

Édito

Retroussons nos manches !

À entendre les intentions de notre nouveau ministre, la machine Éducation Nationale semble enfin se remettre en marche dans le bon sens. Mais les plaies laissées par la politique du gouvernement sortant sont nombreuses, la plus béante étant la désertion des masters d'enseignement.

Les raisons sont désormais connues : concours doublé d'un diplôme universitaire à bac + 5 (et non plus + 3), entrée dans le métier avec un service de 18 h (réduit à 15 h à la rentrée 2012 en attendant un retour à 10 h comme le stipule le décret de 2006) et un temps de formation initiale réduit, le tout pour un salaire équivalant à 1,15 fois le SMIC en 2012 (contre 2 fois dans les années 80 et 1,5 fois en 2004).

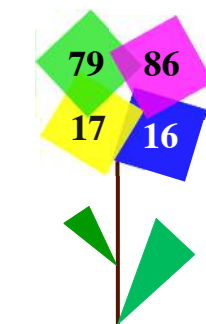
La reconstruction est lancée, elle sera longue, et l'APMEP s'y investit : localement, l'Association a été présentée aux professeurs stagiaires à Saint-Maixent le 14 juin lors de leur dernière journée de formation initiale et le Comité National fera, à la rentrée, des propositions pour (res-)susciter les vocations. Nos actions régionales habituelles se poursuivront quant à elles à la rentrée 2012 : le Rallye Mathématique lancera les élèves sur la piste des codes secrets et la future exposition, consacrée aux courbes et réalisée en partenariat avec l'Espace Mendès France, sera inaugurée le 30 janvier 2013.

Enfin, nous espérons compter de nouveaux adhérents et de nouveaux membres du Comité Régional à l'occasion de notre III^{ème} journée académique prévue le 10 octobre prochain sur le site du Futuroscope.

En attendant, bon repos estival à tous !

Nicolas Minet

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n°89

Juin 2012

COROL'AIRE

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie de l'Association : Comité du 9/05/12	p. 2
Assemblée Générale de la Régionale	p. 3
Pôle culturel André-Louis Cholesky	p. 3
Journée Descartes	p. 4
Séminaire National APMEP	p. 4
Petite histoire de la grandeur Aire (5)	p. 5 et 6
Journées Nationales - METZ	p. 6
Rallye mathématique - remise des prix	p. 7 et 8
Rallye : pour aller plus loin	p. 9
Rubricol'age	p. 10 à 12

APMEP : <http://apmep.poitiers.free.fr/>
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur
de la publication Nicolas MINET
Comité de rédaction ... F. de LIGT, L-M BONNEVAL
N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie IREM, Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social IREM, Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal Juin 2012

Vie de l'association

Comité de la Régionale Poitou-Charentes du 9 mai 2012

Deux jeunes collègues : Amélie Martin, professeur en collège, et Anne Cuinet, professeur des écoles, étaient invitées et ont assisté à ce Comité.

Fonctionnement de la Régionale

Comité et nouveau bureau

La question du renouvellement du bureau est posée, idée de deux personnes pour la trésorerie, proposition de nouveaux volontaires pour le comité.

Il serait bon que la question soit mise à l'ordre du jour à la prochaine Assemblée Générale qui se tiendra lors de la Journée de la Régionale APMEP en espérant un public plus important qu'à Cognac.

Le bureau est reconduit : (Président : Nicolas Minet, Vice-président : Frédéric De Ligt, Secrétaire : Nathalie Chevalarias, Trésorier : Jacques Chayé) jusqu'à l'automne où un nouveau vote sera organisé.

Rallye

Plusieurs pistes concernant le financement du Rallye sont évoquées : rendre obligatoire l'adhésion de l'établissement dont les classes sont inscrites au rallye, voire l'adhésion des collègues, demander 5 € par classes inscrites. Est-ce que cela doit être une condition de participation ou juste une incitation ? La question n'est pas tranchée.

Cette année, un message faisant comprendre l'importance de l'adhésion sera envoyé avec les résultats du Rallye. Pour l'année prochaine, on peut prévoir un tel message avec l'inscription au rallye. On peut envisager aussi une inscription par classe, la somme reste à définir (somme fixe ? tarifs dégressifs ?), la majorité tend davantage vers l'idée d'une somme fixe de 5 €, à confirmer au prochain Comité.

Chantal Gobin propose de réfléchir à l'extension du Rallye aux classes de CM2. Cela peut permettre de toucher plus de monde. Nous pouvons envisager aussi une manifestation sur la ville de Poitiers et toucher ainsi le grand public (peut-être en partenariat avec l'Espace Mendès France).

Une autre piste concerne la demande de subvention à CAP maths pour le rallye : Jacques Germain s'occupe du dossier.

Quelques heures ont été accordées par le rectorat à la demande de François La Fontaine pour trois des actifs qui participent au Rallye. Ceux-ci proposent d'en faire don à la Régionale qui rembourse déjà les frais de déplacement de l'ensemble des membres de l'équipe ; mais il faut vérifier si les statuts de notre Régionale nous permettent de recevoir ces dons. Jacques Germain se renseigne.

Renouvellement des adhésions et nouvelles adhésions

Plusieurs d'entre nous évoquent le problème d'une information qui mériterait d'être plus régulière sur les actions de l'APMEP. Cette information qui n'a lieu que lors du Rallye et de la Journée de la Régionale est insuffisante. Il faut envisager comment être, à l'avenir, plus présent sur le terrain.

Textes

Plusieurs propositions de textes sont lues et discutées :

- Proposition d'une convention avec l'Espace Mendès-France pour officialiser l'action de l'APMEP au sujet de la vulgarisation des maths.

- Proposition d'un texte destiné à tous les collègues pour mentionner les actions de la Régionale et les deux problèmes financier (déjà évoqué) et structurel : manque de collègues engagés à nos côtés pour organiser les actions.

- Proposition de réaction par rapport aux programmes de lycée, aux horaires et à la réforme en général : deux publications sont envisageables : BV et Corol'aire.

Séminaire National

Les brochures demandées par l'APMEP pour compléter les collections nationales ont été envoyées par Jacques Germain.

Deux questions seront évoquées par la Régionale Poitou-Charentes lors de ce séminaire :

Intégration du site régional dans le site du National ? S'il est mal organisé, non. On attend de voir la nouvelle configuration.

Réactions par rapport à la réforme en général (voir §1) : l'APMEP doit-elle être plus virulente ? Qu'attendraient de l'Association les 90% des professeurs qui n'y adhèrent pas ?

Journée de la Régionale

Le thème retenu cette année est : les liaisons (1^{er} degré-2nd degré et 2nd degré-supérieur). La Journée aura lieu le 10 octobre 2012.

Plusieurs idées d'interventions sont évoquées : pour la liaison 1^{er} degré - 2nd degré, un travail peut être prévu sur l'exposition « Comment tu comptes ? » et un atelier peut être animé par les collègues de l'IREM de Poitiers sur les grandeurs. Pour la liaison 2nd degré - supérieur, nous contacterons des collègues universitaires. Nous envisageons par exemple un travail commun, une sorte de table ronde entre enseignants à l'université (sciences éco, maths, IUT, prépa ...) et enseignants du 2nd degré.

Il nous semble important, vu le thème, que la conférence puisse intéresser les professeurs du 1^{er} comme ceux du 2nd degré : Jean-Paul Guichard propose une intervention sur les aires, les découpages qui peuvent trouver des répercussions depuis le primaire jusqu'à la classe de terminale.

Les tâches pour organiser cette Journée sont réparties entre plusieurs membres du comité :

- Contacts (IPR, IEN,...), Nicolas Minet
- Contacts (conférencier), Jean-Paul Guichard
- Contacts (animateurs d'ateliers), Nathalie Chevalarias
- Recueil des inscriptions, Cyrille Kirch

Expositions

Un rendez-vous est déjà prévu le 30 mai à l'Espace Mendès-France pour l'équipe qui travaille sur la future exposition avec les courbes comme thème.

L'exposition « Comment tu comptes ? » est, quant à elle, louée pour un mois et demi par la Régionale Orléans-Tours.

Rallye

Le 23 mai à La Rochelle, 250 personnes sont attendues (seulement 3 classes primées ne participeront pas). Une conférence sera donnée par Laurent Da Rold, ingénieur qui dirige le projet de la construction de l'Hermione.

L'après-midi sera organisé ainsi : 14h accueil ; 14h30 présentation ; 15h conférence ; 16h remise des prix et morceaux choisis ; 17h15 goûter.

Corol'aire

Le prochain est prévu pour être envoyé fin juin aux adhérents.

Il faut prévoir d'écrire un mot sur assemblée générale, un article sur tracé de parabole, le compte-rendu du comité.

Calendrier

Le prochain comité aura lieu le mercredi 19 septembre sur le site de la Journée de la Régionale (au Futuroscope).

Frédéric TESTARD a complété le texte de la conférence qu'il a faite à La Rochelle sur le **théorème de Fermat**.

Ce texte est consultable à l'adresse ci-dessous. Nous l'en remercions vivement.

<http://testard.frederic.pagesperso-orange.fr/mathematiques/conferences/fermatWiles.pdf>

Assemblée Générale de la Régionale à Cognac le 11 avril 2012



L'Assemblée Générale de notre Régionale APMEP a eu lieu au collège Elisée Mousnier de Cognac le 11 avril dernier.

Merci à notre jeune collègue, Corinne Parcelier, et aux dirigeants de cet établissement pour leur chaleureux accueil en toute convivialité. Merci aux collègues, trop peu nombreux à notre goût, qui sont venus, parfois de loin, participer à cette Assemblée Générale. À cette occasion, le nouveau Comité a été élu et se réunira le 9 mai pour élire le Bureau.

Merci également à Philippe Rogeon, professeur de mathématiques à la faculté des Sciences économiques de Poitiers, qui a su nous captiver par sa conférence intitulée « Itinéraire mathématique d'un économiste » en montrant que les mathématiques sont présentes dans la plupart des branches de l'économie.

En s'appuyant sur quelques exemples et rappels historiques, il a progressivement illustré l'utilisation d'objets mathématiques dans cette discipline au carrefour de plusieurs sciences.

Nous avons pu ainsi mesurer le bien fondé d'asseoir de multiples notions mathématiques, du primaire au lycée, comme la proportionnalité, les pourcentages, les suites, les statistiques descriptives et inférentielles, les statistiques doubles et les fonctions en tout genre, la dérivation, les matrices...

Le diaporama de cette conférence sera mis prochainement en ligne sur le site de notre Régionale.

Pierre-Jean Robin



Inauguration du pôle culturel André-Louis Cholesky à Montguyon



Le conseil municipal de Montguyon a décidé de donner un nom au pôle culturel (cinéma, médiathèque et salle de spectacle) actuellement en construction dans le centre ville ; il s'appellera Pôle culturel André-Louis Cholesky.

Certains d'entre vous se rappellent peut-être la conférence que notre Régionale avait organisée à Saintes, conférence donnée par Claude Brezinski sur les travaux mathématiques de ce mathématicien-topographe.

La séance du conseil a été houleuse et la décision n'était pas gagnée d'avance car il y a eu de franches oppositions : « *Les mathématiques, ce n'est pas de la culture !* ».

La cérémonie d'inauguration se déroulera le 1^{er} septembre avec comme principaux représentants des collectivités : Ségolène Royal pour la Région,

Dominique Bussereau pour le département, Claude Belot pour la communauté de communes ainsi que la (le ?) préfet (il pourrait y avoir du changement d'ici là). Claude Brezinski fera, pour l'occasion, une conférence sur l'œuvre scientifique de Cholesky, Raymond Nuvet (un historien local) en fera une autre sur l'histoire de la famille Cholesky. Claude Brezinski devrait pouvoir obtenir l'autorisation de l'archiviste de l'école polytechnique de sortir les carnets et les feuillets originaux de Cholesky afin de les présenter au public. Un grand portrait du personnage sera accroché définitivement dans le hall d'accueil.

Des expositions seront visibles dans le bâtiment : « Expocube », « Comment tu comptes ? » (prêt de notre Régionale) et des instruments de géomètres de terrain.

Une projection du film « *Un mètre pour mesurer le monde* » qui retrace l'épopée de Delambre et Méchain pour établir une mesure de la méridienne de Paris sera proposée au public dans la salle de cinéma flambant neuve. Cholesky a en effet participé en 1905 à la campagne de la révision de la méridienne de Paris et de la mesure de la méridienne de Lyon et c'est sans doute à ce moment qu'il a mis au point sa méthode pour résoudre les équations de condition par la méthode des moindres carrés.

Ceux d'entre vous qui seraient intéressés par cette manifestation et qui en auraient le loisir sont cordialement invités et peuvent me contacter pour de plus amples renseignements.

Frédéric de Ligt

Mél : frederic.deligt@gmail.com

Journée Descartes

Le samedi 12 mai, la Régionale d'Orléans-Tours avait organisé une journée Descartes sur le lieu même de naissance (en 1596) du philosophe mathématicien, dans la petite ville d'Indre-et-Loire qui porte aujourd'hui son nom et qui s'appelait en son temps La Haye en Touraine. La ville de Descartes n'étant qu'à une trentaine de kilomètres de Châtellerault, la Régionale de Poitou-Charentes était invitée à cette journée.

Nous étions une vingtaine le matin au centre culturel de la ville où Jacques Borowczyk a fait une conférence sur le thème « La géométrie en 1637 et celle que Descartes n'a jamais publiée ». Après avoir rappelé les points importants de la vie de Descartes, il a commenté sa Géométrie qui est l'une des annexes au Discours de la Méthode. Il a situé l'originalité de ce traité par rapport à l'état antérieur de la géométrie et de l'algèbre.



Jacques Borowczyk (à droite) pendant sa conférence

Après un agréable repas dans un restaurant voisin, l'après-midi a été consacrée à une visite du musée municipal où la directrice nous a pilotés dans les différentes salles, commentant de façon très vivante la vie et la pensée du grand homme.

Après cette journée passionnante, on ne peut que recommander aux professeurs de lycée d'emmener leurs élèves au musée Descartes.

Rappelons à ce sujet qu'une équipe pluridisciplinaire de l'académie de Poitiers (Dominique Gaud, Jean-Paul Guichard, Claude Chrétien, Jacques Gacougnolle, Pascal Baron...) a réalisé en 1996, pour le quadricentenaire de sa naissance, un CD-ROM « *Descartes, construire la connaissance* », à l'Espace Mendès France de Poitiers.



Louis-Marie BONNEVAL

Séminaire National de l'APMEP (12 - 13 mai 2012, Paris)

Le séminaire annuel de l'APMEP s'est tenu les 12 et 13 mai 2012 à Paris ; il a rassemblé une cinquantaine de membres de l'Association dont les responsables nationaux, les présidents et des représentants des Régionales.

« *La communication interne et externe de l'APMEP* » était le thème de ce séminaire. Deux invités ont permis d'amorcer la réflexion lors de la première demi-journée : Patrice Bride, de l'association CRAP- *Cahiers Pédagogiques*, et François Jarraud, rédacteur en chef sur le site du *Café Pédagogique* – le premier est professeur d'histoire-géographie, le second l'a été plus de 25 ans et est désormais journaliste.

S'est posée naturellement lors de leurs interventions la question des supports de communication à l'ère numérique : les prochains Cahiers Pédagogiques seront diffusés à partir d'une même maquette soit en PDF pour une version imprimable, soit dans sa traditionnelle version papier. Quand au *Café*, dans son but de donner une information journalistique quotidienne sur l'école, il vit par les réseaux informatiques : son site, sa page Facebook ainsi que son compte Tweeter.

Les *Cahiers* sont soutenus depuis leur création en 1945 par le ministère, financièrement et en terme de détachement de quelques enseignants, alors que le *Café* ne reçoit de fonds du ministère que pour la tenue du Forum des Enseignants Innovants. L'intervention de ces deux acteurs du système éducatif a amené les participants à débattre des positions suivantes dont certaines seront tranchées lors du Comité National du 23 juin :

Le BGV, le BV, les brochures... doivent-ils rester sous format papier ? devenir numériques ou mixtes ?

Doit-on passer à un Édito en ligne pour réagir à l'actualité ?

Demande-t-on au ministère, à l'instar de ce que l'UDPPC obtient, une décharge pour le président de l'APMEP ? Une demande non spécifique aux mathématiques mais via la conférence des présidents d'Associations de spécialistes est-elle souhaitable ?

Le site internet peut-il être rénové par des bénévoles de l'APMEP ? Via une demande de décharge ? Quid d'un mécénat ?

L'APMEP doit-elle conserver une position modérée ou manifester davantage d'engagement politique ?

Se pose également la question d'expédier une enquête nationale afin de connaître les attentes des professeurs de mathématiques sur les rôles de l'APMEP et sur son image : plus politique ou purement pédagogique ? Invitant ou non à des actions plus radicales en cas de d'attaques graves du ministère ? (par exemple, la mise à temps plein des stagiaires en 2010 pour laquelle des réactions écrites, même virulentes, ont été ministériellement balayées d'un revers de main). Au moment où l'Association regroupe à peine 4 000 professeurs actifs, et que les commissions nationales sont, pour certaines, désertées, la question de la remobilisation des collègues est plus que jamais urgente.

En conclusion, le président national Eric Barbazo, seul candidat à sa succession, a précisé que les formations initiale et continue constitueraient le chantier prioritaire de l'Association l'an prochain, avec notamment des propositions pour attirer les étudiants vers les métiers de l'enseignement.

Nicolas Minet

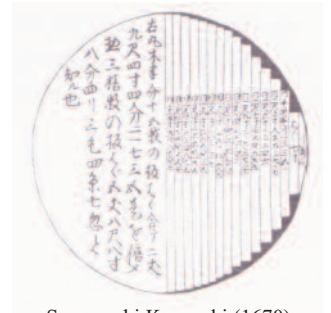
Petite histoire de la grandeur Aire,

Jean-Paul Guichard

Cinquième et dernier épisode Les formules

Pourquoi une formule ? Pourquoi retenir une formule ? Parce que la technique du réseau, même si c'est elle qui permet d'évaluer une aire, ne permet pas de résoudre tous les problèmes. Évidence peut être, mais détaillons les cas où l'utilisation physique de l'objet « réseau » est problématique.

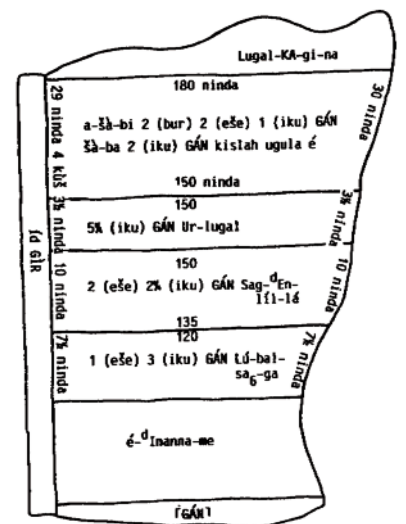
1. Le dénombrement des unités d'aire peut être long et fastidieux. C'est déjà le cas pour un triangle rectangle. Mais pour l'évaluation de l'aire d'une ellipse, au collège, on n'a pas le choix, il faut compter les unités d'aire, une à une. Seulement, des techniques nouvelles peuvent se mettre en place et, peut-être qu'en découpant l'ellipse en bandes rectangulaires de même pas, on sera plus performant. On va par exemple éviter de compter, un à un le nombre de mm² dans un rectangle de 34 mm de long sur 25 mm de large. Dans ce cas la formule nous fait gagner du temps, minimise les erreurs. Cette technique, qui sera celle de l'intégrale de Riemann, est illustrée ici, pour le cercle, par le travail d'un mathématicien japonais du 17^{ème} siècle.



Sawaguchi Kazayuki (1670)

2. Le dénombrement est impossible car la surface est inaccessible. Comment faire pour évaluer la surface au sol qu'occupe tel bâtiment ? Comment évaluer l'aire d'un bois, d'un lac ? On ne peut pas user physiquement du réseau, même si c'est sur lui que repose la technique qui sera mise en place. Il faudra alors se rabattre sur d'autres grandeurs accessibles comme les longueurs ou les angles.

En voici un exemple à Nippur, 2000 ans avant J.-C. Ce cadastre dressé par un arpenteur sumérien sur une tablette d'argile n'est pas une figure à l'échelle : c'est une figure à main levée (comme l'historial de l'arpenteur du 17^{ème} siècle). Y sont consignées les longueurs mesurées des côtés des 4 parcelles : 180 nindas, 150 nindas, 29 nindas 4 kus... Les aires des quadrilatères ont ensuite été calculées par la formule des arpenteurs : produit des moyennes des côtés opposés, et inscrites au centre de chaque parcelle. On conçoit bien ici, dans ce contexte, le besoin incontournable de formules. Si on était en mesure de construire, avec précision, une figure à l'échelle, sur du papier, alors on pourrait réutiliser la technique du réseau. Mais l'investissement à fournir ne sera intéressant que pour des surfaces aux formes se prêtant mal à l'utilisation de formules. C'est ce qui amènera à développer les planimètres au 19^{ème} siècle.

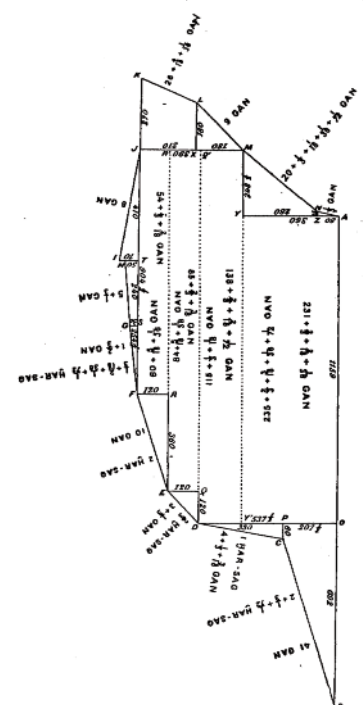


Cadastre sumérien (2000 ans avant J.-C.)

La recherche de formules pour évaluer une aire, en lien avec des problèmes d'arpentage, va donc être une activité mathématique importante, mais qui va rapidement buter sur des difficultés qui seront un moteur du développement des mathématiques.

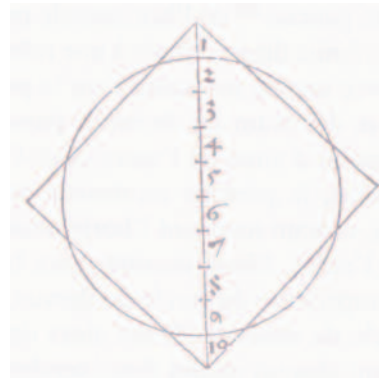
Une première difficulté est l'obtention des données, liée aux instruments de mesure disponibles. Pour des parcelles de terrains non accidentés et non boisés, telles des champs cultivés, des jardins, des terrains bâtis, tout ce qui relève du cadastre, ce qui était le plus facile à mesurer c'était les longueurs des côtés, avec une simple corde, ou des enjambées. C'est ce que fait l'arpenteur sumérien pour ces quadrilatères, ou un paysan dans nos campagnes. Les aires des quadrilatères quelconques sont alors calculées par une formule approchée appelée « formule des arpenteurs ». Le scribe calcule la moyenne arithmétique des deux longueurs, des deux largeurs ; l'aire est le produit de ces deux moyennes. Cette méthode donne une valeur approchée par excès, d'autant plus fautive que les angles s'écartent de l'angle droit. L'écart à la valeur exacte peut en théorie être considérable, mais, sauf cas exceptionnel, elle est tout à fait raisonnable car les parcelles sont en général découpées en bandes trapézoïdales dont la forme ne s'écarte que peu de celle d'un rectangle. L'erreur introduite par la formule des arpenteurs n'est pas significativement plus grande que les incertitudes de mesures sur le terrain. Cette formule des arpenteurs se retrouve dans le monde paysan de nombreuses régions du globe, et est encore connue dans nos campagnes.

Trouver une formule exacte supposerait de prendre d'autres mesures de longueurs (diagonales ou perpendiculaires, plus difficiles à mesurer), ou d'angles, pour lesquels il faut avoir des outils plus difficiles à fabriquer qu'une corde graduée. On voit que le découpage du terrain, donc de la figure qui le représente est une activité fondamentale. Le cadastre chaldéen donné en illustration (2500 ans avant J.-C.) en témoigne.



Cadastre chaldéen (2500 ans avant J.-C.)

Une deuxième difficulté est l'obtention d'une formule en fonction des données disponibles. Rien que pour le triangle, la formule permettant de calculer son aire à partir des longueurs de ses côtés a été difficile à trouver (c'est l'œuvre d'Héron d'Alexandrie), et est difficile à mettre en œuvre au niveau du calcul, sans outils ou connaissances élaborés. C'est le cas aussi du cercle, dont la quadrature est restée synonyme de problème impossible. Ainsi en Chine, pour un cercle dont on peut mesurer le diamètre, on peut voir que, d'un point de vue théorique, une formule peut être exacte mais difficilement exploitable comme $S = \frac{1}{4} \ell \times d$ pour l'aire du disque (ℓ représente la longueur de la circonférence du cercle, elle-même difficile à calculer), alors que la formule inexacte $S = \frac{3}{4} d^2$ qui repose sur le principe de « ce qui entre et ce qui sort se compense » l'est davantage. Dürer, dans sa *Géométrie*, à l'usage des divers corps de métiers, pour la quadrature du cercle, part d'un carré et construit un cercle dont le diamètre vaut les huit-dixièmes de la diagonale de ce carré, mettant en place une formule inexacte : « Il est nécessaire de connaître la comparaison d'un cercle à un carré, l'un et l'autre devant avoir même contenu. Mais une telle chose n'a pas encore été démontrée par les érudits. La résolution peut en être expédiée, sans que cela se voie trop dans les ouvrages, si on procède de façon approchée comme suit... »



Dürer

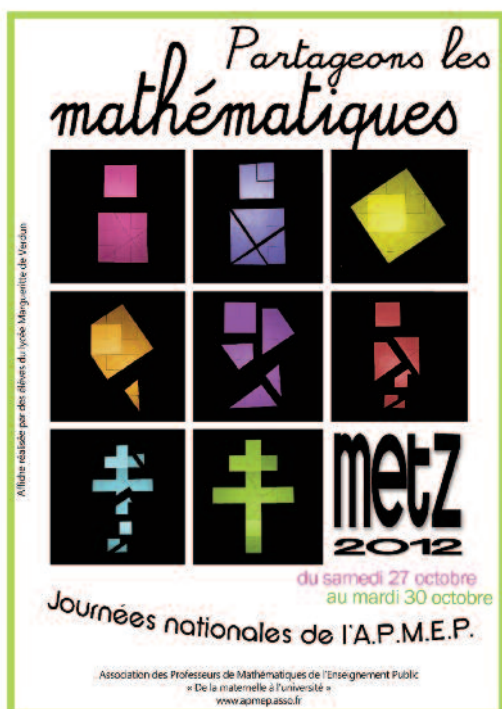
Jusqu'au 17^{ème} siècle c'est essentiellement la géométrie qui a fourni le moyen de trouver les formules, par découpages et comparaison à des figures d'aire connue. Avec le développement de l'algèbre littérale et de l'analyse, le calcul va offrir de nouvelles techniques d'obtention des formules.

Remarquons que la formule du rectangle permet de retrouver une longueur quand on a l'aire et la longueur d'un côté du rectangle. Elle permet aussi de trouver la formule de l'aire d'un triangle rectangle.

Dans l'enseignement, la formule, ou plutôt le formulaire, a été présentée comme le point « ultime », sacralisé d'une théorie des aires, sans que l'on sache vraiment pourquoi. La formule, qu'elle soit exacte ou approchée, peut jouer des rôles différents, mais dans tous les cas la rencontre avec la formule ne doit pas se détacher du sens sur lequel elle repose et son utilisation peut s'ancrer dans les problématiques précédentes ; elle doit s'imposer comme une technique répondant à un problème donné de mesure ou de comparaison d'aire.

Il est cependant clair que c'est l'évaluation de l'aire d'un rectangle qui sera l'hypostase de toutes les formules d'aire. Les 4 formules pour l'aire du disque données par Liu Hui dans les *Neuf chapitres* : $S = (\ell/2) \times (d/2)$, $S = (\ell d)/4$, $S = \frac{3}{4} d^2$, $S = \frac{1}{12} \ell^2$ l'illustre bien, elles qui donnent à voir dans le produit de deux dimensions le rectangle ou la fraction de rectangle ou de carré d'aire égale. Évaluer l'aire d'un rectangle est une tâche nécessaire en référence au type de tâche plus général : calculer l'aire d'une figure

Concluons ce parcours empreint d'histoire en remarquant que les techniques, qu'elles reposent sur le découpage des surfaces, l'utilisation du réseau, l'utilisation de formules, loin de se substituer les unes aux autres, de se hiérarchiser les unes par rapport aux autres, se complètent, répondant à deux types de tâches « comparer des aires » et « calculer des aires ».



**Des conférences,
De nombreux ateliers,
Des expositions,
Un salon des éditeurs,**

**Mais aussi...
des échanges,
des rencontres,
du tourisme !**

Un événement à ne pas manquer !

du samedi 27 au mardi 30 octobre à METZ

Inscriptions :

<http://www.jnmetz2012.fr>



Remise des prix à La Rochelle le 23 mai 2012

Attente au soleil

À 14h, la plupart des classes lauréates étaient arrivées profitant d'un magnifique soleil dans l'enceinte du Pôle Science de l'Université de La Rochelle. La remise des prix a pu commencer dès 14 h 30..

Le responsable du Pôle Sciences a ouvert la séance, Frédéric Testard, bien connu de l'APMEP avec ses conférences sur le théorème des quatre couleurs et sur le théorème de Fermat, nous a dévoilé une avancée mathématique importante sur la conjecture de Golbach. Jean Souville a évoqué les retombées des travaux IREM dans les cours de mathématiques. Nicolas Minet, président de l'APMEP et M. Courtin, IPR de maths, ont remercié l'équipe du Rallye pour le travail accompli. Enfin, Chantal Gobin responsable de l'équipe du rallye a présenté les conférenciers.



La Conférence

Laurent Da Rold de la société Yacht Concept et Arnaud Gontard ont donc parlé de la place des maths dans la construction de l'Hermione tout en rappelant l'histoire maritime de Rochefort liée à l'Hermione. L'auditoire a été conquis. La conférence fut vraiment très intéressante.



Les premiers prix pour chaque niveau

Ensuite ce fut la remise des prix. De nombreuses récompenses ont été distribuées aux différentes classes lauréates. Tout cela sous des applaudissements très fournis !

Jean Fromentin a ensuite exposé, à l'aide d'un diaporama, les morceaux choisis du rallye. Là encore il y eut des cris de joie quand les élèves reconnaissaient leurs travaux !

Nicolas Minet a dévoilé le thème de l'an prochain : les codes secrets.

Le goûter

Puis tout s'est terminé avec un goûter servi très sympathiquement par les collègues du Pôle Sciences.





ACADEMIE de POITIERS
Rallye Mathématique POITOU-CHARENTES 2012



Palmarès

	Premier prix Deuxième prix Troisièmes prix	6 ^{ème} 4 du collège Élisée Mousnier, Cognac (16) 6 ^{ème} D du collège du Jardin des plantes, Poitiers (86) 6 ^{ème} 1 du collège Élisée Mousnier, Cognac (16) 6 ^{ème} 2 du collège Gérard Philipe, Niort (79) 6 ^{ème} A du collège Jean Zay, Niort (79)	(Mme Allaire) (Mme Braconnier) (Mmes Allaire et Parcelier) (Mme Brocard) (M. Planchenault)
	Premier prix Deuxièmes prix	5 ^{ème} A du collège Jean Zay, Niort (79) 5 ^{ème} C du collège Jean Zay, Niort (79) 5 ^{ème} A du collège Pierre et Marie Curie, Niort (79)	(M. Planchenault) (Mme Louis) (M. Pierucci)
	Premier prix Deuxième prix Troisième prix	4 ^{ème} D du collège Jean Zay, Niort (79) 4 ^{ème} B du collège Beauregard, Burie (17) 4 ^{ème} 1 du collège Ronsard, Poitiers (86)	(M. Planchenault) (M. Lapray) (Mme Grillet)
	Premier prix Deuxièmes prix Quatrième prix	3 ^{ème} B du collège Hélène de Fonsèque, Surgères (17) 3 ^{ème} UK du collège Alfred de Vigny, Blanzac (16) 3 ^{ème} C du collège Pierre et Marie Curie, Niort (79) 3 ^{ème} 1 du collège Ronsard, Poitiers (86)	(Mme Pacaud) (M. Berthonnaud) (M. Bellion) (M. Dherissard)
	Premier prix Deuxièmes prix Quatrième prix Cinquième prix	2 ^{nde} C du lycée Saint-Louis, Pont l'Abbé d'Arnoult (17) 2 ^{nde} 13 du lycée Josué Valin, La Rochelle (17) 2 ^{nde} 6 du lycée Marcelin Berthelot, Châtellerauld (86) 2 ^{nde} G du lycée du Bois d'Amour, Poitiers (86) 2 ^{nde} 5 du lycée Cordouan, Royan (17)	(Mme François) (M. Reclus) (Mme Chevalarias) (M. Grillet) (Mme Bachelier-Canu)

Prix spécial du jury pour la qualité et l'originalité de la présentation du dossier
 4^{ème} F du collège Maurice Calmel, Marans (17) (M. Hebras)

Nos partenaires



RALLYE : Pour aller plus loin

Serge Parpay

L'exercice suivant avait été proposé à l'entraînement du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes en 4^{ème} et 3^{ème}. Bien sûr, on ne demandait pas de démonstration, seulement les tracés.

Fils et pointes !

Matériel utilisé : une règle graduée, une équerre et un crayon.

Tracez un repère (O ; I ; J) où $OI = OJ = 5$ mm.

L'axe des abscisses est gradué de 0 à 10 et l'axe des ordonnées est gradué de même de 0 à 10. Pour chaque entier naturel n compris entre 1 et 10, reliez le point de coordonnées $(n ; 0)$ au point de coordonnées $(0 ; 11 - n)$.

Repassez en rouge la courbe qui apparaît. Pouvez-vous lui donner un nom ?

Le résultat est un arc de parabole.

Il est intéressant de généraliser la construction, en utilisant deux droites (D) et (D') orthogonales et de tracer des segments [AB], A sur (D), B sur (D'), selon le même principe, ce qui conduit à une parabole.

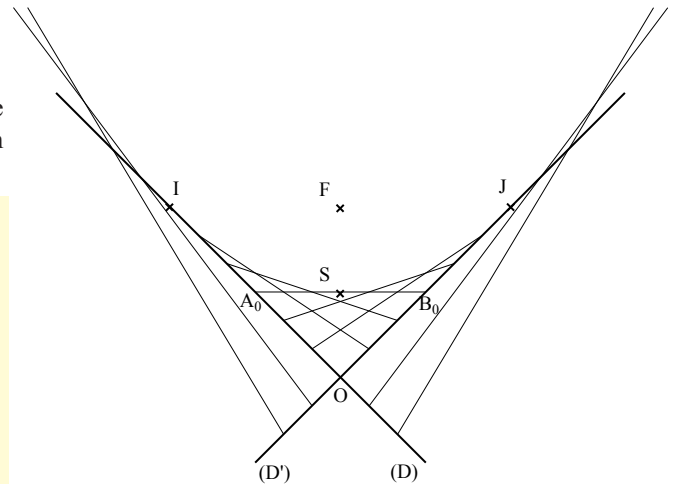


Figure 1

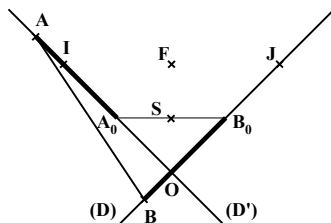


Figure 2

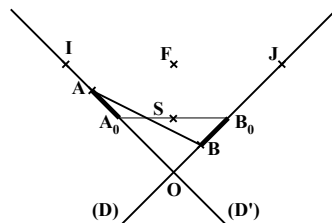


Figure 3

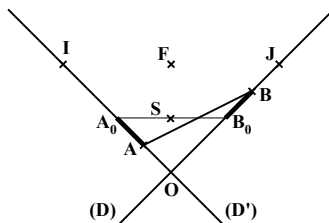


Figure 4

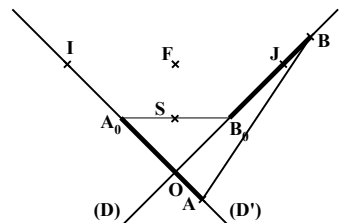


Figure 5

Démonstration par la géométrie élémentaire*

La figure 1 donne un aperçu général ; les figures 2, 3, 4 et 5 donnent une 'évolution' de la position des segments [AB]. O est le point d'intersection de (D) et (D'). I point de (D) et J point de (D') sont des points donnés et tels que $OI = OJ$. A_0 est le milieu de [IO], B_0 le milieu de [OJ], F le milieu de [IJ] et S le milieu de $[A_0B_0]$ et de [OF].

Les longueurs A_0A et B_0B sont égales sur chacune des figures, l'ordre des points étant à respecter selon les différents cas.

Les segments [IO], $[A_0B_0]$, [OJ] sont des segments [AB] particuliers.

Le raisonnement sera fait en s'aidant de la figure 6, mais il est valable dans tous les autres cas.

On appelle (Δ') la droite passant par A_0 , B_0 et (Δ) la parallèle à (Δ') passant par O.

A et B sont de part et d'autre de (Δ') et se projettent orthogonalement en A' et B' sur cette droite. $A_0A = B_0B$ implique $A_0A' = B_0B'$, et réciproquement. $A'B' = A_0B_0$. Les triangles $A_0A'A$ et $B_0B'B$ sont des triangles rectangles isocèles égaux, d'où $A'A = B'B$. Le milieu E de [AB] est sur (Δ') . (A_0OB_0F) est un carré. La rotation de centre F d'angle $\pi/2$ transforme O en J, (D) en (D'), les points A_0 , O, A en les points B_0 , J, B. Par suite $FA = FB$; le triangle (FAB) est rectangle isocèle. FE coupe (Δ) en H. $FE = FH$. Les diagonales du quadrilatère (FAHB) se coupent en E milieu de chacune d'elles. Ce quadrilatère est un parallélogramme ; de plus l'angle en F est droit et $FA = FB$. (FAHB) est un carré. La droite (AB) est médiatrice du segment [FH]. Soit M le point de (AB) se projetant orthogonalement en H sur (Δ) , $MH = MF$. M est sur la parabole (P) de foyer F et de directrice (Δ) . Le triangle FMH est isocèle de base [FH], E est le milieu de [FH]. (ME) est donc bissectrice de l'angle en M. (AB) est tangente en M à (P) (propriété classique de la parabole, démontrable géométriquement).

Réciproquement toute tangente à la parabole correspond à un segment [AB] vérifiant la propriété (procéder par identification).

Les droites (AB) enveloppent la parabole (P) de foyer F, de directrice (Δ) .

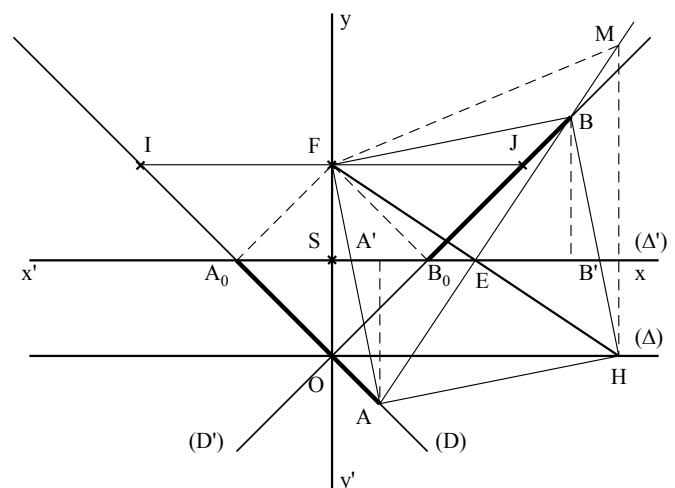


Figure 6

* Une démonstration par la géométrie analytique sera proposée dans le Prochain Corol'aire.

Des problèmes

89-1 de Louis Rivoallan (Rochefort) :

Soit un triangle OAB. Soit M le pied de la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$. Soit les points C et D respectivement sur [AO] et [BO] tels que AC = AM et BD = BM. Quelle position particulière occupe le point M pour le triangle OCD ?

89-2 de Serge Parpay (Niort) :

À l'aide de la suite 1, 2, 3, 4, ...

Un petit amusement.

L'exercice ci-dessous était proposé par le japonais Takeshi Kitano à l'exposition « Mathématiques, un dépaysement soudain », organisée par la Fondation Cartier à Paris.

- 1) Les nombres doivent être inscrits dans l'ordre : 1, 2, 3, 4, ..., et ainsi de suite.
- 2) Entre les nombres, on peut mettre n'importe quel opérateur mathématique, comme +, -, x, :, √, !, etc.
- 3) En utilisant les règles 1) et 2), trouver une formule mathématique donnant un nombre, par exemple 2011. Plus la formule est courte, meilleure elle est.



Voici une des réponses de Takeshi Kinato :

$$(1 + 2 + 3)^4 + (5 \times 6 \times 7 \times 8) - (9 \times 10 \times 11) + (12 + 13) = 2011.$$

Ma collègue Léa Broutille, pas très douée en mathématiques, m'a proposé pour 2012 la solution : $1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 4022 + 4023 = 2012$

Ce n'est pas la moins longue, c'est un peu simpliste, mais enfin ! Mais au fait est-ce juste ? Et surtout pouvez-vous faire mieux que Léa Broutille ?

89-3 de Jacques Chayé (Poitiers) :

Partager un parallélogramme, par une droite parallèle à une diagonale, en deux parties dont l'une soit le double de l'autre. (Bac.sciences – Dijon, 1873)

Des solutions

86-2 de Serge Parpay :

Montrer que la fonction $((a + b)^2 + 3a + b)/2$ fournit une correspondance 1-1 explicite entre les nombres naturels et les paires (a, b) de nombres naturels.

Solution de Frédéric de Ligt :

Soit k un entier naturel, on note $E_k = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 / a + b = k\}$ et $F_k = \{a \in \mathbb{N} / \frac{k(k+1)}{2} \leq a \leq \frac{k(k+1)}{2} + k\}$.

L'application $g_k : (a, b) \mapsto a$ est une bijection de E_k dans $\llbracket 0, k \rrbracket$.

De même l'application $f_k : a \mapsto \frac{k(k+1)}{2} + a$ est une bijection de $\llbracket 0, k \rrbracket$ dans F_k .

Par conséquent si on note f l'application de $\mathbb{N}^2$ dans $\mathbb{N}$ qui au couple (a,b) associe l'entier $\frac{1}{2}[(a+b)^2 + 3a + b]$ c'est-à-dire

$\frac{1}{2}(a+b)(a+b+1) + a$ alors la restriction de f à E_k qui vaut $f_k \circ g_k$ est une bijection de E_k dans F_k . Comme les ensembles

E_k forment clairement une partition de $\mathbb{N}^2$ alors que les ensembles F_k forment une partition de $\mathbb{N}$ (car

$\frac{k(k+1)}{2} + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$) alors f est une bijection de $\mathbb{N}^2$ dans $\mathbb{N}$.

Soit I, J, K et L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] du quadrilatère convexe ABCD. Soit M un point intérieur à ce quadrilatère. À quelle condition les aires des quadrilatères AIML, BJMI, CKMJ et DLMK sont-elles égales ?

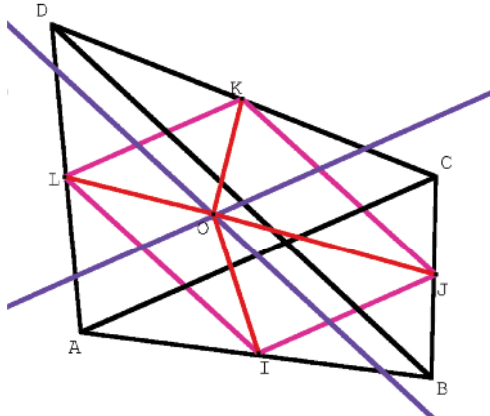
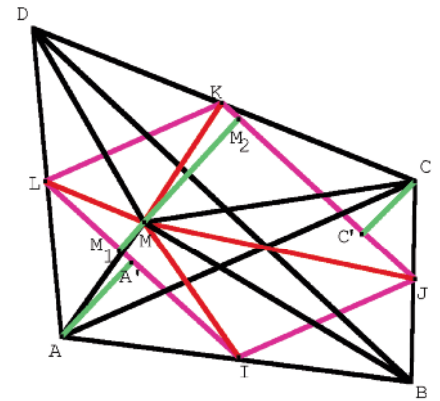
Solution de Jacques Chayé :

Projetons orthogonalement sur (IL), A en A' et M en M₁ ; de même, projetons sur (JK), C en C' et M en M₂. Remarquons que IL = JK, donc $a(\text{AIML}) = a(\text{CKMJ})$ si et seulement si $AA' + MM_1 = CC' + MM_2$.

Ceci équivaut à dire que M est à égale distance des droites parallèles à (BD) et passant respectivement par A et C.

De même, $a(\text{BJMI}) = a(\text{DLMK})$ si et seulement si M est équidistant des droites parallèles à (AC) et passant respectivement par B et D.

D'où la construction du point M :



- Par le milieu de [AC] on trace la parallèle (d) à (BD).
- Par le milieu de [BD] on trace la parallèle (d') à (AC).
- Le point d'intersection O de d et d' est l'unique position convenable pour le point M.

Solution de Gilles Auriault :

Les longueurs du triangle BIJ et celles du triangle ABC sont dans le rapport 1/2, leurs aires respectives sont donc dans le rapport 1/4. On a : Aire BIJ = 1/4 Aire ABC ; de même on aura : Aire KDL = 1/4 Aire ADC.

Si M est solution, alors Aire BJMI = 1/4 Aire ABCD = 1/4 (Aire ABC + Aire ADC).

Or, on a : Aire BJMI = Aire BIJ + Aire JMI = 1/4 Aire ABC + 1/4 Aire ADC.

D'où : Aire JMI = 1/4 Aire ADC ; on en déduit que Aire JMI = Aire KDL.

On constate que les triangles JMI et KDL ont même base IJ et LK : $IJ = LK = 1/2 AC$

Ces deux triangles de même aire auront donc la même hauteur. Si h est la hauteur du triangle ADC, la hauteur du triangle KDL sera h/2, par conséquent, ce sera aussi celle du triangle JMI. On en conclut que le point M se situera sur une droite (p) parallèle à (IJ) et située à une distance h/2 de la droite (IJ).

On démontre de la même manière que :

Aire AIML = Aire AIL + Aire IML = 1/4 Aire ABD + 1/4 Aire BCD, Aire AIL = 1/4 Aire ABD,

d'où Aire IML = 1/4 Aire BCD. Or 1/4 Aire BCD = Aire JCK donc : Aire IML = Aire JCK. Si h' est hauteur du triangle BCD, alors la hauteur du triangle JCK sera h'/2, celle du triangle IML sera donc aussi de h'/2. Le point M se déplacera sur une droite (p') parallèle à la droite (IL) et située à une distance h'/2 de cette même droite.

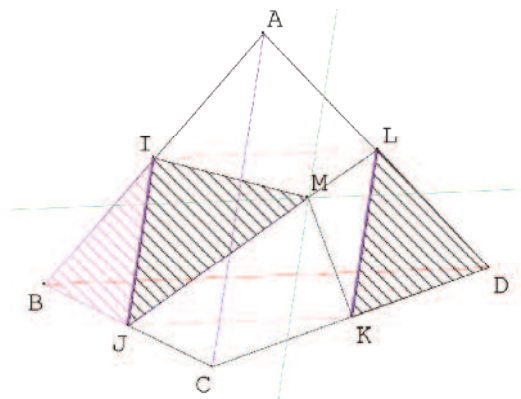
En conclusion le point M sera à l'intersection des droites (p) et (p')

Remarque 1 :

Si g et g' sont les hauteurs respectives des triangles ABC et ABD, on peut démontrer de la même manière que le point M se trouve à l'intersection des droites (n) et (n') parallèles respectivement à (LK) et à (JK) situées à une distance g/2 de la droite (LK) et à g'/2 de la droite (JK).

Remarque 2 :

Le parallélogramme IJKL a pour hauteurs $(h + g)/2$ et $(h' + g')/2$.



88-1 de Jean-Christophe Laugier :

Soit, dans l'espace, cinq demi-droites issues d'un même point. Montrer que l'angle de deux d'entre elles est au plus égal à un droit.

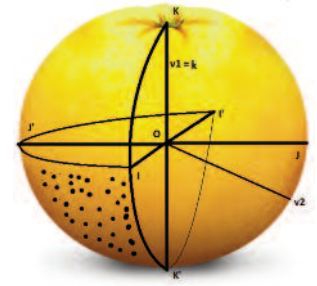
Solution de Jean Cordier :

Figure avec défauts évidents.

Les pointillés (à prolonger mentalement) désignent l'intérieur d'un quart de la sphère de rayon 1, défini par les conditions : $\{ -1 < x < 1, y < 0, z < 0 \}$

« La terre est bleue comme une orange »

(Paul Eluard).



On va montrer que la construction de cinq demi-droites telles que les angles soient supérieurs à 90° est vouée à l'échec. Ce qui revient à construire des vecteurs unitaires notés v_k , pour k variant de 1 à 5 ($\|v_k\|=1$) ou encore à construire des points M_k sur la sphère de centre O et de rayon 1.

On va construire v_1 et éliminer une demi-sphère, ensuite v_2 et éliminer un quart de sphère et il restera à utiliser ce qui reste. Ensuite, v_3 et v_4 peuvent ou non exister, mais s'ils existent, alors v_5 ne peut donner plus de 90° .

Le repère (O, i, j, k) est orthonormé et $(v|v') = xx' + yy' + zz'$ désigne le produit scalaire, de plus $(v|v') \geq 0$ donne un angle de 0° à 90° .

Construction de v_1 et v_2 présents sur la figure.

On peut choisir $v_1 = k$. La région « nord » définie par $z \geq 0$, donne $(v|k) \geq 0$. C'est donc au « sud » qu'on trouve v_2 et les suivants. Sans perdre en généralité on choisit v_2 dans le demi-plan d'équation ($x = 0$ et $y \geq 0$), plan qui « porte » la figure. On a donc : $v_2(0, y_2, z_2)$ avec $x_2 = 0, y_2 \geq 0, z_2 < 0$. Et $(v_1|v_2) < 0$.

Une région simple de la sphère où on ne peut pas construire v_3 :

En imaginant le plan P_2 orthogonal à v_2 , la sphère se sépare en deux régions (comme pour v_1) et l'une d'elle permet d'éliminer **au moins** le quart de sphère suivant :

$$E = \{ v \mid -1 < x < 1, y \geq 0, z < 0, \|v\| = 1 \}. \text{ (figure : au « sud » à droite).}$$

Dans E , on a $(v|v_2) = yy_2 + zz_2$ avec $yy_2 + zz_2 \geq 0$ car $y \geq 0, z < 0, y_2 \geq 0, z_2 < 0$. Alors v_3 ne peut être dans E et s'il existe, c'est nécessairement dans F défini par :

$$F = \{ v \mid -1 < x < 1, y < 0, z < 0, \|v\| = 1 \}. \text{ (F est au sud à gauche).}$$

Existence éventuelle de v_4 :

Il reste F qu'on partage en deux parties symétriques : $F_1(x \geq 0)$ et $F_2(x \leq 0)$. Supposons que v_3 et v_4 existent dans F_1 , alors $(v_4|v_3) \geq 0$ par un calcul facile, donc v_4 peut éventuellement exister dans F_2 . Même chose si on permute les rôles de F_1 et F_2 . Enfin, si v_3 et v_4 existent, il reste à construire v_5 qui sera nécessairement dans F_1 ou F_2 , ce qui n'est pas possible. Le but est atteint. Cela dit, il peut être intéressant de calculer les régions qui permettent la construction effective de quatre demi-droites.

Solution de Louis Rivoallan :

Soit A, B, C, D, E cinq points situés respectivement sur les demi-droites de l'espace d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 . Il faut montrer qu'au moins l'un des angles formés par ces cinq demi-droites mesure moins de 90° , autrement dit qu'au moins l'un des produits scalaires de deux vecteurs distincts pris parmi $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OE}$ est positif. Considérons tout d'abord le plan P , passant par O , admettant $\overrightarrow{OE}$ comme vecteur normal. Ce plan détermine deux demi-espaces dont l'un contient E . Si un des quatre points A, B, C ou D est situé dans le même demi-espace que E , alors le problème a trouvé une solution. Supposons donc que cela ne soit pas le cas. Considérons alors un plan P' , passant par O , contenant $[OA]$ et perpendiculaire à P et le plan P'' , passant par O et perpendiculaire aux deux précédents. Considérons alors un repère direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ adapté à la situation, c'est-à-dire tel que $E(0; 0; z_E)$ avec $z_E < 0$; $A(x_A; 0; z_A)$ avec $x_A \geq 0$; $B(x_B; y_B; z_B)$; $C(x_C; y_C; z_C)$ et $D(x_D; y_D; z_D)$ avec $z_A; z_B; z_C; z_D$ positifs. Si un des trois nombres $x_B; x_C; x_D$ est positif, alors un des trois produits scalaires $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ ou $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$ est positif et un des angles a une mesure inférieure ou égale à 90° . Supposons que cela ne soit pas le cas, autrement dit que $x_B; x_C; x_D$ soient tous trois strictement négatifs. Mais alors, parmi les trois nombres $y_B; y_C; y_D$ deux au moins ont le même signe, ce qui implique qu'au moins un des produits scalaires $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OB}$ est strictement positif. Donc au moins un des angles formés par les cinq demi-droites a une mesure strictement inférieure à 90° .