifs, utilisation de formules font partie des outils utilisés pour l'étude de ces situations. Leur choix permet de construire un parcours visant à répondre à un certain nombre de questions impliquant la comparaison et le calcul des températures.

En ces temps de changement de programmes, la démarche initiée à l'IREM de Poitiers vient au secours des demandes d'introduction de l'interdisciplinarité entre les mathématiques et les autres disciplines, par cet ancrage des situations exploitées dans les brochures dans des contextes extra-mathématiques.

ISBN : 978-2-85954-092-0 - Prix 11 Euros (15 Euros avec frais de port)

Ru – Bri – COL⅄AGE

Frédéric de Ligt

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur … Cette rubrique est à vous.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Des problèmes

102-1 *de Jacques Chayé (Poitiers)* :
Un exercice du baccalauréat de 1894 (Clermont-Section Lettres-Mathématiques)
On donne, dans un triangle rectangle, la somme L de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante, et la surface K^2. Calculer les trois côtés du triangle. Discussion.

102-2 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Pour tout point M intérieur à un quadrilatère convexe ABCD, dont on note P, Q, R, S les projetés orthogonaux sur (AB), (BC), (CD), (DA) respectivement, montrer que l'on a l'inégalité :

$$MA + MB + MC + MD \geq \sqrt{2}\,(MP + MQ + MR + MS)$$

102-3 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Montrer que $n^4 + 4^n$ n'est jamais un nombre premier quand $n \geq 2$.

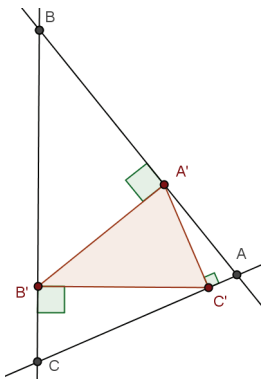
Des solutions

98-2 *de Frédéric de Ligt* :
Quels sont les triangles qui peuvent être partagés en 3 triangles isocèles ?

Louis-Marie Bonneval a donné une solution très fouillée à ce problème dans le numéro 100 du Corol'aire en présentant 27 familles de triangles trisécables. Mais une possibilité manquait à l'appel.
Complément de Georges Borion :
Tous les triangles acutangles répondent aussi à la question. Soit un triangle acutangle ABC et O le centre du cercle circonscrit. Les triangles AOB, BOC et COA sont isocèles.

99-4 *de Frédéric de Ligt* :
Soit ABC un triangle acutangle, construire un triangle A'B'C' avec A' sur [AB], B' sur [BC], C' sur [AC] tel que les droites (A'B'), (B'C') et (A'C') soient respectivement orthogonales aux droites (AB), (BC) et (AC). Que dire du triangle A'B'C' ?

Solution de Louis-Marie Bonneval



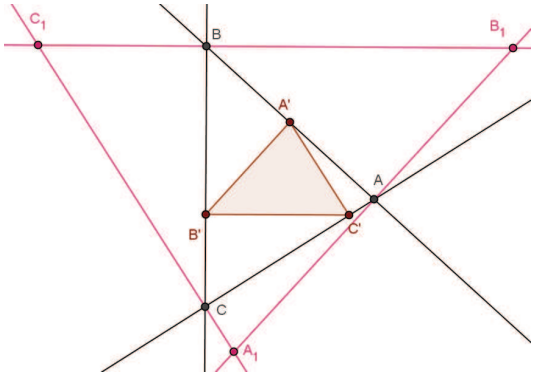
Pour faire une figure, il est commode de partir du triangle A'B'C' : on construit la perpendiculaire d_1 en A' à (A'B'), d_2 en B' à (B'C'), d_3 en C' à (C'A'). Appelons A l'intersection de d_1 et d_3, B l'intersection de d_1 et d_2, C l'intersection de d_2 et d_3. Pour le triangle ABC, A'B'C' est le triangle cherché (du moins, si ABC est acutangle, cf. plus loin).
L'angle de droites (AB, AC) est égal à l'angle de droites (A'B', A'C') puisque les côtés sont deux à deux perpendiculaires ; de même (BC, BA) = (B'C', B'A') et (CA, CB) = (C'A', C'B'). Donc les angles géométriques des deux triangles sont deux à deux égaux ou supplémentaires. En fait ils sont égaux : sinon on aurait

par exemple $\alpha' = \pi - \alpha$, $\beta' = \beta$, $\gamma' = \gamma$ (puisque un triangle a au plus un angle obtus), et comme $\alpha + \beta + \gamma = \pi = \alpha' + \beta' + \gamma'$, on en déduirait $\alpha' = \frac{\pi}{2} = \alpha$.

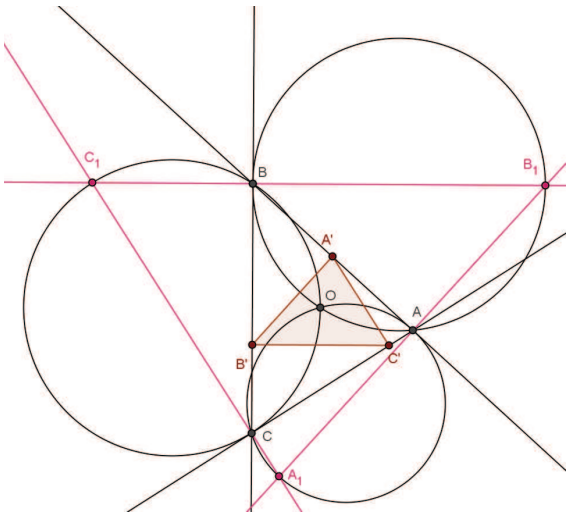
Les deux triangles ABC et A'B'C' sont donc semblables, et même directement semblables puisque :

$$\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) = \left(\overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{A'C'}\right) \text{ ; } \left(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}\right) = \left(\overrightarrow{B'C'}; \overrightarrow{B'A'}\right) \text{ et } \left(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}\right) = \left(\overrightarrow{C'A'}; \overrightarrow{C'B'}\right).$$

Donc il existe une similitude directe s transformant A'B'C' en ABC. Cherchons son centre O. Pour cela, appliquons-la au triangle ABC. Autrement dit, construisons le triangle à partir du triangle ABC par la méthode ci-dessus.

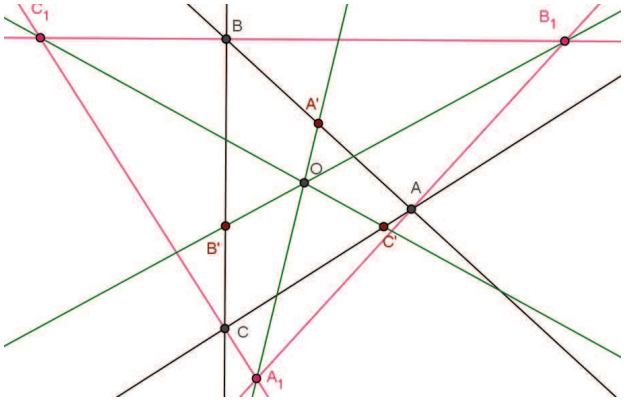


L'angle de la similitude étant droit, O est sur chacun des cercles de diamètre [AA_1], [BB_1], [CC_1] , qui sont aussi les cercles ACA_1, BAB_1, CBC_1, ou encore les cercles : passant par C et tangent en A à (AB) ; passant par A et tangent en B à (BC) ; passant par B et tangent en C à (AC). O est l'intersection de ces trois cercles.

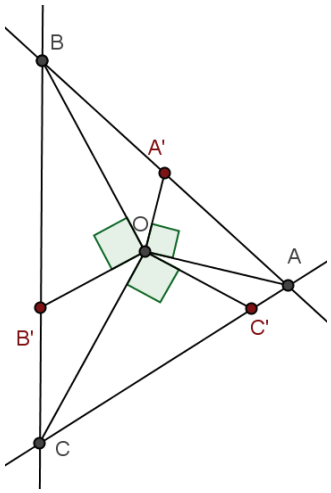


On passe de A'B'C' à $A_1B_1C_1$ par la transformation $s \circ s$, qui est une similitude de centre O et d'angle plat, c'est-à-dire une homothétie de centre O. Donc les droites ($A'A_1$), ($B'B_1$), ($C'C_1$) passent par O.

On en déduit une construction de A'B'C' à partir de ABC : on construit $A_1B_1C_1$, puis O. Alors A' est l'intersection de (OA_1) avec (AB), B' l'intersection de (OB_1) avec (BC), C' l'intersection de (OC_1) avec (CA).



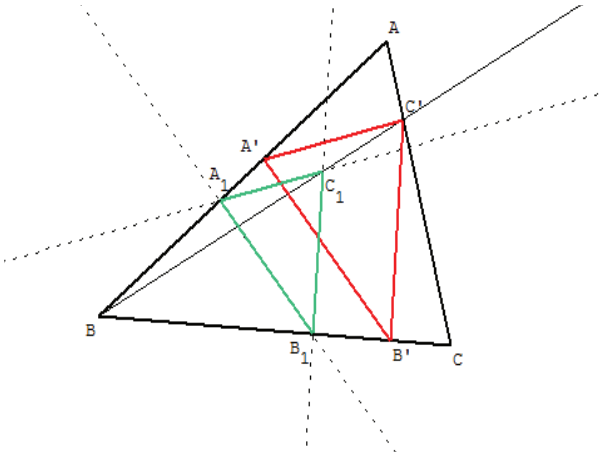
On peut aussi remarquer que les triangles AOA', BOB', COC' sont rectangles, ce qui fournit une autre construction : on construit $A_1B_1C_1$, puis O. Alors A' est l'intersection de (AB) avec la perpendiculaire en O à (AO), B' l'intersection de (BC) avec la perpendiculaire en O à (BO), C' l'intersection de (CA) avec la perpendiculaire en O à (CO).



Ces constructions sont toujours possibles, mais il faut que ABC soit acutangle pour que A', B' et C' soient respectivement sur les segments [AB], [BC], [CA]. En effet (cf. première figure), les triangles AC'A', BA'B', CB'C' étant rectangles respectivement en C', A', B', leurs angles respectifs en A, B, C sont nécessairement aigus. Cette condition est suffisante : supposons ABC acutangle. Dans le cercle AOB, les angles inscrits $\widehat{AOB}$ et $\widehat{ABC}$ interceptent la même corde [AB], puisque (BC) est tangente au cercle ; ils sont donc égaux ou supplémentaires. De même $\widehat{BOC}$ et $\widehat{BCA}$ sont égaux ou supplémentaires, $\widehat{COA}$ et $\widehat{CAB}$ sont égaux ou supplémentaires. Or les trois premiers ont pour somme 2π (ce qui impose que deux d'entre eux au moins soient obtus), les trois seconds sont aigus et ont pour somme π. C'est donc que les trois premiers, $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ et $\widehat{COA}$ sont supplémentaires des trois seconds, et sont donc obtus. D'après la 2e construction ci-dessus, on en déduit que A', B' et C' appartiennent respectivement à [AB], [BC], [CA].

Solution de Jacques Chayé :

Le triangle cherché aura ses côtés perpendiculaires à ceux du triangle ABC ; il aura donc les mêmes angles que ce triangle. Soit A_1 un point du segment [AB] ; puisque le triangle ABC est acutangle, la perpendiculaire à (AB) en A_1 coupe [BC] en un point B_1. La perpendiculaire à (BC) en B_1 et la perpendiculaire à [AC] passant par A_1 se coupent en un point C_1 ; le triangle $A_1B_1C_1$ a les mêmes angles que le triangle ABC. Soit C' l'intersection de (AC) et de (BC_1) ; l'homothétie de centre B qui transforme C_1 en C', transforme le triangle $A_1B_1C_1$ en le triangle A'B'C' cherché.



En fait la propriété est valable dans n'importe quel triangle avec A', B' et C' sur les droites (AB), (BC) et (CA), sans se limiter aux segments.

100-5 *de Frédéric de Ligt* :
Montrer que dans un ensemble de 199 entiers il est toujours possible d'en trouver 100 dont la somme est un multiple de 100.

Solution de Jean-Christophe Laugier :
L'énoncé à démontrer n'est autre que P_{100}, P_n étant la proposition générale suivante :

(P_n) : Soit une suite de $2n-1$ entiers $x_1, x_2, \ldots, x_{2n-1}$ $(n>0)$; alors il existe une partie I de $\{1;2;\ldots;2n-1\}$ de cardinal n $(|I|=n)$ telle que $\sum_{i\in I} x_i = 0 \bmod n$.

Pour démontrer P_{100} nous allons démontrer P_2, P_5 et l'implication suivante : (P_n et P_m) $\Rightarrow P_{nm}$, pour tous $n, m > 0$. Il en résultera P_{100} puisque $100 = 2^2\times5^2$. P_2 est évidente, puisque on vérifie aisément que dans une suite de 3 nombres, on peut toujours trouver deux termes dont la somme est paire. Pour démontrer P_5 nous avons besoin du lemme suivant :

Soit p un nombre premier, X une partie de $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ telle que $1 \le X \le p-1$, et d un élément non nul de $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Alors $X + d \not\subseteq X$.

Preuve : Soit $x \in X$; puisque p est premier et $d \neq 0$, les éléments x, $x+d$, $x+2d$, ..., $x+(p-1)d$ sont distincts dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$. Si $X + d \subseteq X$, alors ces éléments en nombre p appartiennent à X. Or ceci est impossible puisqu'on a par hypothèse $|X| \le p-1$. Donc $X + d \not\subseteq X$.

Démontrons à présent P_5. Soit donc une suite de 9 entiers $x_1, \ldots, x_9$. Pour le problème qui nous intéresse, on peut évidemment remplacer chaque x_i par son reste modulo 5 et supposer la suite (x_i) croissante, c'est-à-dire : $0 \le x_i \le 4$ pour tout $i = 1,2,\ldots,9$ et $x_1 \le x_2 \ldots \le x_9$. S'il existe $i_0 \in \{1,2,3,4\}$ tel que $x_{i_0} = x_{i_0+4}$, alors posant $I = \{i_0, i_0+1, \ldots, i_0+4\}$, on a $|I| = 5$ et $\sum_{i\in I} x_i = 5x_{i_0} = 0 \bmod 5$.
On suppose donc désormais que $x_i < x_{i+4}$ pour tout $i \in \{1,2,3,4\}$ et on pose $X_i = \{x_i, x_{i+4}\}$. Les calculs vont être effectués à présent dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. Posons $S_i = X_1 + \cdots + X_i$ pour $i = 1,2,3,4$. Puisque les ensembles $\{i, i+4\}$ sont deux à deux disjoints, les éléments de chaque S_i sont de la forme $\sum_{k\in K} x_k$ avec $|K| = i$.
Nous allons démontrer par récurrence sur i que : $|S_i| > i$ pour tout $i = 1,2,3,4$ (P).
On a bien $|S_1| > 1$ puisque que $|S_1| = |X_1| = 2$.
Supposons (P) démontrée jusqu'à l'ordre i avec $i = 1,2$ ou 3.
$S_{i+1} = S_i + X_{i+1} = (S_i + x_{i+1}) \cup (S_i + x_{i+5})$ et $|S_i + x_{i+1}| = |S_i|$. Par hypothèse, $|S_i| > i$; si $|S_i| > i+1$ alors on a $|S_{i+1}| \ge |S_i + x_{i+1}| > i+1$; sinon $|S_i + x_{i+1}| = |S_i| = i+1$.
Puisque $x_{i+5} - x_{i+1} \neq 0$ dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ car $0 \le x_{i+1} < x_{i+5} \le 4$, et $|S_i| = i+1 \le 4$, il en résulte d'après le lemme que $S_i + x_{i+5} - x_{i+1} \not\subseteq S_i$, d'où $S_i + x_{i+5} \not\subseteq S_i + x_{i+1}$ et par suite $|S_{i+1}| > |S_i + x_{i+1}| = i+1$.
On a donc $|S_4| > 4$, d'où $S_4 = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. Donc il existe I_0 avec $|I_0| = 4$, $I_0 \subseteq \{1,2,\ldots,8\}$ tel que $\sum_{i\in I_0} x_i = -x_9$ dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$, c'est-à-dire $\sum_{i\in I} x_i = 0 \bmod 5$ en posant $I_0 \cup \{9\} = I$ et l'on a bien $|I| = 5$.

Démontrons à présent (P_n et P_m) $\Rightarrow P_{nm}$.
Soit donc $x_1, x_2, \ldots, x_{2mn-1}$ une suite de $2mn-1$ entiers. Nous allons construire par récurrence une suite $I_1, I_2, \ldots, I_{2n-1}$ de parties de $\{1,2,\ldots,2mn-1\}$ deux à deux disjointes, toutes d'effectif m, vérifiant pour tout k, $1 \le k \le 2n-1$: $\sum_{i\in I_k} x_i = 0 \bmod m$.
Puisque $2mn-1 \ge 2m-1$, et P_m étant satisfaite, il existe $I_1 \subseteq \{1,2,\ldots,2mn-1\}$, telle que avec $|I_1| = m$ et $\sum_{i\in I_1} x_i = 0 \bmod m$. Supposons déterminés $I_1, \ldots, I_k$ $(1 \le k \le 2n-1)$, parties de $\{1,2,\ldots,2mn-1\}$, deux à deux disjointes d'effectif m satisfaisant à $\sum_{i\in I_\ell} x_i = 0 \bmod m$ pour $\ell = 1,\ldots,k$.
Alors $|\{1,2,\ldots,2mn-1\} - \cup_{\ell=1}^{k} I_\ell| = 2mn-1-km = (2n-k)m-1 \ge 2m-1$. Il existe donc une partie I_{k+1} vérifiant $I_{k+1} \subseteq (\{1,2,\ldots,2mn-1\} - \cup_{\ell=1}^{k} I_\ell)$, $|I_{k+1}| = m$ et $\sum_{i\in I_{k+1}} x_i = 0 \bmod m$.

Considérons à présent la suite d'entiers $\sum_{i\in I_k} x_i,\ 1 \le k \le 2n-1$. On peut poser $\sum_{i\in I_k} x_i = my_k, y_k \in \mathbb{Z}$, d'après ce qui précède. P_n étant satisfaite, il existe une partie J de $\{1, 2, \dots, 2n-1\}$ d'effectif n telle que $\sum_{j\in J} y_j = 0 \bmod n$.
Posons $I = \cup_{k\in J} I_k$; alors on a $|I| = mn$ et $\sum_{i\in I} x_i = \sum_{k\in J}\left(\sum_{i\in I_k} x_i\right) = \sum_{k\in J} my_k = m\sum_{k\in J} y_k = 0 \bmod mn$.

Voici quelques remarques pour terminer :

1) La preuve P_5 que l'on a exposée peut être généralisée à P_m, n étant un nombre premier quelconque. Il en résulte que P_n est vraie pour tout $n \ge 1$ en vertu de l'implication (P_n et P_m) $\Rightarrow P_{nm}$.
2) La longueur minimale d'une suite finie d'entiers $x_1, x_2, \dots, x_k$ $(k \ge n)$ garantissant l'existence d'une partie I de $\{1, 2, \dots, k\}$ telle que $|I| = n$ et $\sum_{i\in I} x_i = 0 \bmod n$ est égale à $2n-1$. En effet, considérons la suite (x_i) de longueur $2n-2$ suivante :
$$x_i = 1 \text{ pour } 1 \le i \le n-1,\ x_i = 0 \text{ pour } n \le i \le 2n-2.$$
Pour toute partie I de $\{1, 2, \dots, 2n-2\}$ telle que $|I| = n$, $\sum_{i\in I} x_i = |I \cap \{1, 2, \dots, n-1\}|$, et comme $1 \le |I \cap \{1, 2, \dots, n-1\}| \le n-1$, alors $\sum_{i\in I} x_i \ne 0 \bmod n$.
3) Il existe un énoncé similaire à celui que l'on vient de démontrer, mais beaucoup plus simple : Soit une suite de n entiers $x_1, x_2, \dots, x_n$; alors il existe une partie I non vide (d'effectif non imposé) de $\{1, \dots, n\}$ telle que $\sum_{i\in I} x_i = 0 \bmod n$. La démonstration repose sur le principe des tiroirs. On peut vérifier également que n est le nombre minimal de termes que doit comporter une suite d'entiers pour garantir l'existence d'une partie I non vide de $\{1, \dots, n\}$ telle que $\sum_{i\in I} x_i = 0 \bmod n$.

101-1 *de Frédéric de Ligt* :
Si la fraction p/q est strictement comprise entre 2014/2015 et 2015/2016, quelle est alors la valeur minimale de la somme $p + q$?

Solution de l'auteur :
Dans toute la suite a, b, c, d désigneront des entiers naturels non nuls tels que $bc-ad = 1$.
Lemme 1 : $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$
Preuve :
$\frac{a+c}{b+d} - \frac{a}{b} = \frac{1}{b(b+d)} > 0$ et $\frac{c}{d} - \frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{d(b+d)} > 0$.
Lemme 2 : Si p/q est une fraction telle que $a/b < p/q < c/d$ alors il existe deux entiers naturels non nuls r et s tels que $p = ra + sc$ et $q = rb + sd$.
Preuve :
$p/q < c/d$ donc $qc-pd > 0$, il existe donc un entier naturel non nul r tel que $qc - pd = r$ (L_1).
De même avec $a/b < p/q$, il existe donc un entier naturel non nul q tel que $pb-aq = s$ (L_2).

Avec la combinaison $bL_1 + dL_2$ on obtient $rb + sd = qbc-qad = q(bc-ad) = q$.
Avec la combinaison $aL_1 + cL_2$ on obtient $ra + sc = pbc-pad = p(bc-ad) = p$.
Pour une telle fraction p/q on a donc $p = ra + sc \ge a + c$ et $q = rb + sd \ge b + d$.
Finalement $(a + c) + (b + d) \le p + q$. Parmi les fractions p/q strictement comprises entre a/b et c/d, c'est la fraction $(a + c)/(b + d)$ qui a la somme $p + q$ la plus petite.
Pour revenir au cas particulier de l'énoncé, (2014 + 2015) + (2015 + 2016) = 8060 est la somme minimale cherchée.

Annonce de parution : JEUX 10

Brochures JEUX … 5, 6, 7, 8, 9 et 10 : des mathématiques motivantes !

Comme les précédentes brochures, JEUX 10 propose des activités ludiques, bien sûr, mais toujours avec des objectifs pédagogiques. Huit jeux sont les supports de près de soixante-dix activités dans les trois grands domaines : numérique, géométrique et logique. Ces fiches d'activités sont accompagnées d'une présentation précisant les objectifs, les modalités d'utilisation en classe et des solutions attendues.

Des innovations

Plusieurs activités sont proposées en couleur et deux d'entre elles sont particulièrement innovantes : l'une nécessite une répartition des tâches entre tous les élèves de la classe (MosaColla), l'autre fait concourir les élèves en groupes (Jeu de l'oie).

Dans le domaine numérique,

les activités portent sur la numération, les multiples et diviseurs, les nombres décimaux et relatifs, les fractions, les racines carrées, les puissances, les équations, les expressions algébriques… dans des situations faisant souvent appel au calcul mental.

Dans le domaine géométrique,

c'est la géométrie dans l'espace qui occupe une grande place avec un travail sur la vision dans l'espace, sur les périmètres, les aires et les volumes. En géométrie plane, l'égalité de Pythagore est l'objet d'une importante activité et les « transformations » classiques sont utilisées de façon intuitive pour aborder l'algorithmique.

Dans le domaine logique, lié à l'heuristique,

les élèves sont invités à se familiariser avec les ensembles, leurs caractérisations, leurs représentations sous la forme de diagrammes de Venn. Cette activité les fait essentiellement travailler sur les propriétés des nombres et des figures.

Un tableau synoptique résume les domaines abordés, les notions travaillées, le niveau à partir duquel l'activité peut être traitée en classe, le matériel et la nature de l'activité. Des grilles vierges à la fin de certains dossiers sont proposées afin de prolonger le travail.

Brochure APMEP n° 1007 172 pages (86 feuillets non reliés) au format A4

Prix Public : 22 €, Prix Abo/adh : 14,30 €, Prix Tout APMEP : 12,10 €

Cette brochure JEUX 10 sera donc disponible à la Journée de la Régionale le 14 octobre prochain. Si vous souhaitez vous la procurer ce jour-là, envoyez **très vite** un message à Jean Fromentin (fromentin.jean@numéricable.fr) pour que nous nous la procurions en nombre suffisant. On vous la mettra de côté.

Expo puzzle : les défis

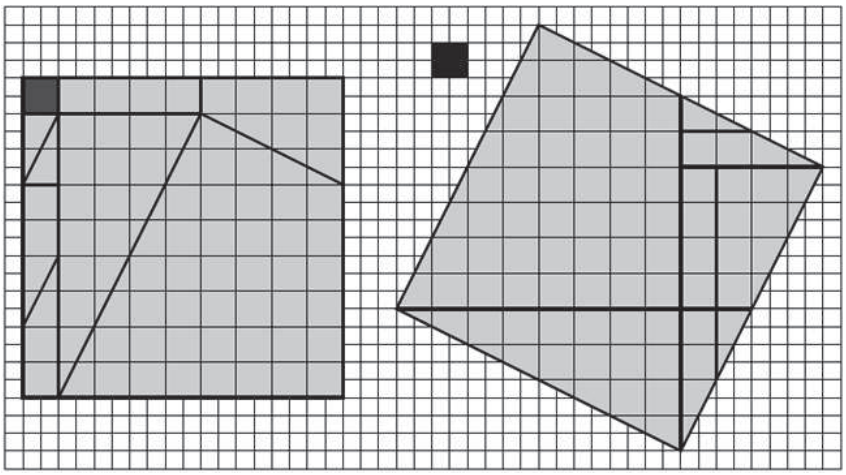
Dominique Gaud

Votre régionale APMEP en collaboration avec l'IREM et l'Espace Mendes-France de Poitiers conçoivent actuellement une exposition consacrée aux puzzles et à leurs applications aux mathématiques.
Cette exposition se déroulera de septembre 2016 à juin 2017 dans les locaux de l'Espace Mendes-France puis sera disponible pour tous les établissements qui en feront la demande après comme l'étaient les précédentes expositions (cubes, comment tu comptes, Courbes etc.)
Nous vous proposerons toute cette année, en liaison avec cette exposition, quelques défis. Vous pouvez nous soumettre vos solutions mais aussi des séquences dans les classes que ces défis ne manqueront pas de vous faire concevoir.
Il suffit de les faire parvenir à : sdassule.apmep@gmail.com

Défi n°1 : Carré manquant

En assemblant les pièces du premier carré (sauf une), on semble obtenir un autre carré. Mais est-ce vraiment un carré ?

Est-il possible d'obtenir de la même façon un autre problème du même type (un carré manquant) avec une autre dimension du côté du carré initial?



Coup de cœur— coup de griffe

Vous voulez réagir à l'actualité de l'enseignement, à un article ou nous faire partager un point du vue pédagogique, n'hésitez pas à nous écrire à l'adresse :

sdassule.apmep@gmail.com

Nota bene

Sébastien Dassule-Debertonne

Pas une semaine sans que la question des notes ne soit abordée dans les médias. Mettra-t-on encore des notes ? Sur 20, sur 4, plus du tout. Souvent, il y a beaucoup de bruit pour rien, puisque la notation sur 20 n'a pas vocation à disparaître. Elle sera(it ?) simplement complétée par quatre critères d'appréciation pour l'évaluation des compétences du socle commun (Maitrise insuffisante, fragile, satisfaisante ou très bonne).

Beaucoup de bruit sur la forme, mais assez peu sur le fond. Le rôle que l'on fait jouer à ces notes est bien peu abordé. Le public connait le rôle d'évaluation, mais bien peu de personnes connaissent la procédure d'orientation post-troisième ou post-seconde qui se joue beaucoup sur les notes, via les moyennes.

L'institution, par ce rôle décisif qu'elle donne aux notes, empêche toutes les procédures valorisantes que des enseignants peuvent imaginer. Difficile de mettre en place des évaluations différenciées pour des élèves en grande difficulté, difficile de valoriser le progrès plus que le résultat car il y a cette moyenne qui attend. Ces procédures qui favorisent la différenciation, et donc la valorisation des compétences, trouvent donc peu d'écho.

Parfois, il y a même des progrès (même notés) dont l'institution ne tient pas compte : un élève de seconde qui voudrait se réorienter en seconde professionnelle ne sera pas favorisé par ses résultats en seconde : ce sont les résultats de troisième qui comptent. Une année blanche donc.

Mme la ministre affirme : « Nous n'imposons aucune façon de noter (…) nous estimons que c'est aux équipes de faire ce choix ». Puisqu'elle nous accorde cette responsabilité, qu'elle nous accorde aussi la responsabilité du bon conseil et du bon accompagnement des élèves qui, souvent, s'appuient sur des observations complémentaires, mais aussi instructives, que les simples notes.

APMEP, IREM Bâtiment de mathématiques
Téléport 2—BP30179
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL CEDEX

Site : http://apmep.free.fr/
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + suppléments) : 8 €.

ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication
F. de Ligt
Comité de rédaction
F. de Ligt, L.-M. Bonneval, S. Dassule-Debertonne, J. Germain, J. Fromentin, P. Rogeon, J. Michel
Imprimerie
IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie 86962 Chasseneuil CEDEX

Éditeur
APMEP, Régionale de Poitou-Charentes
Siège Social
IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd M. et P. Curie 86962 Chasseneuil CEDEX
Dépôt légal
Septembre 2015