Edito

Populariser les maths

La troisième édition de la semaine des mathématiques s'achève. Le nombre de manifestations proposées à travers le territoire ne cesse de croître chaque année. L'APMEP est fortement impliquée dans cette action. Conçue initialement par le Ministère avec l'objectif de *montrer les mathématiques sous un jour nouveau, ludique, concret et dynamique, en présenter les innombrables facettes et débouchés pour donner envie aux élèves de faire des maths et encourager des vocations*, elle prend de l'ampleur et s'ouvre de plus en plus au grand public par le biais de conférences, de journées portes ouvertes... La crise des vocations scientifiques vraiment préoccupante a déclenché une prise de conscience de toute la communauté mathématique. Les initiatives se multiplient pour présenter notre discipline sous un jour plus abordable, plus attrayant, plus concret. La crainte de la marginalisation a fait réagir. Il ne s'agit pas d'un combat corporatif pour défendre nos intérêts. Tous les acteurs de notre communauté sont pleinement convaincus que les mathématiques sont un des moteurs de notre développement et qu'une adhésion des citoyens à la nécessité de l'existence de notre discipline et donc de son enseignement est essentielle.

Je peux me tromper mais il me semble que, grâce à ce volontarisme, peu à peu, l'image de notre discipline est en train de changer auprès des élèves, sans doute plus lentement auprès du grand public.

Ainsi, dans notre région, le succès historique de la participation cette année à notre rallye me semble confirmer ce point de vue. Près de 13 000 élèves de l'académie contre 9 000 l'an passé ont bricolé et réfléchi sur des puzzles et résolu des petits problèmes. Pourtant je titrais l'an dernier mon édito "Le rallye des cimes" pensant trop rapidement que nous avions atteint un sommet.

Il restera ensuite à gagner le grand public à notre cause. Pour cela, il va falloir solliciter davantage les médias et faire qu'ils s'intéressent un peu plus à nos évènements. Cédric Villani œuvre déjà très activement à la promotion des mathématiques. Mais il ne pourra pas tout faire tout seul. Il va falloir réfléchir à notre communication...

Frédéric de Ligt

SOMMAIRE

Association
des **P**rofesseurs
de **M**athématiques
de l' **E**nseignement
Public

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

n°96

Mars 2014

APMEP

COROL'AIRE

APMEP
IREM, Bâtiment de mathématiques
Téléport 2 - BP 30179
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL CEDEX

FREDERIC DE LIGT
3 RUE DE LA PIERRIER
17270 MONTGUYON

APMEP : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric De LIGT
Comité de rédaction ...	F. De LIGT, L-M BONNEVAL J. GERMAIN, J. FROMENTIN
Imprimerie	IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd Marie et Pierre Curie 86962 CHASSENEUIL CEDEX
Éditeur	APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social	IREM, Téléport 2, BP 30179 Bd Marie et Pierre Curie 86962 CHASSENEUIL CEDEX
Dépôt légal	Mars 2014

Vie de l'association

Comité de la Régionale APMEP Poitou-Charentes

19 mars 2014

Journée de la Régionale

Elle aura lieu à Poitiers, sur le site de l'Université au Futuroscope, le mercredi 15 octobre. À cette occasion, Robert Piechon, conducteur de travaux participant à la construction de la LGV Tours Bordeaux, donnera une conférence. Trois ateliers ainsi qu'une plage d'échanges sur des questions d'actualité sont prévus. Les horaires restent à fixer selon la disponibilité du conférencier.

Cette journée est inscrite au PAF, tout comme les Journées Nationales de Toulouse. Frédéric De Ligt est chargé de demander aux IPR de faire entrer cette journée dans la formation des stagiaires.

Il est décidé de présenter cette journée ainsi que l'association dès fin août aux stagiaires.

Comité national

La Régionale sera représentée par Pierre-Jean Robin au Comité National le 30 mars. La question principale porte sur l'intégration des enseignants du privé sous contrat.

Dans le groupe lycée, un travail est amorcé pour écrire et mettre en ligne des tests de connaissances sur les prérequis pour la seconde, tests que pourraient s'approprier les enseignants afin de connaitre le niveau de leurs élèves. Toute personne intéressée par ce travail peut se faire connaître auprès du groupe lycée national qui sera ravi de recueillir vos propositions. Pour cela, contacter Mme Dominique Grihon (dgrihon@free.fr).

Exposition

Le travail sur l'exposition « Puzzles » est commencé, les grandes lignes sont définies, mais toutes n'ont pas encore de personnes à leur tête pour être développées (c'est un appel !). Le travail doit être bien dégrossi pour fin mai.

Dominique Gaud et Jean-Paul Guichard rencontreront Édith Cirot (Espace Mendès France) pour présenter ces lignes directrices, et surtout pour décider des contingences matérielles. Contact est pris avec le LEP Réaumur pour envisager la construction des différentes pièces des puzzles qui seront présentés.

Rallye

Le 18 mars dernier 13000 élèves, soit 4000 de plus que l'an passé, ont planché sur le sujet du Rallye.

Cette année une affiche a été créée pour le Rallye. Un dossier de presse et un article ont été envoyés aux journalistes. La NR de Niort a publié l'article.

La remise des prix aura lieu le 4 juin à La Rochelle. Une prise en charge partielle des frais de transport pour les classes lauréates sera possible. Mais le manque de visibilité des financements (Cap'Maths en particulier) empêche d'en donner le montant pour l'instant.

Pour les prochaines remises de prix, Frédéric De Ligt prend aussi des contacts avec la Région.

Calendrier

Le prochain Comité aura lieu le 18 juin à 15 h dans les locaux de l'IREM.

Questions diverses

La conférence de Louis-Marie Bonneval intitulée « Les chaines de Markov par les problèmes » s'est tenue le 12 février dernier à Angoulême. L'auditoire, bien que clairsemé, est reparti enchanté. Le diaporama est disponible sur le site Internet de la Régionale. Il est décidé d'attendre l'an prochain pour organiser de nouvelles conférences.

La projection du film « Comment j'ai détesté les maths » le jeudi 13 février à Cognac a été suivie d'un débat riche avec les spectateurs (qui n'étaient pas tous profs de maths !). Merci à Corine Parcelier et Pierre-Jean Robin d'avoir assuré la présence de l'APMEP.

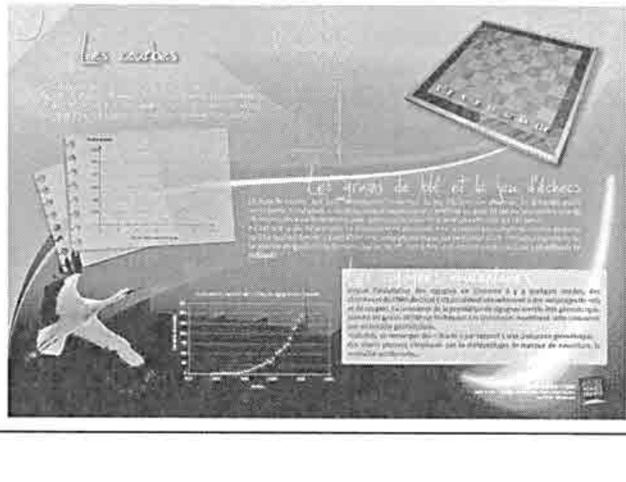
Louis-Marie Bonneval nous fait part d'une réunion avec CANOPE, le ministère, et les fédérations de parents pour présenter des petits films sur des fondamentaux mathématiques qui seront accessibles gratuitement sur internet. Ces petits films seront prochainement présentés par le ministre. Ils ont pour ambition de permettre aux élèves de retravailler par eux-mêmes ou avec leurs parents.

Nathalie Chavalarias – Sébastien Dassule-Debertonne

L'exposition "Courbes : les maths en pleine forme"

Pour les établissements de l'académie, il est possible depuis janvier de louer la version itinérante de cette exposition, fruit d'un partenariat entre l'IREM de Poitiers, l'Espace Mendès France de Poitiers et la Régionale Poitou-Charentes de l'APMEP. Vous pouvez avoir un aperçu de son contenu en vous rendant sur le site de la Régionale à l'adresse : http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?rubrique23 .

Tarif de location : 90 € la semaine.
Contact : frederic.deligt@gmail.com



Prochaine journée de la Régionale

16 octobre 2014

Réservez dès maintenant votre journée du 16 octobre 2014 !

Notre Régionale organisera une journée d'échanges et de débats le mercredi 15 octobre 2014 dans les locaux de la faculté des sciences sur le campus du Futuroscope à Chasseneuil.
Venez nombreux participer à cette journée riche en partage et communication.
Faites venir vos collègues non adhérents à l'APMEP, ils découvriront ainsi la richesse de notre Association.
Il y aura possibilité de prendre le repas de midi sur place.

Au programme de ce mercredi 15 octobre 2014 :
Le matin, après un accueil café, une conférence : « Quelles sont les mathématiques utilisées pour construire la LGV ? ». Conférence animée par un intervenant de chez VINCI. Puis un espace libre pour échanges informels tout en découvrant les productions de l'APMEP et de l'IREM.

L'après midi, des ateliers en parallèle
- Autour du collège
- Autour du lycée
- Autour du jeu

Nous terminerons par l'Assemblée Générale de notre association.
Nous vous donnerons davantage de précision courant juin.

Soyez attentif à deux choses :
- vous recevrez, par courriel, un bulletin d'inscription de la part de l'APMEP, bulletin à remplir obligatoirement pour nous permettre d'organiser au mieux la journée.
- vous devrez également vous inscrire au PAF. En effet l'Inspection Pédagogique Régionale soutient cette journée ; celle-ci entre ainsi dans le plan de formation des enseignants. Cette inscription est obligatoire pour que vous puissiez être déchargé de cours ce jour là.

On vous attend dans la joie et la bonne humeur ;
nous avons tous besoin d'échanger, de partager, de comparer
pour construire dans l'intérêt de nos élèves !

Pierre-Jean Robin

Coup de cœur pour un livre

Les mathématiques du vivant (ou la clé des mystères de l'existence)

Ian Stewart (Trad. O. Courcelles) Flammarion, 2013

Dans cet ouvrage, Ian Stewart nous emmène sur les chemins communs de la biologie et des mathématiques, deux des sciences longtemps considérées comme lointaines sinon étrangères. L'auteur nous présente d'abord les révolutions qu'a connues la biologie, de l'invention du microscope à la découverte de la molécule d'ADN, en passant par la classification des espèces, la théorie de l'évolution et la découverte des gènes. Systématiquement, le lien est fait avec les outils mathématiques préexistants qui y ont contribué.
Ian Stewart s'attèle ensuite à expliciter des liens entre des découvertes plus actuelles ou à éclairer d'une manière plus actuelle des découvertes anciennes. Mathématiquement, on voyage aisément dans toutes les branches. La géométrie permet de décrire et comprendre la forme des virus, l'analyse offre les équations des populations, un classique, mais explique aussi la forme des taches sur le pelage du léopard. Avec l'informatique, on explore la structure des réseaux neuronaux. La théorie des jeux, quant à elle, est en lien avec les stratégies de survies des espèces. Ce sont là quelques escales du voyage qui nous est proposé.
De façon plus inattendue, l'auteur nous amène aussi vers des questions plus philosophiques en s'interrogeant sur la définition de la vie ou sur l'existence d'une autre vie (ailleurs ou autrement).
De lecture fluide, ce livre nous permet de parcourir les liens entre les deux sciences et d'en comprendre l'importance. En bon ouvrage de vulgarisation, il n'en décortique toutefois pas tous les tenants et aboutissants mais va suffisamment loin pour ne pas donner l'impression de simplement les survoler. L'angle choisi pour tous les points abordés est toujours celui de l'apport des mathématiques à la biologie. On peut regretter qu'il n'y ait pas d'exemple de questions biologiques qui ont fait avancer les mathématiques. Il n'en reste pas moins que c'est un livre que je recommande vivement.

Sébastien Dassule-Debertonne

Commission Lycée de l'APMEP nationale

APPEL À MODESTE PARTICIPATION

Le samedi 7 décembre 2013 a eu lieu dans les locaux de l'APMEP à Paris et en vidéocommunication une réunion de la commission lycée.

Cette commission lycée était organisée, pour la première fois, le samedi matin en présentiel à Paris, suivie d'un après-midi en ligne pour des collègues qui n'ont pu se déplacer.
Le bilan est très positif car treize personnes ont pu participer à cette commission. Rappelons que pour de nombreuses raisons, le nombre de participants était très faible depuis plusieurs années. Cette expérience sera reconduite et permettra un meilleur suivi du travail de la commission.
De nombreuses pistes de travail ont été évoquées ; parmi celles-ci, j'ai proposé ma participation à l'une d'entre elle en comptant sur « les savoir-faire et savoir partager » de la Régionale de Poitou-Charentes. Voici cette piste, résumée par notre secrétaire de séance Karine Sermanson.

Réflexion sur la remédiation

On constate que la remédiation a posteriori ne fonctionne pas bien. Certains élèves, parfois inconsciemment en attente de cette aide à venir, ne font plus l'effort attendu en classe.
Une réflexion est engagée sur une autre façon de procéder pour déceler les difficultés des élèves, en amont plutôt qu'en aval. La commission pourrait créer des outils pour réaliser une évaluation diagnostique à effectuer trois semaines avant l'introduction de nouvelles notions et ainsi pouvoir mettre en œuvre une remédiation ciblée en amont du cours.
Des pistes pour préparer ces outils ont été évoquées :
- répertorier ce qui existe déjà (EVAPMIB, WIMS, Cahiers d'évaluation, travaux en didactique des IREM...)
- définir les contenus de ces tests diagnostiques.
- produire des exemples de tests diagnostiques sur des chapitres du programme de 2nde, sous forme de QCM qui pourraient se prêter à de l'autoévaluation.

Lancement du travail

Eric Barbazo et Dominique Grihon : Repérage et trigonométrie.
Pierre-Jean Robin avec la Régionale de Poitou-Charentes : statistiques et probabilités.

J'ai commencé le travail à propos des statistiques en répertoriant les contenus et en créant un QCM. Avant de proposer ce document à la commission nationale, il me serait très agréable de le soumettre, pour critique et amélioration, à toute bonne volonté de notre Régionale. Si vous pensez pouvoir apporter une petite pierre à l'édifice APMEP, contactez-moi à l'adresse électronique « pierre.robin1@ac-poitiers.fr ». Je vous ferai parvenir mon ébauche en attendant vos remarques, corrections et propositions.

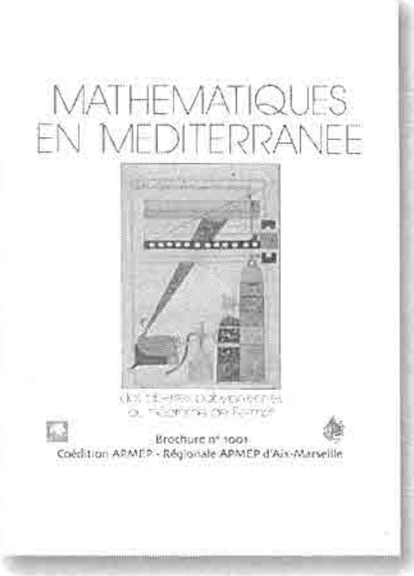
Si vous voulez vous engager davantage, venez nous rejoindre à la commission lycée. Avec la vidéocommunication nous ne sommes plus obligés de tous nous déplacer à Paris !

Pierre-Jean ROBIN

Une nouvelle brochure APMEP

L'APMEP et sa Régionale d'Aix-Marseille ont réédité, à l'occasion des Journées Nationales, cet ouvrage qui accompagnait l'exposition « Mathématiques en Méditerranée, des tablettes babyloniennes au théorème de Fermat » en 1988.
Cet ouvrage nous permet de prendre connaissance des activités scientifiques à travers les civilisations méditerranéennes au sens large de ce terme puisque sont ici concernées, pour la plus haute antiquité, les civilisations babylonienne et égyptienne, puis grecque et romaine suivies par la civilisation arabo-musulmane, pour aboutir à la transmission des connaissances mathématiques au monde occidental.
Sont traitées de manière plus spécifique, la numération, la théorie des nombres, l'algèbre et la géométrie. Dans le contexte de ces époques, la mécanique et l'astronomie sont aussi considérées.

Brochure APMEP n° 1001 - 120 pages - format 21x23
Prix public : 20 €
Prix adhérent : 15 €
Vous pouvez la commander à la Régionale APMEP de Poitou-Charentes.



Rallye Mathématique de Poitou-Charentes

18 mars 2014

Cette année, le Rallye Mathématique de Poitou-Charentes a été un véritable événement de la Région à l'occasion de la Semaine Nationale des Mathématiques.

La participation

Ce sont en effet 508 classes dans 100 établissements des quatre départements qui étaient inscrites au Rallye. C'est donc près de 13 000 élèves qui ont passé les épreuves sur six niveaux, de la sixième aux secondes générales et professionnelles, puisque l'équipe du Rallye proposait pour la première fois une épreuve spécifique pour ces dernières.

Ouverture vers les CM des écoles

Par ailleurs, nous avons aussi proposé une épreuve de type rallye pour le niveau CM en laissant aux collèges qui le souhaitaient l'organisation de cette épreuve avec les écoles de leur secteur de recrutement. Une autre épreuve intitulée « **InterM@th en Poitou-Charentes** » a été proposée aux collèges, plus particulièrement pour une animation dans le cadre de la liaison écoles-collèges. Les Inspecteurs de l'Éducation Nationale chargés des mathématiques dans chacun des quatre départements de l'académie ont été associés à la réalisation de ces deux épreuves et ont, de leur côté, incité les écoles à participer. Toutes les épreuves sont sur le site de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes.

En plus des épreuves officielles du Rallye, nous avons appris que des collègues se sont emparés du thème sur les puzzles pour établir des liaisons continues par messagerie électronique entre les élèves d'une classe de CM et d'une classe de 6ème. Nous nous réjouissons que le Rallye puisse favoriser de telles initiatives.

Étude des dossiers

Les dossiers ont été répartis entre les membres de l'équipe. Nous nous retrouverons le mercredi 7 mai pour établir le palmarès. Les coordonnateurs des établissements qui ont des classes lauréates seront avertis dès le lendemain pour qu'ils puissent organiser éventuellement leur participation à la remise des prix.

La remise des prix

La remise officielle des prix aura lieu le mercredi 4 juin au Pôle Sciences de l'Université de La Rochelle et nous sommes heureux de vous annoncer qu'André Deledicq, créateur du concours Kangourou, a accepté de faire, à cette occasion, une conférence sur les puzzles.

Rappelons que, pour la remise des prix de l'an dernier, nous n'avons pas pu tenir notre promesse de remboursement du déplacement d'une voiture individuelle par classe lauréate, n'ayant toujours pas de réponse de l'Université de Poitiers à notre demande de prise en charge de ces déplacements que nous pensions acquise.

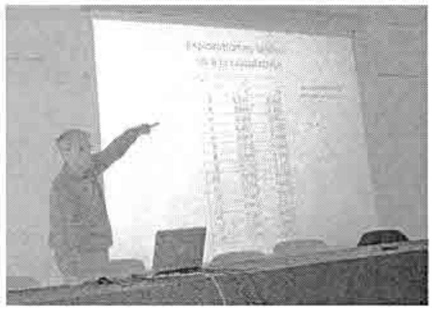
Cette année, compte tenu d'une réponse favorable du département de Mathématiques de l'Université de La Rochelle et de l'apport financier des établissements participant au rallye, nous serons en mesure de dédommager **partiellement** les déplacements sur la base d'une voiture particulière par classe lauréate. Nous donnerons davantage de détails par courrier électronique lorsque nous connaîtrons les établissements concernés.

Perspectives

Il nous faut dès maintenant penser au thème qui sera retenu pour l'édition 2015. Il n'est pas encore choisi. Nous le dévoilerons lors de la remise des prix et dans le prochain Corol'aire de juin.

Les chaînes de Markov par les problèmes

Quoi de commun entre Eugène Onéguine, une collection d'autocollants, une ronde sur un rempart, une assurance auto, un duel au pistolet, un moteur de recherche ? Un même modèle mathématique : la chaîne de Markov.



Il y a un siècle, le mathématicien russe Andréi Markov s'est intéressé à la succession des voyelles et des consonnes dans l'œuvre de Pouchkine « Eugène Onéguine ». Le modèle qu'il a proposé, mêlant probabilités, graphes, matrices et suites, s'est avéré très puissant pour étudier divers problèmes de "processus aléatoires".

La conférence du 12 février à Angoulême en a évoqué quelques-uns (ceux qui étaient annoncés ci-dessus), en augmentant progressivement la complexité, jusqu'à aborder le principe des moteurs de recherche sur Internet (calcul de la pertinence d'une page web).

Une initiation à cette théorie est au programme de la spécialité Mathématiques de Terminale, aussi bien en Terminale S (marches aléatoires) qu'en Terminale ES (graphes probabilistes).

Merci à Louis-Marie Bonneval pour cette très intéressante conférence dont le diaporama est disponible sur le site de la Régionale.

Histoire de Volumes

IREM de Poitiers, groupe Collège

Épisode 2 : Capacités et volumes en Mésopotamie

Les Mésopotamiens inventent des unités de volume et de capacité. Leur système de mesures est unifié entre -2 300 et -2 000 environ. « *Le rôle des écoles de scribes dans ce travail d'unification appuyé sur des conceptions nouvelles, en particulier des volumes, a probablement été décisif* » (Christine Proust). Des ensembles d'unités cohérents, homogènes, sont édifiés pour les longueurs, les surfaces, les volumes, les capacités, les poids. « *Le système des unités de volumes n'a pas de prédécesseur ancien attesté. /.../ Chaque unité de volume est égale à une unité de surface affectée d'une épaisseur de 1 kuš₃ (50 cm environ) et porte le même nom.* » (Christine Proust). Il est basé sur le sar.

1 sar (volume) = 1 sar (surface) d'épaisseur 1 kuš$_3$
1 GAN$_2$ (volume) = 1 GAN$_2$ (surface) d'épaisseur 1 kuš$_3$

Les rapports entre unités de volume sont donc les mêmes que les rapports entre unités de surface.

gan$_2$	←100—	sar	←60—	gin$_2$	←180—	še
(1800 m^3)		(18 m^3)		(300 dm^3)		(1,7 dm^3)

Le volume y est pensé comme une surface ayant une épaisseur ou une pile de surfaces épaisses, et on peut ici accorder aux Mésopotamiens l'invention de la formule aire de base × hauteur. Le cube n'est donc pas un volume naturel de référence, mais un cas particulier de prisme dont la hauteur est égale au côté de la base carrée.
Le sar volume est à considérer comme le volume d'un prisme de surface de base 1 sar et de hauteur normée à 1 kuš.

Leur système de capacités est très ancien et repose sur des pratiques d'utilisation de récipients étalons. Il est lentement et incomplètement remplacé par le système normalisé des volumes. Il est basé sur le gur. « Cette notion de capacité y est concrète, physique, liée à la matière et à divers contenants (récipients étalons, silos). »

gur	←5—	barig	←6—	ban$_2$	←10—	sila$_3$	←60—	gin$_2$
(300 litres)		(60 litres)		(10 litres)		(1 litre)		(17 ml)

Le système des capacités vit dès cette époque ancienne dans le domaine concret de la vie courante, le système des volumes dans le domaine savant des mathématiques.
Le lien entre les deux systèmes est établi, et fait l'objet de problèmes de conversions.

1 gur = 1 gin2-volume (voir les équivalences traduites avec nos unités)

60 gur = 1 sar-volume

Voici deux exemples de listes de capacités trouvées sur des tablettes, citées par Christine Proust, et extraites de la thèse de Veldhuis, avec leurs équivalents dans notre système moderne :

Bateaux : 1ère liste thématique (g i š)

279.	giš ma$_2$-60-gur	bateau de capacité 18 m^3
280.	giš ma$_2$-50-gur	bateau de capacité 15 m^3
281.	giš ma$_2$-40-gur	bateau de capacité 12 m^3
282.	giš ma$_2$-30-gur	bateau de capacité 9 m^3
283.	giš ma$_2$-20-gur	bateau de capacité 6 m^3
284.	giš ma$_2$-15-gur	bateau de capacité 4,5 m^3
285.	giš ma$_2$-10-gur	bateau de capacité 3 m^3
286.	giš ma$_2$-5-gur	bateau de capacité 1,5 m^3
287.	giš ma$_2$-tur	petit bateau

Récipients étalon : 1ère liste thématique (g i š)

515.	giš lid$_2$-ga	récipient de 300 litres
516.	giš ba-ri$_2$-ga	récipient de 60 litres
517.	giš ba-an	récipient de 10 litres
518.	giš ba-an-5-sila$_3$	récipient de 5 litres
519.	giš nig$_2$-2-sila$_3$	récipient de 2 litres
520.	giš 1-sila$_3$	récipient de 1 litres
521.	giš 1/2-sila$_3$	récipient de 1/2 litre
522.	giš 1/3-sila$_3$	récipient de 1/3 litre
523.	giš 2/3-sila$_3$	récipient de 2/3 litre
524.	giš 10-gin$_2$	récipient de 170 cm^3
525.	giš 5-gin$_2$	récipient de 85 cm^3
526.	giš 3-gin$_2$	récipient de 50 cm^3
527.	giš 2-gin$_2$	récipient de 34 cm^3
528.	giš 1-gin$_2$	récipient de 17 cm^3

L'étendue des mesures abordées est conséquente et montre combien les hommes de cette haute époque savaient appréhender leur quotidien de manière pragmatique. Les récipients sont à rapprocher de nos tonneaux, pots, boisseaux encore utilisés de nos jours.

Un objet chez les Mésopotamiens est essentiel dans leur quotidien, et apparait dans de nombreux problèmes trouvés sur les tablettes d'argile. C'est la brique.

Briques	L	12 šu-si à 1 kuš$_3$	(20 à 50 cm)
	Lh	5 šu-si	(8 cm)
	S	12 1/2 še à 1/3 gin$_2$	(4 à 250 dm^2)
	V	2 1/3 à 12 še	(4 à 20 dm^3)
	C	4 à 20 sila$_3$	(4 à 20 litres)
Sar de briques	V	7 gin$_2$ à 1 sar	(2 à 18 m^3)
	C	7 gur à 1(geš$_2$) gur	(2000 à 18000 litres)

Ce parallélépipède rectangle est la base des procédés de calcul, et va ainsi permettre de gérer, à partir des trois dimensions des ouvrages, tous les calculs nécessaires à leur réalisation : les volumes de briques ou de terre pour les murs, pour les rampes d'accès, pour les barrages, et d'un point de vue logistique pour le travail des hommes, leur nombre et le nombre de jours de travail. Ainsi dans la tablette Ni 5175, un tas de briques est étudié : c'est un prisme droit dont on donne la largeur et la hauteur et dont on modifie la longueur en ôtant un nombre donné de briques. Il est demandé la nouvelle longueur.

Les longueurs et les volumes sont déjà supposés dans les mêmes rapports. Et cette proportionnalité est utilisée comme procédé. C'est intéressant pour nous d'en voir la mise en œuvre. Plus simplement sur le calcul des briques, on a le problème suivant dans la tablette AO10822 :
qui se décline ensuite en calcul de hauteur à retrancher pour y prendre un nombre de briques. Est-ce la tâche à commander à un ouvrier ?

AO 10822 [MKT I, p. 124] **Face colonne II**	
13 sig$_4$-anše sig$_4$ 1 uš 30 sag 30 sukud sig$_4$ en-nam	Un tas de briques. 1 la longueur, 30 la largeur, 30 la hauteur. Combien de briques ?

Voici d'autres problèmes :

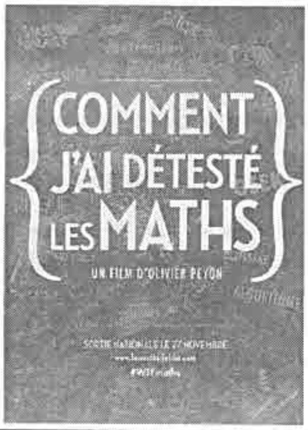
« Un tas de demi-briques, le flanc est 2 30, le front 1 30, la hauteur 4. Que sont les demi-briques [le volume] ? » (AO10822)
« Une brique. Le flanc est une demi-coudée, le front un tiers de coudée, sa hauteur 5 doigts. Que sont le sol et la terre ? » [le sol est la surface de base flanc par front, et la terre est le volume]. (YBC 4673)

« Un petit canal. Sa largeur supérieure est 2 coudées, sa largeur inférieure est [1] coudée, la profondeur est 1 coudée et demie. La tâche est un tiers de sar de terre. Quoi de longueur prendra un homme ? » (VAT 7528)
Le canal à section trapézoïdale peut être vu comme un prisme à section rectangulaire de largeur la moyenne des deux largeurs supérieure et inférieure. C'est la méthode donnée dans un problème plus complexe de canal (problème 15 : BM85196).

La transformation d'un volume en volume prismatique simple, ramené directement à une forme rectangulaire, est la clé des méthodes. Nous en retiendrons le principe notamment pour les volumes au collège en 6ème et 5ème.

La Régionale fait étape à Cognac !

Jeudi 13 février s'est déroulée à Cognac une soirée-débat autour du film d'Olivier Peyon : « Comment j'ai détesté les maths ». Invitée par l'association Eurociné-Cognac pour animer le débat, la Régionale était représentée par Pierre-Jean Robin et Corinne Parcelier. L'objectif était de savoir dans quelle mesure ce film pouvait être proposé à des lycéens. Le public, une cinquantaine de personnes, regroupaient essentiellement des professeurs de mathématiques, mais il y avait également quelques parents et lycéens. Après la diffusion du film, le débat a été lancé. Outre les impressions sur le film, les échanges ont permis de soulever quelques questions :
Comment les mathématiques peuvent-elles rimer avec création, inventivité, art ?
Quelle est la place réservée aux mathématiques dans le cursus scolaire d'un élève : ne les utilise-t-on pas d'abord comme un outil de sélection avant de les développer pour comprendre le monde qui nous entoure ?
Le contenu des programmes et les méthodes pédagogiques peuvent-ils contribuer à une meilleure appropriation des notions mathématiques essentielles pour tout citoyen ?
Que faire en cas de blocage ?
C'est d'ailleurs sur ce sujet qu'une suite sera donnée à cette projection le jeudi 17 avril prochain : l'APMEP est de nouveau invitée à partager une conférence en fin d'après-midi, sous l'égide d'Eurociné-Cognac et du lycée Jean Monnet. Elle se déroulera dans la salle de « La Salamandre », en présence d'Anne Siéty, la psychopédagogue qui intervient dans le film, sur le thème des blocages en mathématiques.



RU-BRI-COLLAGES

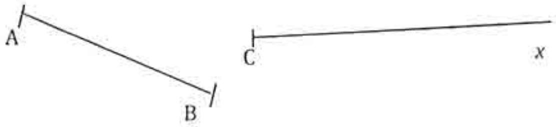
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.

Frédéric De Ligt

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt@gmail.com

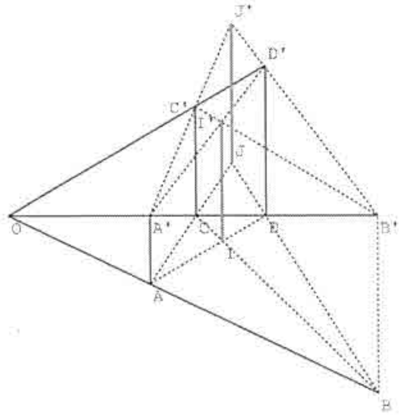
Des problèmes

96-1 *de Serge Parpay (Niort)* :



Un méchant professeur a tracé un segment [AB] et une demi-droite [Cx) sur une feuille de papier. Il me demande de situer le point D de la demi-droite tel que CD = AB. J'ai une règle non graduée et un compas, mais il m'interdit d'utiliser mon compas pour reporter simplement la longueur AB sur la demi-droite.
Au secours !

96-2 *de Serge Parpay (Niort)* :



Deux trapèzes : (ABB'A') de bases (AA'), (BB'), rectangle en A' et B' ; (CDD'C') de bases (CC'), (DD'), rectangle en C et D. (AB) et (C'D') se coupent en O. Les points A', C, D, B' sont, dans cet ordre, sur une demi-droite d'origine O, les trapèzes étant situés de part et d'autre de cette demi-droite (voir figure). (AD) et (BC) se coupent en I, (A'D') et (B'C') se coupent en I', (AC) et (BD) se coupent en J, (A'C') et (B'D') se coupent en J'.

Montrer que (II') et (JJ') sont parallèles aux bases des trapèzes.

96-3 *de Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :

Montrer que quels que soient les entiers naturels m et n, avec m impair, $2^m - 1$ et $2^n + 1$ sont premiers entre eux.

96-4 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :

Deux joueurs A et B s'affrontent à un jeu. À chaque partie, le joueur A gagne avec la probabilité p tandis que le joueur B gagne avec la probabilité q = 1 – p. Est déclaré vainqueur le premier qui gagne deux parties consécutives. Le jeu est défavorable au joueur A car p < q mais celui-ci vient de gagner la première partie et ses chances d'être le vainqueur sont maintenant égales à celles du joueur B. Quelle est donc la valeur de p ?

96-5 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :

Pour i allant de 1 à n, on considère les nombres positifs a_i. Montrer que : $\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\sum_{j=i}^{n} a_j} \geq \sqrt{\sum_{i=1}^{n} i^2 a_i}$

Des solutions

93-3 *de Jacques Chayé* :

On ne connaît pas les dimensions d'un terrain rectangulaire ABCD, mais on sait qu'un point M contenu dans ce terrain est situé à 5 mètres de A, à 14 mètres de B et à 30 mètres de C.
Quelle est la distance de M à D ?
Peut-on en déduire la valeur de AB et BC ?

Solution de Jean Souville

Prenons un repère orthonormé d'origine A tel que les coordonnées du point B soient $(b, 0)$, celles du point C soient (b, c) et celles du point D soient $(0, c)$, où b et c sont les longueurs des côtés du rectangle considéré. Soient (x, y) les coordonnées du point M. Les distances indiquées donnent les relations (i) $x^2 + y^2 = 25$, (ii) $(b - x)^2 + y^2 = 196$ et (iii) $(b - x)^2 + (c - y)^2 = 900$. La combinaison (i) - (ii) + (iii) de ces relations donne (iv) $x^2 + (c - y)^2 = 729$, d'où MD = 27. Par contre on ne peut pas connaître les valeurs des côtés b et c du rectangle, l'inégalité triangulaire impose MB – MA ≤ AB ≤ MB + MA donc $9 \leq b \leq 19$.

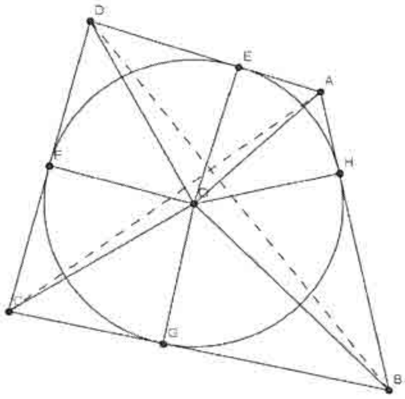
Plus précisément, le point M étant à l'intérieur du rectangle, on doit avoir $MB^2 < AM^2 + AB^2$, donc $b > \sqrt{171} = 3\sqrt{19} \approx 13{,}08$.

Si on choisit un élément quelconque $b \in \left]3\sqrt{19}, 19\right[$, il est possible de tracer un triangle AMB de côtés AB = b, AM = 5 et BM = 14 puis, sur la perpendiculaire à la droite (AB) issue du point B, prendre un point C tel que MC = 30 (ce qui est possible car la distance de M à cette droite est inférieure à MB = 14). En complétant le rectangle ABCD, on a une solution de largeur la valeur de b choisie au départ (le fait que M soit à l'intérieur du rectangle se vérifie grâce à la condition $b > 3\sqrt{19}$ et au fait qu'on a BC ≥ MC − MB et $y \leq$ MA = 5 ; donc BC > y).

94-2 *de Frédéric de Ligt* :

Montrer que pour tout cercle de diamètre D contenu dans un quadrilatère convexe d'aire S on a toujours l'inégalité $D \leq \sqrt{S}$.

Solution de Louis Rivoallan



Des considérations élémentaires permettent de se ramener au cas où le cercle est inscrit dans le quadrilatère convexe.
L'aire S de ABCD est égale à la somme des aires des triangles AOB, BOC, COD et DOA.

Si on note r le rayon du cercle inscrit et a, b, c et d les longueurs des côtés, on obtient : $S = \dfrac{a\times r}{2} + \dfrac{b\times r}{2} + \dfrac{c\times r}{2} + \dfrac{d\times r}{2} = r \times p$ où p désigne le demi-périmètre du quadrilatère.

Par ailleurs, $p = \dfrac{r}{\tan\left(\dfrac{\widehat{A}}{2}\right)} + \dfrac{r}{\tan\left(\dfrac{\widehat{B}}{2}\right)} + \dfrac{r}{\tan\left(\dfrac{\widehat{C}}{2}\right)} + \dfrac{r}{\tan\left(\dfrac{\widehat{D}}{2}\right)}$ et $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 2\pi$.

Donc $S = pr = r^2 \times \left(\dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{\widehat{A}}{2}\right)} + \dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{\widehat{B}}{2}\right)} + \dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{\widehat{C}}{2}\right)} + \dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{\widehat{D}}{2}\right)} \right)$.

La dérivée seconde de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{\tan\left(\dfrac{x}{2}\right)}$ sur $]0, \pi[$, $f''(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)}{\sin^3\left(\dfrac{x}{2}\right)}$ est strictement positive, ce qui montre que la fonction f est convexe sur cet intervalle et par suite l'isobarycentre des images est plus grand que l'image de l'isobarycentre, c'est-à-dire : $\dfrac{1}{4} \times \left(f\left(\widehat{A}\right) + f\left(\widehat{B}\right) + f\left(\widehat{C}\right) + f\left(\widehat{D}\right)\right) \geq f\left(\dfrac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D}}{4}\right) = f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$. Par suite $S \geq 4r^2$ donc $\sqrt{S} \geq 2r$.

Remarque : l'égalité n'a lieu que lorsque ABCD est un carré.

95-1 *de Walter Mesnier* :

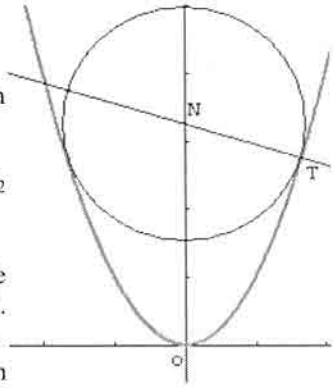
Un sangaku parabolique

Voici un problème imaginé suite aux lectures des travaux de l'IREM de Poitiers (2nde et 1ère S).
Calculer l'aire des deux disques, sachant qu'elle est maximale et que la parabole est d'équation $y = x^2$ dans un repère orthonormé (unité = 1cm). Ce qu'on voit sur le sangaku fait office de données. Les cercles sont bien tangents entre eux. Le petit est tangent à la parabole en un seul point et le grand en deux points.

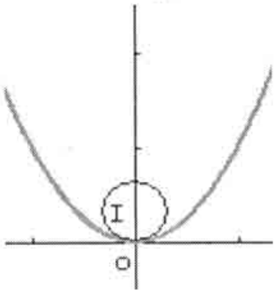
Solution de Jacques Chayé

1°) Considérons un point T(t ; t²) de la parabole $\mathcal{P}$. La tangente à $\mathcal{P}$ en T a pour coefficient directeur $2t$; la normale en T à $\mathcal{P}$ admet donc l'équation $y - t^2 = -\dfrac{1}{2t}(x - t)$.

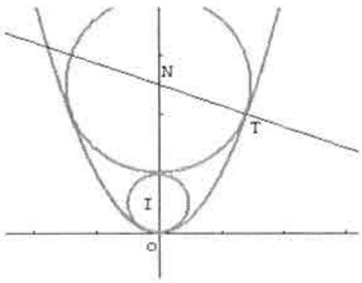
Cette normale coupe [Oy) au point N d'ordonnée $y_N = t^2 - \frac{1}{2t}(-t) = t^2 + \frac{1}{2}$.



Donc, l'aire d'un disque C_1 centré sur [Oy) et tangent à la parabole en deux points, est fonction croissante de $|t|$.



2°) Soit r un réel strictement positif et le point I (0 ; r). Le cercle C_2 de centre I et de rayon r admet l'équation :
$x^2 + (y - r)^2 = r^2$ qui s'écrit : $x^2 + y^2 - 2yr = 0$.
Les abscisses des points communs à C_2 et à $\mathcal{P}$ sont les solutions de l'équation en x : $x^2 + x^4 - 2x^2 r = 0$ c'est-à-dire : $x^2 (x^2 - 2r + 1) = 0$.
Cette équation admet pour seule solution 0, à condition que $r \leq 1/2$.
C'est donc à cette condition que C_2 n'a que le point O en commun avec $\mathcal{P}$ et son aire est maximum quand $r = 1/2$. Dans ce cas, l'aire de C_2 est égale à **π/4**.

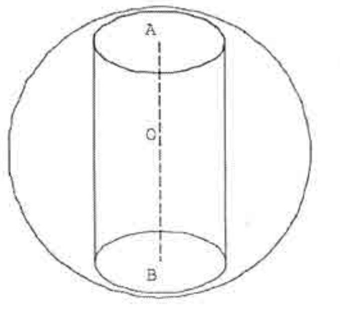


3°) Ce choix étant fait pour C_2, pour que C_1 lui soit tangent, il faut et il suffit que son rayon soit égal à l'ordonnée de N diminuée du diamètre de C_2 qui est égal à 1.
On a alors: $y_N - 1 = \text{NT}$ ce qui, puisque les deux membres sont positifs, équivaut à $\left(t^2 - \frac{1}{2}\right)^2 = t^2 + \frac{1}{4}$ soit à $t^2 (t^2 - 2) = 0$. Deux solutions non nulles : $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$. Dans ce cas, $\text{NT}^2 = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$.

Le rayon de C_1 est alors égal à 3/2 et son aire à **9π/4**.

95-2 *de Frédéric de Ligt* :

Une sphère est percée ; il en résulte un trou cylindrique dont l'axe passe par le centre O de la sphère. La hauteur AB du cylindre est de 1 m. Quel est le volume de cette sphère trouée ?



Solution de Jacques Chayé

Une sphère de rayon R ($R > 0{,}5$) centrée à l'origine d'un repère orthonormé (O,x,y,z). Soit S la partie de la sphère comprise entre le plan d'équation $z = 0{,}5$ et le plan d'équation $z = -0{,}5$.

Soit V le volume de S. $V = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \pi\left(R^2 - z^2\right)dz = \pi\left[R^2 z - \frac{z^3}{3}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \pi\left(R^2 - \frac{1}{12}\right)$.

Les deux plans parallèles coupent la sphère selon des cercles de rayon $\sqrt{R^2 - \frac{1}{4}}$.

Ces cercles sont les bases d'un cylindre de hauteur 1 ; le volume de ce cylindre est égal à $1 \times \pi \times \left(R^2 - \frac{1}{4}\right)$.

Si on extrait de S le cylindre précédent, le volume v du solide obtenu est : $v = \pi\left(R^2 - \frac{1}{12}\right) - \pi\left(R^2 - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{6}$.

COROL'AIRE est envoyé par courrier électronique aux adhérents et abonnés.

Ceux qui veulent recevoir une version papier (sans la couleur !) peuvent envoyer un chèque de 8 €,
à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes,
à Jacques CHAYÉ, 5 rue Émile Faguet, 86000 POITIERS

Nouvelle adresse de l'IREM de Poitiers

IREM, Bâtiment de mathématiques
Téléport 2 - BP 30179
Bd Marie et Pierre Curie
86962 Futuroscope CHASSENEUIL Cedex