

Édito

Fatigué !

Une demi-journée banalisée pour discuter tous ensemble du projet de texte du socle commun de connaissances, de compétences et de culture (le titre s'est rallongé). Encore une réunion sur le socle ! Notre synthèse, n'en doutons pas, sera analysée à la loupe par la hiérarchie. J'ai cherché la place des mathématiques dans les cinq nouveaux domaines que présente le texte. Elle est moins visible qu'auparavant. Mais ce n'est pas là mon propos. Tout ce temps passé à réfléchir, à échanger, à tester, à réorganiser pour intégrer les attendus du socle à notre enseignement et voici que l'administration nous annonce que l'architecture même du socle actuel est « *hétérogène* », que la relation socle/programme est « *insuffisante* », que la relation compétences/connaissances est « *peu claire* », que les évaluations sont « *trop complexes* » et que ce socle est incomplet, bref, qu'il faut tout reprendre depuis le début. Toutes ces critiques sont justes, et je me souviens encore des innombrables exégèses qui nous étaient délivrées alors pour interpréter le sens des textes officiels et la façon dont chacun imaginait de les mettre en œuvre. Il va falloir s'y remettre, tout recommencer ou presque puisque l'intersection entre les deux versions se situe principalement au niveau des intentions et des principes. Je suis déjà un peu las en ce début d'année.

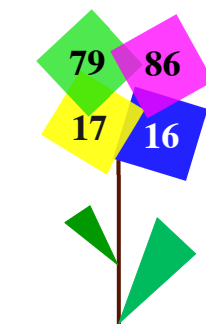
Heureusement il y a mes élèves. Heureusement il y a mes collègues.

Heureusement, il y a aussi ma Régionale.

Là nous construisons dans la durée. Notre rallye, qui entre dans sa vingt-quatrième année, est parti, dès sa création en 1991, sur des principes simples et efficaces qu'il a conservés pendant toute sa croissance. C'est maintenant un événement d'importance pour bon nombre d'élèves et de collègues de l'académie. Les trois expositions itinérantes que nous pouvons déjà proposer s'enrichiront bientôt d'une quatrième. Leur qualité est appréciée et elles continuent de tourner régulièrement. Et puis il y a la cinquième journée de la Régionale qui arrive ce 15 octobre où nous pourrions échanger en toute liberté.

Frédéric de Ligt

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n°98

Septembre 2014

COROL'AIRE

APMEP, IREM, Bâtiment de mathématiques
Téléport 2 - BP 30179,
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL CEDEX

APMEP : <http://apmep.poitiers.free.fr/>
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie de l'Association :	
- Journée de la Régionale	p. 2
- Affiche	p. 9
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 2 et 3
Histoire de volumes (épisode 4)	p. 4 et 5
Expositions de la Régionale	p. 5
Rubricol'age	p. 6 à 8

Directeur de la publication	Frédéric de LIGT
Comité de rédaction ...	F. de LIGT, L-M BONNEVAL J. GERMAIN, J. FROMENTIN
Imprimerie	IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd Marie et Pierre Curie 86962 CHASSENEUIL CEDEX
Éditeur	APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social	IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd Marie et Pierre Curie 86962 CHASSENEUIL CEDEX
Dépôt légal	Septembre 2014

Vie de l'association

Journée de la Régionale Poitou-Charentes le 15 octobre 2014

La cinquième Journée de la Régionale aura donc lieu le 15 octobre prochain à l'IFMI (étoile du plan ci-dessous) sur le site du Futuroscope à partir de 9 h. L'affiche en dernière page de ce Corol'aire donne l'emploi du temps de la journée. Elle est à mettre dans les salles des professeurs après, si possible, un agrandissement au format A3.

Si vous ne vous êtes pas inscrits au PAF et si vous n'avez pas de cours ce mercredi, vous pouvez bien sûr venir à cette Journée ouverte à tous les professeurs de mathématiques du public et du privé. Signalez toutefois votre venue à Cyrille Kirch (cyrille.kirch@wanadoo.fr) chargée de l'organisation, afin de pouvoir vous inscrire à un atelier et, si vous le souhaitez, prendre le repas du midi à l'ESEN.

Rappelons, ici, les contenus des trois ateliers.

Géotortue (Thierry Bacle)

Quelques exemples d'utilisation au collège et un peu au lycée.
Activités pratiques sur machine.

Histoire et mathématiques (Nathalie Chevalarias)

Un travail interdisciplinaire en seconde.

Faire des mathématiques avec des jeux du commerce (Jean Fromentin)

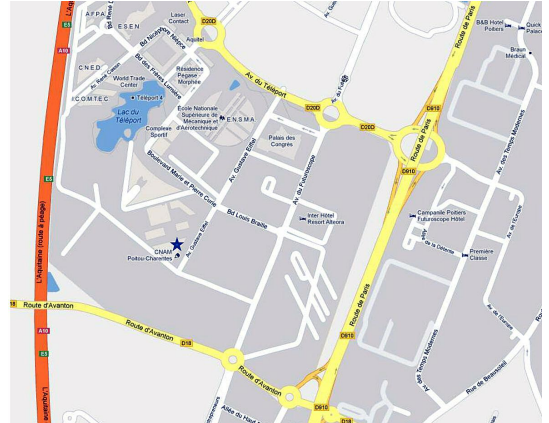
Présentation, étude et pratique de jeux.

Vente de brochures

Cette Journée de la Régionale est aussi l'occasion de prendre connaissance des brochures APMEP et IREM, et de se les procurer.

Vous avez pu lire, dans le Corol'aire de juin, la présentation de la toute nouvelle brochure : « **Les problèmes du prof Ila Ransor** » réalisée par la Régionale APMEP de Poitou-Charentes et éditée par l'APMEP nationale. Elle sera bien sûr en vente, et le **prof Ila Ransor** se fera un plaisir de vous la dédicacer.

Des bulletins d'adhésion à l'APMEP seront disponibles.



Rallye Mathématique de Poitou-Charentes

17 mars 2015 - Le temps



L'équipe du Rallye n'a pas perdu de temps car elle a tenu sa première réunion de travail le 16 septembre 2014.

Elle se réjouit d'accueillir un nouveau membre, Estelle CHARRIER, enseignante aux collèges de Loudun et de Saint-Jean de Sauves.

L'équipe, dans un premier temps, a réglé des questions administratives : participation à Panoramath 6 (future brochure sur les problèmes de rallyes réalisée par le CIJM), participation financière des établissements et subventions, calendrier des réunions de travail...

Le temps fort de la réunion a été le travail sur le thème de cette année « LE TEMPS ».

Pendant les vacances, les membres de l'équipe ont consacré du temps à la réflexion sur ce nouveau thème ; il était maintenant temps d'organiser les pistes de travail.

Les établissements recevront l'épreuve d'entraînement dans la deuxième quinzaine de décembre avec des informations précises concernant le thème, les modalités et le bulletin d'inscription. La participation par classe reste à 5 €.

Tous ces renseignements seront sur le site de l'APMEP Poitou-Charentes.

Les temps forts :

- 17 mars 2015 : épreuve finale du Rallye
- 3 juin 2015 : remise des prix à Poitiers.

Retenez ces dates dès à présent auprès de vos chefs d'établissement afin que vos élèves puissent avoir le temps de participer.

Et maintenant, il est temps de gaspiller un peu de temps pour compter le nombre de fois que vous venez de lire, dans cet article, le thème de cette année ! (Réponse page 3)

Chantal Gobin

Revenons trois mois en arrière. Il ne nous avait pas été possible dans le Corol'aire de juin de faire état des articles qui sont parus dans les journaux à la suite de la remise des prix du Rallye à La Rochelle. Voici, page suivante, la 5^{ème} 2 du collège les Salières de Saint-Martin-de-Ré et la 6^{ème} D du collège Henri Martineau de Coulonges respectivement à l'honneur dans Sud-Ouest et la Nouvelle République.

Ils ont la bosse des maths

RALLYE MATHÉMATIQUES 29 classes de la région ayant participé ont été récompensées hier



Les 5^e 2 du collège Les Salières de Saint-Martin-de-Ré ont obtenu le quatrième prix de leur catégorie. PHOTO XAVIER LÉOTY

La remise des prix du rallye mathématiques Poitou-Charentes s'est déroulée hier, au pôle sciences de l'université de La Rochelle.

L'équipe du rallye a récompensé 29 classes (1) de la 6^e à la seconde générale et professionnelle sur les 480 participantes. Parmi elles, sept classes de Charente-Maritime. Les lycées de Rochefort et Saint-Jean-d'Angély raflent respectivement les premiers prix des deux catégories de seconde. La Rochelle n'est pas en reste avec le second prix des secondes professionnelles pour le lycée Pierre-Dorville.

Cette édition du rallye avait pour thème le puzzle. Les épreuves se sont déroulées le 18 mars, toutes les classes travaillant sur plusieurs exercices autour du puzzle. En plus des épreuves, chaque classe a constitué un dossier sur le thème annuel.

Jacques Germain, bénévole qui s'occupe du rallye, insiste pour dire que « ce sont des épreuves de classes. À la fin de l'épreuve, on ne

prend qu'une réponse par classe, les élèves doivent vraiment échanger, partager leurs idées ».

Un succès inédit

Cette année, le nombre de participants a étonné tout le monde. Au total, 480 classes venant des quatre départements, soit 13 000 élèves ont participé au concours.

Par rapport à l'édition 2013, 4 000 élèves de plus se sont confrontés aux épreuves du rallye. Chez la quinzaine de bénévoles organisateurs du rallye, on essaie de trouver une raison à ce succès. « Les épreuves tombaient en même temps que la semaine des maths, le thème était attrayant, il y a eu une bonne publicité ? » En tout cas, ils espèrent une même participation l'an prochain, qui aura pour thème le temps. Les cerveaux peuvent déjà commencer à réfléchir au sujet.

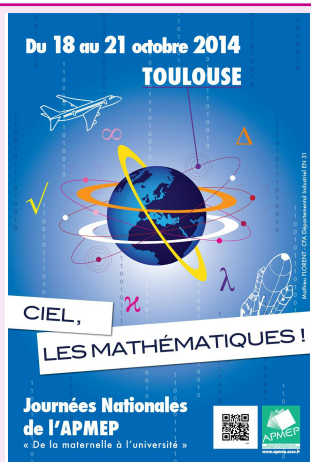
Julie Chapeau

(1) Le palmarès complet est sur le site internet : <http://apmep.poitiers.free.fr>

Un autre document qui nous a fait chaud au cœur : « *Un grand Merci !* » de toute une classe. Voici, ci-contre, la première page. Sur les trois autres pages, chaque élève de la classe a écrit un petit mot de satisfaction et de remerciement. Le professeur de la classe n'était pas au courant !

Un rendez-vous annuel à ne pas manquer !

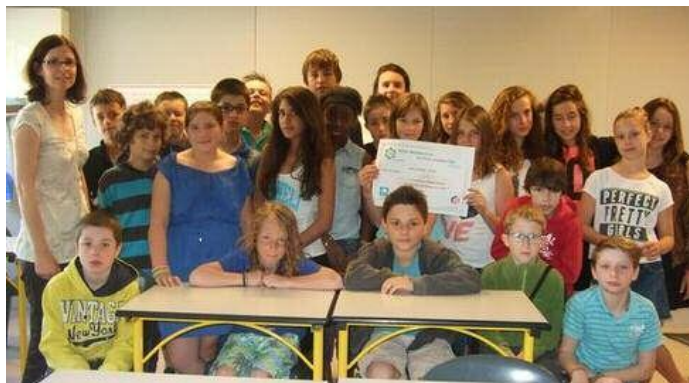
Inscriptions sur le site : www.jntoulouse2014.fr



Réponse à la question : « Combien de "temps" dans l'article sur le rallye ? » : 11, y compris celui du titre.

Coulonges-sur-l'Autize

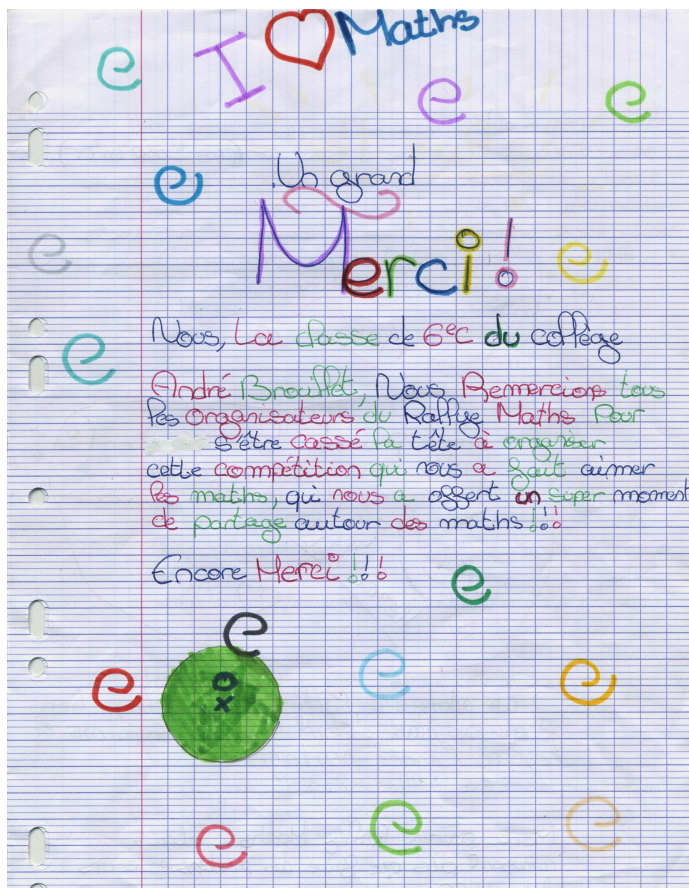
Les 6^e D ont la bosse des maths



Lydie Naulleau, professeur de mathématiques au collège Henri-Martineau avec les élèves lauréats du Rallye Mathématiques Poitou-Charentes.

Pour la deuxième année consécutive, les quatre classes de 6^e du collège Henri-Martineau ont participé au Rallye Mathématiques Poitou-Charentes, compétition entre classes complètes de l'académie de Poitiers proposée de la 6^e à la seconde. 13.000 élèves ont concouru en 2014. En janvier, une épreuve d'entraînement comportant quelques exercices préparatoires sur les puzzles, thème de l'année, a été soumise à l'ensemble des classes. La réussite de cette épreuve tient à une bonne cohésion entre tous les élèves, ils doivent travailler en équipe, débattre et se répartir les tâches car chacun apporte ses compétences d'organisation, de dessin, de présentation ou de rédaction. L'épreuve finale a eu lieu en mars au cours de la semaine des mathématiques. Cent cinquante deux classes de 6^e ont participé, cinq ont été récompensées d'un prix dont la 6^e D du collège qui a obtenu le deuxième.

Il y a quelques jours, treize collégiens ont accompagné leur professeur Lydie Naulleau au Pôle Sciences de l'université de La Rochelle pour la remise du diplôme et de cadeaux divers, calculatrice, revues et objets publicitaires. Le collège a, lui aussi, offert une équerre rapporteur à tous les lauréats.



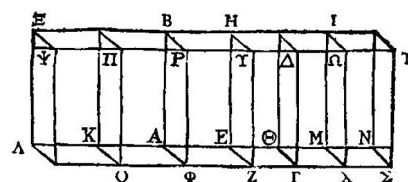
Histoire de volume

Jean-Paul Guichard & Jean-Paul Mercier

Épisode 4 - La stéréométrie grecque

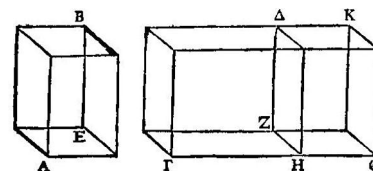
C'est dans les trois derniers livres des *Éléments* qu'Euclide traite des solides. Le livre XIII est consacré à la construction des polyèdres réguliers et le livre XII concerne le volume des prismes, pyramides, cônes, cylindres et sphères. Quant au livre XI, après des considérations générales sur les relations entre les éléments des solides, ce que nous appellerions les éléments de géométrie dans l'espace, il est consacré à l'étude du volume du parallélépipède quelconque (propositions 24 à 39).

La proposition 25 étudie le rapport des volumes des deux parallélépipèdes obtenus par découpage d'un parallélépipède par un plan parallèle à deux faces parallèles : c'est la comparaison relative des volumes dans le cas du parallélépipède.



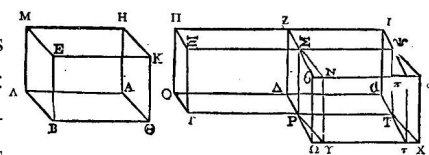
Proposition 25

Le cas général fera l'objet de la proposition 32 : « *Les solides parallélépipédiques qui sont sous la même hauteur sont l'un relativement à l'autre comme leurs bases* ». Bien sûr, quand Euclide compare le rapport des solides à celui de leurs bases, cela veut dire rapport des volumes et rapport des aires.

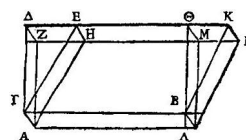


Proposition 32

La proposition 31, préparée par l'étude de cas particuliers dans les deux propositions précédentes, donne l'égalité des volumes de deux parallélépipèdes de même hauteur : « *Les solides parallélépipédiques qui sont sur des bases égales et sous la même hauteur sont égaux l'un à l'autre* ». C'est donc pour deux parallélépipèdes dont les bases ont la même aire que les volumes sont égaux. Euclide qui a étudié l'égalité des aires des parallélogrammes au Livre I (proposition 36), obtient l'égalité des volumes des parallélépipèdes en y rajoutant une dimension : la hauteur.



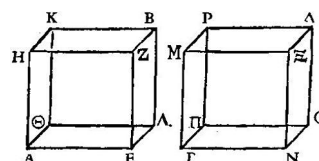
Proposition 31



Proposition 29

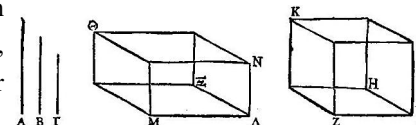
La proposition 34 est, dans le langage des proportions, et pour un pavé quelconque, la justification de notre formule : Volume du pavé = Base $\times$ Hauteur.

« *Les bases des solides parallélépipédiques égaux sont inversement proportionnelles aux hauteurs ; et parmi les solides parallélépipédiques, ceux dont les bases sont inversement proportionnelles aux hauteurs, ceux-là sont égaux* ».



Proposition 34

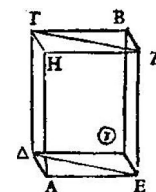
La proposition 36 donne la construction d'un cube de même volume que celui d'un parallélépipède. Tout solide dont le volume est ramené à celui d'un parallélépipède, peut être « cubé » : la cubature est pour les volumes l'équivalent de la quadrature pour les aires.



Proposition 36

La proposition 28 qui compare les volumes des deux solides obtenus en coupant un parallélépipède par un plan diagonal établit de fait le lien entre le volume du prisme à base triangulaire et celui du parallélépipède.

Quant aux autres propositions, elles sont essentiellement consacrées aux parallélépipèdes semblables : constructions, volumes dans le rapport du cube du rapport de leurs côtés (proposition 33).



Proposition 28

Notons que les trois propositions fondamentales 32, 33 et 34 auront leurs équivalentes au livre XII pour les pyramides, puis pour les cônes et cylindres.

Le parallélépipède est la figure clé du livre XI des *Éléments*, et pour la classe de 6^{ème}, c'est un cas particulier qui nous intéresse : le parallélépipède rectangle ou pavé droit, que nous abrègerons souvent en pavé.

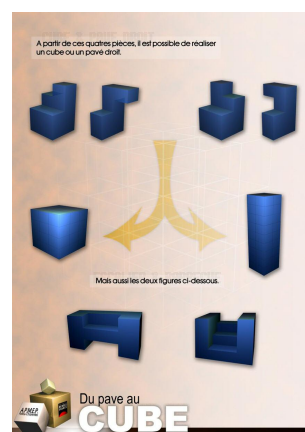
Pour les volumes, comme pour les aires, il est à remarquer qu'il n'y a aucune formule dans les *Éléments* d'Euclide. On compare uniquement des volumes, les uns par rapport aux autres par un travail géométrique sur les solides eux-mêmes : égalité des volumes des parallélépipèdes de même base et de même hauteur, proportionnalité des volumes des parallélépipèdes de même hauteur avec leurs bases, volume de la pyramide égal au tiers du volume du prisme de même base et même hauteur... Pour cela on ramène le volume d'un solide à celui d'un autre solide connu : volume du prisme à celui du parallélépipède, volume de la pyramide à celui du prisme, volume du cône à celui de la pyramide... Le problème de la comparaison des volumes des solides, sans aucune mesure, parcourt donc les livres de stéréométrie des *Éléments* d'Euclide, mais aussi tout le travail d'Archimède sur la sphère et le cylindre.

Si nous voulons trouver des formules, il faut nous tourner vers des mathématiciens plus engagés dans les applications. Ainsi dans les *Métriques* de Héron, ingénieur et mathématicien d'Alexandrie, la formule *Volume du pavé* = *Base* × *Hauteur* est donnée comme une procédure qui est justifiée en décomposant chacune des dimensions du pavé en unités de longueur et en observant que le nombre de cubes élémentaires contenus dans le pavé est le produit des nombres exprimant les mesures des côtés du pavé. C'est une bonne voie à suivre avec les élèves de sixième.

Toujours trois expositions itinérantes disponibles

Expocube

Beaucoup de matériel à manipuler et une douzaine de panneaux explicatifs sur le thème du cube (plutôt niveau collège).



Comment tu comptes ?

Vingt-deux panneaux et un peu de matériel qui retracent la longue histoire du calcul depuis l'antiquité jusqu'à nos jours (niveau collège et lycée).



Courbes :

les maths en pleine forme

Vingt-trois panneaux pour tout savoir sur l'utilisation des courbes dans la vie des hommes (plutôt niveau lycée).



Pour réserver l'une de ces expositions réalisées par la Régionale en partenariat avec l'Espace Mendès France de Poitiers, contactez Frédéric de Ligt à l'adresse : frederic.deligt2@gmail.com

Vous pouvez consulter notre site : apmep.poitiers.free.fr pour connaître le contenu détaillé de ces expositions.

Tarif de location : 90 € la semaine.

COROL'AIRE est envoyé par courrier électronique aux adhérents et abonnés.

Ceux qui veulent recevoir une version papier (sans la couleur !) peuvent envoyer un chèque de 8 € (abonnement pour un an) à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes, à

Jacques CHAYÉ
5 rue Émile Faguet
86000 POITIERS

Des problèmes

98-1 de Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Montrer que pour tout entier positif n on peut mettre $(\sqrt{2}-1)^n$ sous la forme $\sqrt{m}-\sqrt{m-1}$ où m est un entier positif.

98-2 de Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Quels sont les triangles qui peuvent être partagés en 3 triangles isocèles ?

98-3 de Louis Rivoallan (Rochefort) :

Les $2n+1$ points, notés $A_1, \dots, A_{2n+1}$, sont situés sur un même demi-cercle de centre O et de rayon 1. Soit B le point défini par $\overrightarrow{OB} = \sum_{i=1}^{i=2n+1} \overrightarrow{OA_i}$. Montrer que $OB \geq 1$.

98-4 de Louis Rivoallan (Rochefort) :

La population d'un village se réunit un jour de fête. Chaque personne serre la main d'un certain nombre d'autres personnes (0 ou 1 ou 2 ou ...).

Le nombre de personnes ayant serré la main d'un nombre impair de personnes est pair. Pourquoi ?

98-5 de Jacques Chayé (Poitiers) :

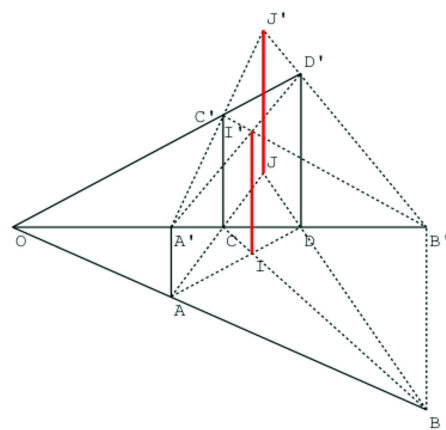
D'après « Premiers éléments de géométrie » par C. Vaquant et A. Macé de Lépinay, Masson, 1914, p. 113.

Démontrer que, dans un triangle, les droites qui joignent les pieds des hauteurs sont respectivement perpendiculaires aux droites qui joignent les sommets au centre du cercle circonscrit au triangle.

Des solutions

96-2 de Serge Parpay : DESSIN 1 SP

Deux trapèzes : $(ABB'A')$ de bases (AA') , (BB') , rectangle en A' et B' ; $(CDD'C')$ de bases (CC') , (DD') , rectangle en C et D . (AB) et $(C'D')$ se coupent en O . Les points A', C, D, B' sont, dans cet ordre, sur une demi-droite d'origine O , les trapèzes étant situés de part et d'autre de cette demi-droite (voir figure). (AD) et (BC) se coupent en I , $(A'D')$ et $(B'C')$ se coupent en I' , (AC) et (BD) se coupent en J , $(A'C')$ et $(B'D')$ se coupent en J' . Montrer que (II') et (JJ') sont parallèles aux bases des trapèzes.



Solution de Serge Parpay

La figure peut être interprétée comme une figure de géométrie descriptive. (AA') définit un point a , (BB') définit un point b , (CC') définit un point c et (DD') définit un point d . (a, b) est une droite du plan horizontal, (c, d) est une droite du plan frontal. Ces deux droites se coupent en O . Le quadrilatère (a, b, c, d) est donc plan. (a, d) et (b, c) se coupent en i qui correspond au couple (I, I') . (a, c) et (b, d) se coupent en j qui correspond au couple (J, J') . (II') est perpendiculaire à la ligne de terre (OB') , de même que (JJ') , donc (II') et (JJ') sont parallèles et parallèles aux bases (AA') , (BB') , (CC') et (DD') des trapèzes $(ABB'A')$ et $(CDD'C')$.

Commentaire

« Cet exercice est artificiel, trafiqué, presque malhonnête (!), en tout cas, au minimum, tricheur et déloyal. Le théorème de Thalès est bien loin ! Une chance (II') et (JJ') jouent des rôles relativement indépendants, et on les fait jouer ensemble ! Bon, il est dans Corol'aire, mille excuses... Il faut bien que vieillesse se passe ! ». (S. P.)

Rappel éventuel

Enseignée autrefois en classe de terminale (math-élem), la géométrie descriptive était utile pour mieux « comprendre » certaines propriétés géométriques. Le principe en est simple.

À la figure 1) correspond la figure 2) et réciproquement. Les plans (H) (horizontal) et (V) (vertical) se coupent en xy (la ligne de terre). Le plan (H) de la figure 1) est ramené dans la position (H) de la figure 2)

par une rotation de 90° d'axe xy . Chaque point, par exemple A, est repéré par ses projections orthogonales, a et a' , sur les plans (H) et (V). (aa'') et ($a'a''$) sont les lignes de rappel du point A. (aa'') et ($a'a''$) sont perpendiculaires sur la figure 1) dans l'espace et confondues sur la figure 2). Un point M de (AB) est parfaitement défini par le couple (m, m') dans la figure 1) comme dans la figure 2), m se trouvant sur (ab) projection horizontale de (AB) et m' se trouvant sur ($a'b'$) projection verticale de (AB), dans la figure 2), (mm') est évidemment perpendiculaire à (xy).

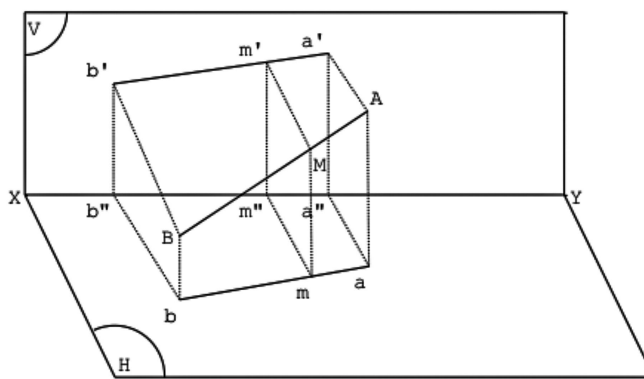


Figure 1)

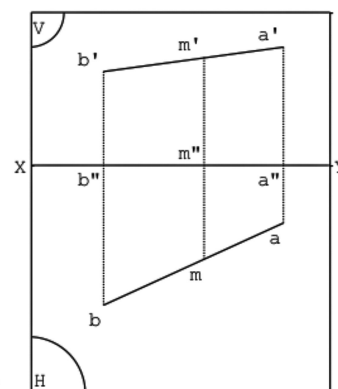
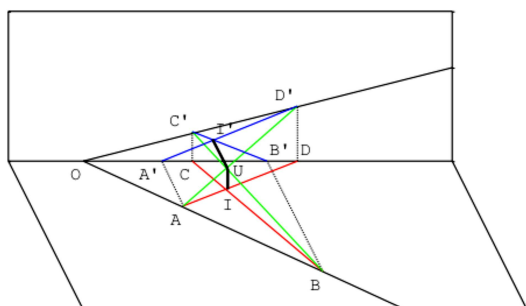
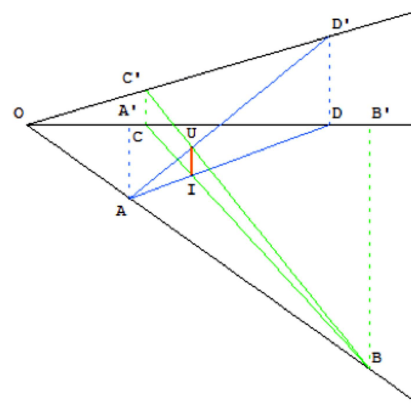


Figure 2)

Solution de Jacques Chayé

Extrayons de la figure les éléments ci-contre. Soit h_1 l'homothétie de centre A qui transforme D en I et D' en un point U. Soit h_2 l'homothétie de centre B qui transforme I en C ; elle transforme U en C', car $h_2 \circ h_1$ transforme [DD'] en [CC'] et D' en C'. Par conséquent, (IU) est parallèle aux bases des trapèzes.

On établit la même propriété pour (I'U), ce qui prouve l'alignement des trois points I, I' et U et le parallélisme de (II') avec les bases des trapèzes. Enfin, on démontrerait un résultat analogue pour (JJ').



Complément

La situation peut s'étendre à l'espace (cf figure ci-contre), si on suppose les trapèzes de l'énoncé situés, l'un dans un plan « horizontal », l'autre dans un plan « vertical ». Les plans (ADD') et (BCC') sont perpendiculaires au plan horizontal car ils contiennent chacune une droite perpendiculaire à ce plan. Leur intersection (UI) est donc elle aussi perpendiculaire à ce plan horizontal. De même (UI') serait perpendiculaire au plan vertical et par suite (II') serait orthogonale à (OC).

96-3 de Jean-Christophe Laugier :

Montrer que quels que soient les entiers naturels m et n , avec m impair, $2^m - 1$ et $2^n + 1$ sont premiers entre eux.

Solution de Claude Morin

Supposons qu'un nombre premier p (nécessairement impair) divise $2^m - 1$ et $2^n + 1$. De $2^m \equiv 1$ modulo p on déduit que l'ordre de 2 modulo p divise m donc est un entier impair. De $2^n \equiv -1$ modulo p on déduit $2^{2n} \equiv 1$ donc l'ordre de 2 modulo p divise $2n$ donc divise n (puisque n est impair).

On a donc $2^n \equiv 1$ modulo p ce qui contredit $2^n \equiv -1$ modulo p . Par conséquent $2^m - 1$ et $2^n + 1$ sont premiers entre eux.

96-5 de Louis Rivoallan :

Pour i allant de 1 à n , on considère les nombres positifs a_i . Montrer que :
$$\sum_{i=1}^n \sqrt{\sum_{j=i}^n a_j} \geq \sqrt{\sum_{i=1}^n i^2 a_i}.$$

Solution de Claude Morin

Il suffit d'appliquer l'inégalité triangulaire en introduisant les vecteurs $X_k = (0, \dots, 0, \sqrt{a_k}, \dots, \sqrt{a_n})$.

De $\|X_1 + \dots + X_n\| \leq \|X_1\| + \dots + \|X_n\|$ on déduit $\sqrt{a_1 + 2^2 a_2 + \dots + n^2 a_n} \leq \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k + \dots + a_n}.$

97-3 de Louis Rivoallan :

Quel est le plus petit nombre de 2014 chiffres dont la somme des chiffres est 2014 ?

Solution de Jean Fromentin

Notre numération de position impose que le nombre commence par le plus petit chiffre non nul, donc 1, et que celui-ci soit suivi par un nombre maximum de zéros. Il faut donc que le nombre de chiffres non nuls à partir de celui des unités soit le plus petit possible et qu'il y ait donc un nombre maximum de 9.

$2013 = 223 \times 9 + 6$, et $2013 - 224 = 1789$ (c'est la Révolution !). Le nombre cherché est donc composé d'un 1 suivi de 1789 zéros, du chiffre 6 et de 223 chiffres 9.

Solution de Louis-Marie Bonneval

Appelons E l'ensemble des nombres naturels qui s'écrivent avec 2014 chiffres de somme 2014.

Le nombre dont l'écriture comporte 2014 fois le chiffre 1 appartient à E.

Gardons le chiffre 1 le plus à gauche, qui est nécessairement le premier chiffre du nombre cherché. Remplaçons les huit chiffres 1 suivants par des 0, et pour garder inchangée la somme des chiffres remplaçons le 1 des unités par un 9 : le nombre obtenu est (nettement) plus petit que le précédent, tout en étant dans E.

Recommençons : remplaçons les huit chiffres 1 suivants par des 0, et remplaçons le chiffre 1 des dizaines par un 9 : le nombre obtenu est plus petit que le précédent, tout en étant dans E.

On peut itérer cette opération n fois, à condition que $9n$ reste inférieur à 2013. En effet à chaque opération on modifie 9 chiffres (huit à gauche et un à droite). Donc n ne peut dépasser 223.

Après 223 itérations, on a traité $223 \times 9 = 2007$ chiffres, dont $223 \times 8 = 1784$ à gauche (après le premier 1) et 223 à droite. Il reste donc 6 chiffres à traiter : on remplace les cinq premiers par des 0 et le dernier par un 6.

Le nombre obtenu s'écrit donc : 1, suivi de 1789 fois le chiffre 0, suivi d'un 6, puis de 223 fois le chiffre 9.

C'est clairement le plus petit élément de E, car pour en trouver un plus petit il faudrait diminuer un chiffre à gauche et en augmenter un à droite, ce qui n'est plus possible.

C'est donc le nombre $10^{2013} + 6 \times 10^{223} + 10^{223} - 1$ soit $10^{2013} + 7 \times 10^{223} - 1$.

Remarque : une méthode analogue permettrait de trouver le plus grand élément de E. Il est constitué de 223 fois le chiffre 9, suivi du chiffre 7, puis de 1790 fois le chiffre 0. Autrement dit, c'est le nombre $\left(10(10^{223} - 1) + 7\right) \times 10^{1790}$, soit $10^{2014} - 3 \times 10^{1790}$.

Variations de Claude Morin

Puisque $2014 = 9 \times 223 + 7$ le plus petit nombre dont la somme des chiffres est égale à 2014 est $N = 7999...999$ avec 223 fois le chiffre 9.

Quel est le plus petit nombre qui est divisible par 2014 et dont la somme des chiffres est 2014 ?

Le nombre devant être pair, on essaie $9...989...98 = 10^{224} - 10^k - 2$ qui doit être divisible par 2014. Maple donne une unique valeur de k inférieure à 224, $k = 115$ d'où $N = 9...989...98$ avec 108 fois le chiffre 9 à gauche du premier 8 et 114 fois le chiffre 9 entre les deux 8.

97-5 de Frédéric de Ligt :

À chercher à l'ombre du parasol

Le carré SATOR est un carré magique contenant le palindrome latin SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS. Le carré figure dans plusieurs inscriptions latines, la plus ancienne connue qui a été trouvée à Pompéi ne pouvant être postérieure à l'an 79.

Les lettres de la phrase sont inscrites dans un carré de 5 cases sur 5 de telle façon qu'elle puisse être lue de haut en bas, de bas en haut, de gauche à droite et de droite à gauche. Wikipedia.

Sauriez-vous trouver un carré semblable en français, c'est-à-dire de dimensions 5x5 et constitué de cinq mots (ne formant pas nécessairement une phrase) qui peuvent être lus toujours dans le même ordre de haut en bas et de gauche à droite (en commençant par le coin supérieur gauche), de bas en haut et de droite à gauche (en commençant par le coin inférieur droit) ?

Les mots autorisés sont ceux que l'on peut utiliser au scrabble, donc pas de nom propre, contrairement au carré SATOR (AREPO est sans doute un nom propre).

Solutions identiques de Claude Morin et de Louis-Marie Bonneval

Une solution formée avec deux palindromes :

E	T	E	T	E
T	A	T	A	T
E	T	E	T	E
T	A	T	A	T
E	T	E	T	E

Solution de l'auteur

Deux solutions formées chacune de cinq mots différents (4 mots anacycliques et un mot palindrome) trouvées parmi les 75 mots anacycliques et les 18 mots palindromes acceptés au jeu de scrabble.

E	T	R	E	S	A	S	S	E	C
T	R	A	C	E	S	E	I	M	E
R	A	D	A	R	S	I	D	I	S
E	C	A	R	T	E	M	I	E	S
S	E	R	T	E	C	E	S	S	A

5^{ème} Journée
de la Régionale APMEP
de Poitou-Charentes



Construction de la LGV, quelles mathématiques ?

Conférence de

Robert Piechon

ingénieur chargé de formation chez Vinci.

- **Conférence**
 - **Échanges**
 - **Ateliers**
 - **Assemblée Générale**
 - **Vente de brochures**
- APMEP et IREM.**



8h45 - Accueil café
9h15 - Présentation de la journée
9h45 - Conférence
11h30 - Espace libre
12h30 - Repas au restaurant de l'ESEN
14h00 - Le devenir de l'enseignement des mathématiques
14h30 - Trois ateliers en parallèle
16h00 - Assemblée Générale de la Régionale

Mercredi 15 octobre
Bâtiment CNAM-IFMI
2 Av. Gustave Eiffel - Téléport 2
86960 Chasseneuil (Futuroscope)

De la conception (détermination du fuseau puis du tracé exact) à la construction de la Ligne à Grand Vitesse Tours-Bordeaux, Robert Piechon exposera les mathématiques qui ont été utilisées en topographie, logistique, terrassement et ouvrages d'art...

Géométrie stéréoscopique, géolocalisation, topographie, trames triangulées, repères géodésiques, repères altimétriques, clothoïde ou spirale de Cornu, sinusité et planimétrie, épure de Lalanne, méthode semi-probabiliste, probabilité d'occurrence d'un événement, coefficients de sécurité... autant de mots et d'expressions qui ne peuvent que nous interpeller, nous, professeurs de mathématiques !