Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public

Régionale de
Poitou-Charentes

n°91
Décembre 2012

COROL'AIRE

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

Edito

Merci Nicolas

Voilà deux ans que Nicolas Minet assurait – assumait, avec toute la compétence dont il a fait preuve, la présidence de notre Régionale et donc l'écriture de cet édito. Il a souhaité lors de l'Assemblée Générale de notre Régionale, le 10 octobre dernier, mettre fin à son mandat en espérant qu'un nouveau président prendrait les rênes de la Régionale lors du Comité du 14 novembre. Mais, contrairement à d'autres « mouvements » (aucun membre ne briguait la présidence nationale !), les candidats ne se sont pas bousculés ou plutôt ont souhaité réfléchir avant de prendre une décision. Nul doute que vous retrouverez, dans le prochain Corol'aire, un édito signé de notre nouveau président.

Mais en attendant, rappelons que Nicolas a pris en charge, avant même de devenir président, l'organisation de la première Journée de la Régionale qui a eu lieu 13 octobre 2010 à Niort. Il a poursuivi cette tâche, aidé bien sûr par d'autres membres du Comité, pour les deux Journées qui ont suivi en 2011 à Saintes et en 2012 au CNAM-IFMI sur le site du Futuroscope. Nicolas s'est aussi beaucoup investi dans le groupe « Expositions » en partenariat avec l'IREM et l'Espace Mendès France de Poitiers pour les expositions « Comment tu comptes ? » et celle sur les courbes qui verra le jour en 2013.

Et je ne parle pas de toutes les autres tâches telles que les messages à transmettre à l'Inspection Pédagogique Régionale pour diffusion sur les boîtes professionnelles des professeurs de mathématiques.

Je ne voudrais pas que cette énumération dissuade les membres du Comité de devenir Président. Qu'ils sachent qu'ils seront épaulés, comme l'a été Nicolas, par l'ensemble du Comité. Pour preuve, le Corol'aire, les groupes « Rallye » et « Expositions » n'ont pas cessé leurs activités. De même, comme il l'a dit lors du dernier Comité, Nicolas aidera le nouveau président à assurer ses nouvelles fonctions.

Tout le Comité et tous les adhérents de la Régionale te disent, Nicolas, un grand merci.

Jean Fromentin

SOMMAIRE

APMEP : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication .... Nicolas MINET
Comité de rédaction … F. de LIGT, L-M BONNEVAL, N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie ………….. IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet, 86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur ………………. APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social …………. IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet, 86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal .... Décembre 2012

Vie de l'association

Comité de la Régionale Poitou-Charentes du 14 novembre 2012

Nicolas Minet accueille Anne-Valérie Marignan, Thierry Bacle et Sébastien Dhérissard, nouveaux membres au Comité. En raison de leur arrivée, il présente les tâches de chaque membre du bureau et les groupes de travail : Expositions (Espace Mendès France), Journée de la Régionale, Rallye, Corol'aire.
En l'absence de candidats pour renouveler le bureau, le vote est reporté.

Bilan de la Journée de la Régionale
On a dénombré une soixantaine de présents dont des étudiants de L3 et de M1 ; des brochures ont été vendues et quelques nouveaux adhérents ont rejoint l'APMEP de Poitou-Charentes.
Un compte rendu de cette Journée paraîtra dans le prochain Corol'aire avec, à l'appui, des photos prises par Jacqueline Guichard.

Bilan des Journées Nationales
Nous étions vingt-trois de la Régionale à être présents à Metz ; Nicolas Minet a ramené deux brochures de la Régionale de Lille : « Forma cube » et « les quatrains d'Al khwari-ch'ti ».
Nous avons assisté à une superbe conférence inaugurale de la part de Cédric Villani.
Nous espérons toujours sa venue à l'Espace Mendès-France début 2013, pour l'inauguration ou, à défaut, dans le temps où l'exposition sera visible (de janvier à juin).

Préparation du Comité National
Une réflexion sur l'éventualité de la mise en place d'un mécénat a débuté. Au prochain Comité national, Microsoft et le Crédit Mutuel Enseignant viendront présenter leur vision du mécénat. Un débat s'engage sur le type de mécénat « acceptable ». En particulier, le choix de Microsoft poserait davantage problème, plusieurs d'entre nous soulignant qu'il faut faire attention à l'image que le mécène renvoie aux adhérents.
À propos des propositions de l'APMEP, la terminologie de « cours en ligne » est discutée ; nous préférerions l'idée de « conférences en ligne ».

Quelques demandes extérieures
La régionale Orléans-Tours souhaite poursuivre des journées communes comme celle de l'année dernière à Descartes et nous propose une sorte de partenariat. À réfléchir. Elle nous demande également si nous acceptons d'intervenir pour leur Assemblée Générale de février 2013. Il semble qu'il y ait confusion et que la demande concerne la recherche menée par l'IREM.
L'Espace Mendès France demande s'il est possible qu'on leur prête des calculatrices mécaniques Curta. Ce sera fait.
Le Musée de Montmorillon demande une intervention en mars, juste avant la semaine des maths, dans le cadre de deux jours consacrés aux machines à calculer, dont la Pascaline ; nous pouvons aussi éventuellement leur prêter l'exposition « Comment tu comptes ? » si elle peut être ramenée rapidement car elle est déjà réservée pour la semaine des maths.

Rallye
Le dossier sur l'extension au CM2 tarde, le contact pris n'ayant pas donné de réponse. Nicolas Minet va relancer François La Fontaine, qui s'était proposé à ce sujet. Jean-Paul Renard relaie de son côté les informations aux professeurs de maths-sciences.
Nous avons des informations sur le dossier envoyé à Cap Maths ; le rallye Poitou Charentes, bien qu'organisé essentiellement par notre Régionale APMEP, est considéré par l'ADIREM au même titre que ceux des IREM.

Calendrier
Le prochain Comité est fixé au 13 mars 2013 : proposition de le faire à Montmorillon, car c'est le lendemain que se dérouleront les ateliers de l'association « écriture et calcul ».
Pourra-t-on élire le nouveau Bureau ce jour-là ?

Nathalie Chevalarias

Rallye Mathématique de Poitou-Charentes 19 mars 2013 - Les codes secrets

L'équipe « Rallye » s'est réunie le mercredi 12 décembre 2012. On ne pouvait pas mieux choisir la date : 12/12/12. Quelle sera la prochaine date ayant une écriture où jour, mois et année sont les mêmes nombres ? [Non : pas le 13/13/13 ! Dommage !]
L'équipe a continué à travailler sur le thème « Les codes secrets » et sur le choix des exercices pour chaque niveau. La mise sous enveloppe des dossiers comprenant la lettre au chef d'établissement, la lettre aux collègues, le bilan du Rallye 2012, la fiche d'inscription et l'épreuve d'entraînement a été faite le même jour. Tous ces documents sont arrivés dans les établissements avant les vacances de Noël.
N'oubliez pas de consulter le site de la Régionale où vous trouverez, en plus des épreuves d'entraînement, les solutions à ces épreuves et des aides à la préparation du Rallye en ce qui concerne les codes secrets.
En raison de la participation de 5 € par classe participante décidée par le Comité de la Régionale APMEP, nous avions proposé une préinscription au Rallye pour permettre aux établissements d'utiliser les crédits de l'exercice 2012. Cette préinscription a eu un franc succès : ce sont déjà 14 collèges avec 95 classes et 5 lycées avec 18 secondes qui se sont inscrits, soit un peu plus du tiers de la participation habituelle. La clôture des inscriptions est fixée au 18 janvier 2013.
Comme la date de l'épreuve officielle du Rallye (19/03/13) va arriver très vite, l'équipe poursuit son travail par échanges de méls avant une dernière réunion le 30 janvier pour finaliser les épreuves et pour que les établissements les reçoivent la semaine précédant celle du 19 mars 2013.
Soyez nombreux à inscrire vos classes au Rallye qui participera donc, cette année, à la **Semaine nationale des mathématiques**.

Chantal Gobin

Les partenaires de notre Régionale

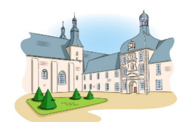
L'IREM

Le partenaire historique et indéfectible de notre Régionale est l'IREM de Poitiers, lieu de notre siège social et de nos réunions. Rappelons que les IREM sont nés sous l'impulsion de l'APMEP pour faciliter la mise en œuvre des mathématiques dites modernes dans les programmes dans les années 1970.
Certaines actions sont développées en partenariat avec d'autres Régionales voisines : citons les colloques co-organisés avec la Régionale APMEP d'Orléans-Tours à Descartes (en l'honneur du grand philosophe et mathématicien).

L'Espace Mendès France

Depuis les Journées Nationales de l'APMEP, au Futuroscope, en 1993, nous nous sommes rapprochés de l'espace scientifique Mendès France de Poitiers. Ce dernier nous consulte (au même titre que l'IREM) sur tout ce qui touche à la vulgarisation des mathématiques. Parmi nos actions les plus courantes, citons la recherche de conférenciers et l'organisation d'expositions qui sont parmi les plus visitées de l'Espace Mendès France. Depuis 2006, nous avons franchi un nouveau pallier dans l'organisation des expositions : l'IREM et notre Régionale se chargent de leur conception, et l'Espace Mendès France de leur réalisation. Après le succès des expositions « *Jeux, nombres et formes* » et « *Comment tu comptes ?* », nous peaufinons une exposition sur les courbes qui se déroulera de fin janvier à juin 2013. Comme pour certaines expositions (par exemple « *Comment tu comptes ?* »*)*, la partie « panneaux » sera itinérante dans l'académie. Nous vous invitons cependant à emmener vos élèves (du primaire au lycée) à l'Espace Mendès France car sur place de nombreuses manipulations avec du matériel seront possibles.
Cette nouvelle exposition terminée, nous travaillerons sur la suivante qui aura lieu trois ans plus tard et chaque membre de notre Régionale, intéressé par cette aventure, peut nous rejoindre.

Le collège Henri IV de Poitiers



Nous avons aussi signé une convention de partenariat avec le collège Henri IV de Poitiers. En effet celui-ci disposait d'un fond ancien très riche de livres (par exemple une première édition de la grande encyclopédie de D'Alembert et Diderot) laissé en déshérence. Les jeunes retraités et quelques actifs de notre Régionale ont effectué un énorme travail en inventoriant de manière exhaustive la partie scientifique de cette bibliothèque.
Chaque membre de notre Régionale peut maintenant consulter sur place ces ouvrages ainsi que le stipule la convention citée. Il est cependant préférable, pour des raisons de sécurité, de nous contacter : dom.gaud@wanadoo.fr

Le musée de la machine à écrire et à calculer de Montmorillon

Dernièrement nous avons commencé à tisser des liens avec le musée de la machine à écrire et à calculer situé au cœur de la Cité de l'Écrit et des Métiers du livre à Montmorillon, musée géré par des bénévoles passionnés. À l'heure actuelle nous mettons en place des actions que nous vous préciserons ; mais nous ne pouvons que vous inciter à vous rendre dans cette charmante commune très bien restaurée et à aller visiter ce beau petit musée. (http://machines-a-ecrire.fr/)

Dominique Gaud

La Régionale aux Journées Nationales à METZ

L'événement de ces Journées Nationales a été la conférence d'ouverture de Cedric Villani.

Journées parfaitement réussies avec une équipe d'organisateurs, l'équipe « Mirabelle », plus que dynamique. Le dernier BGV rend très bien compte, et en couleur, de la satisfaction de tous les congressistes.

Chaque année, un créneau est réservé aux Régionales. Une partie des 23 représentants de Poitou-Charentes s'est donc réunie sous la houlette de Nicolas pour faire le point sur les activités de notre Régionale. Mais une partie de la réunion a été aussi consacrée à choisir un restaurant pour se retrouver en soirée !

Journée de la Régionale - 10 Octobre 2012

Pour la 3$^{\text{ème}}$ édition de la Journée Régionale de l'APMEP, plus de soixante-dix personnes se sont réunies au CNAM-IFMI sur le site du Futuroscope le 10 octobre 2012. Le thème général de la journée était basé sur les liaisons école-collège-lycée-université. 27 professeurs de collèges, 17 de lycées, 6 de l'université et 10 étudiants en L3 ou M1 étaient présents.

Après un petit mot d'accueil de notre président Nicolas Minet, Jean-Paul Guichard ouvre cette Journée par une conférence intitulée « Mathématiques, vie des hommes et enseignement ». Domaine par domaine, de l'arithmétique aux probabilités, en passant par la géométrie, l'algèbre et l'analyse, il nous présente des exemples de problèmes et de grandes questions auxquels les mathématiques ont apporté et apportent toujours des réponses. Ce panorama complet est fondamental pour l'enseignant de mathématiques à la fois comme élément de culture mais surtout comme support pour organiser son enseignement.

Après cette conférence, les participants, adhérents ou non, se sont réunis par groupe pour discuter des programmes, des problèmes liés au changement de cycle et réfléchir aux moyens d'aider les élèves à « passer le cap ». L'après-midi a laissé place à des ateliers-débats divers. Une dizaine de retraités s'occupaient, de leur côté, de vendre des brochures ou de faire visiter l'exposition « Comment tu comptes ? » que les établissements peuvent actuellement emprunter (contacter Frédéric De LIGT). La Journée s'est terminée par l'Assemblée Générale de l'Association au terme de laquelle le nombre de personnes intéressées pour participer aux travaux du Comité régional a augmenté notablement.

Cyrille Kirch et Nathalie Chevalarias

Atelier « Démarche d'investigation en mathématique »

Cet atelier a été l'occasion de présenter la démarche d'investigation telle qu'elle figure dans les programmes du collège et de situer le contexte historique de cette émergence en particulier l'opposition entre deux points de vue sur les sciences : celui de J. Dewey, didacticien américain de la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle et G. Bachelard philosophe des sciences, du début du XX$^{\text{ème}}$.

Le premier considérait que « *La pensée doit être "mise à l'épreuve de l'action" et que la tâche de l'enseignant consiste à "réinsérer les sujets d'étude dans l'expérience"* » et le second qui considère que « *Pour un esprit scientifique, toute connaissance est réponse à une question.* » *(Bachelard* 1938, « *La formation de l'esprit scientifique* »*).* Michèle Artigue, lors de sa conférence (CII didactique - Juin 2012) *«* Démarches d'investigation Réflexions à partir de quelques projets européens » à Lyon, positionne cette demande institutionnelle dans le contexte international dont a émergé le rapport Rocard.

La démarche d'investigation est caractérisée par un canevas de sept moments : le choix d'une situation–problème ; l'appropriation du problème par les élèves ; formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles ; investigation ou résolution du problème conduite par les élèves ; échange argumenté autour des propositions élaborées ; acquisition et structuration des connaissances ; mobilisation des connaissances qui ne sont pas sans rappeler celles de la résolution de problème.

Cette omniprésence nous amène à nous interroger sur la mise en œuvre en science et sur la place des mathématiques dans une telle démarche. C'est au travers d'une situation de la main à la pâte « Sur les pas d'Erathosthène : Mesurer le tour de la terre » (http://www.fondation-lamap.org/fr/eratos/) que nous nous sommes exercés à cette analyse.

Les participants se sont partagés en trois groupes sur les trois dernières séquences : découvrir le midi solaire, mesurer l'angle entre les rayons solaires et la verticale, mesurer la taille de la Terre. Chacun avait à retrouver les différents moments du canevas. Les conclusions ont été assez sévères : nous avons pu constater un décalage entre les connaissances mathématiques nécessaires pour répondre aux questions et le niveau auquel il s'adressait. Ainsi en classe de CM1/CM2, les élèves emploient à plusieurs reprises les propriétés d'incidence entre deux droites parallèles et une sécante.

Des notions complexes sont passées sous silence comme des évidences : notion de verticalité et d'horizontalité qui en fait sont des conditions de tangence à un cercle, les non dits des textes : comment durant l'antiquité comparaient-ils des angles entre deux lieux éloignés ? Comment mesuraient ils des distances de façon rigoureuse ?

Ces questions sont malheureusement restées sans réponse faute de temps mais peut-être auront-elles éveillé les curiosités pour ouvrir de nouvelles voies à explorer durant les cours de mathématiques ou des sujets de conversation avec nos collègues des sciences expérimentales.

Bertrand Lebot

Quelques autres ateliers

La réforme du lycée : quelles conséquences pour l'enseignement des mathématiques dans la 1ère année du supérieur ?

Les débats et les échanges nombreux ont eu lieu à partir d'une rapide présentation des actuels programmes de terminale des séries générales et des interventions de nos collègues de différentes filières du supérieur : Marylène DUDOGNON (pour les classes préparatoires économiques), Philippe ROGEON (pour la licence de sciences économiques), Jean SOUVILLE et Julien MICHEL (pour la licence de mathématiques) et Frédéric SYMESAK (pour l'IUT de Poitiers). Un grand merci à eux pour leur participation.

Des questions scientifiques pour structurer le programme de 1ère S

Une quinzaine de personnes face à deux collègues de lycée expérimentant une nouvelle manière de travailler en 1ère S.
Les participants ont pu entrevoir le travail des élèves et la gestion du professeur sur un thème tel que « Comment se réfléchit un rayon lumineux sur une surface ? ».
Des discussions intéressantes entre professeurs actifs, curieux d'essayer de redynamiser leur enseignement, et des étudiants de M1 impatients de se retrouver à leur côté.

Atelier « Logique »

Une dizaine de participants, du professeur stagiaire au professeur retraité, également répartis entre enseignants en post baccalauréat et enseignants en lycée, ont échangé sur l'enseignement de la logique.
Le débat fut riche et animé. Entre les « anciens » imprégnés du *Bourbakisme* et les « nouveaux » qui n'ont pas entendu parler de logique avant leurs études supérieures : **que de différences !**
Différences qui devraient amener chacun de nous à construire cet enseignement de la logique de manière plus consensuelle de la seconde au cycle supérieur. Une réflexion commune « lycée-supérieur » serait peut-être la bienvenue à ce propos.

Quelques membres de l'équipe du Rallye se réunissent en secret pour élaborer une partie de l'épreuve traitant... des codes secrets !

Assemblée Générale

En clôture de cette journée, Nicolas Minet, notre président, ouvre l'Assemblée Générale de notre Régionale avec, bien sûr, le rapport d'activités. Il n'est pas question, ici, de reproduire ce rapport. Citons cependant les thèmes qui ont été développés et qui témoignent de la vitalité de notre Régionale.

Nicolas rappelle la composition du Bureau de l'année 2012 et signale que notre assemblée va élire un nouveau Comité. Nos deux représentants au Comité national : Frédéric De Ligt et Pierre-Jean Robin, en feront bien sûr partie.

Mais non, Nicolas, pas de souci : ce diaporama est très bien !

Sont alors abordés :
- le **Rallye**, avec pour thème cette année : les « Codes secrets »,
- les **expositions** réalisées en partenariat avec l'IREM et l'Espace Mendès France. Une nouvelle exposition sur les courbes sera présentée à l'Espace Mendès France lors du premier semestre 2013 (inauguration prévue le 30 janvier),
- la troisième édition de la **Journée de la Régionale** axée sur les liaisons inter-cycles.

Le **site Internet** http://apmep.poitiers.free.fr/ et notre journal **Corol'aire** sont les vecteurs essentiels de l'information régionale.
Comme chaque année, une présentation de l'APMEP a été faite aux stagiaires de mathématiques lors de leur dernière journée de formation.
L'assemblée vote à l'unanimité le rapport d'activité ainsi que le rapport financier présenté par notre trésorier Jacques Chayé. De jeunes collègues se proposent de faire partie du nouveau Comité. La relève est assurée !

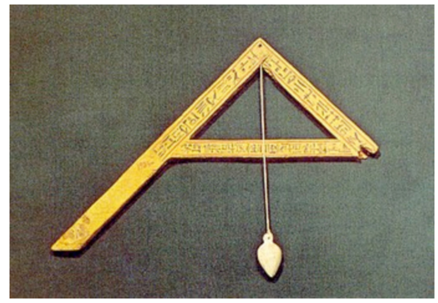
Histoire de longueur

Jean-Paul Guichard & Jean-Paul Mercier

« Le constructeur a pris pour mesure ce qui lui était le plus facile, le plus constant, l'outil qu'il pouvait perdre le moins ; son pas, son pied, son coude, son doigt… » (Le Corbusier, 1922)

Deuxième épisode
Longueurs en Égypte ancienne

Quelles unités de longueur et quels outils utilisaient ces bâtisseurs de pyramides ?
Nous connaissons tous la corde à 13 nœuds des arpenteurs égyptiens dénommés harpédonaptes (tendeurs de cordes), et leur équerre à fil à plomb.

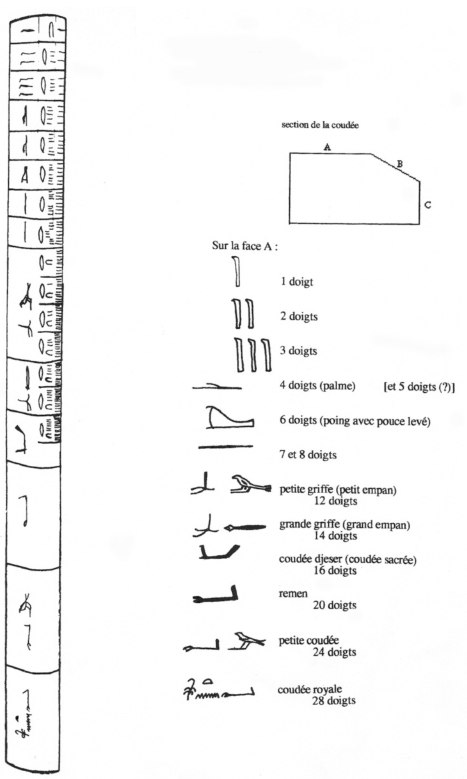


Coudée de Maya

Mais il y a aussi la coudée qui se présentait sous forme d'une règle. Les trois que l'on a retrouvées dans des tombeaux ont une section pentagonale (rectangulaire avec un angle biseauté) : la coudée de Maya en bois (musée du Louvre), celle de Khâ en or (musée de Turin), celle de Houy en schiste (musée du Caire). Ce sont des coudées royales, ou grandes coudées, d'une longueur d'environ 52,4 cm.

Représentation à plat des faces gravées de la coudée de Khâ, dite de Turin

En étudiant la graduation d'une de ces coudées royales, celle de Houy, nous voyons à la fois la technique de graduation, qui part du doigt, et les diverses unités de longueurs inférieures à la coudée.



De haut en bas sur la face B.
- 16 doigts dont la longueur forme la coudée sacrée.
- Suivent 3 espaces de 4 doigts (soit 3 paumes ou palmes : la paume vaut « naturellement » 4 doigts).
- Donc la coudée royale contient 28 doigts ou 7 paumes (1 doigt ≈ 1,87 cm, 1 paume ≈ 7,48 cm).
- Chacun des 15 premiers doigts est partagé en parties égales : 2 pour le premier, 3 pour le suivant, jusqu'à 16 pour le quinzième. Les fractions de doigt sont inscrites au dessus des graduations : 1/2, 1/3, 1/4, jusqu'à 1/16. La plus petite graduation de la coudée est donc très proche de notre millimètre.

De haut en bas sur la face A.
On trouve, au fur et à mesure les noms des différentes unités que l'on peut lire sur la description ci-contre : doigt, paume (ou palme), petite griffe (ou empan), grande griffe (ou empan), coudée sacrée (djeser), coudée remen, petite coudée, coudée royale.
En doigts : 1, 4, 12, 14, 16, 20, 24, 28.

On remarquera la place du nombre 7 au cœur de la fabrication de la coudée, et le fait que tous les nombres de 2 à 8 se retrouvent comme diviseurs des différentes unités.
Les subdivisions de la coudée royale permettent alors aux scribes de fabriquer de façon simple des tables de conversions de quantièmes (fractions de numérateur 1) à partir du doigt qui vaut 1/28 de coudée.

Exemple :

paumes	doigts	doigts	coudées
1	4		1/ 7
2	8	7 + 1	2/ 7 = 1/4 + 1/28
3	12	7 + 4 +1	3/ 7 = 1/4 + 1/7 + 1/28
4	16	14 + 2	4/ 7 = 1/2 + 1/14
5	20	14 + 4 +2	5/ 7 = 1/2 + 1/7 + 1/14
6	24	14 + 7 + 2 +1	6/ 7 = 1/2 + 1/4 + 1/14 + 1/28
7	28		7/ 7 = 1

D'après le tableau :
1 = 1/2 + 1/4 + 1/7 +1/14 + 1/28
(1 coudée = 6 paumes + 1 paume).
Mais :
1 = 1/2 + 1/4 + 1/4
Donc :
1/4 = 1/7 +1/14 + 1/28

Cette conversion est par exemple utilisée dans le problème 33 du papyrus Rhind.

La subdivision de la coudée royale que nous venons de voir fournit aussi les côtés d'un triangle rectangle : petite griffe (12 doigts), coudée sacrée (16 doigts), coudée remen (20 doigts). On a ainsi un agrandissement du triangle 3-4-5, donc l'angle droit, et la pente des pyramides telles que Khéphren. Le remen correspond à la demi-diagonale d'un carré d'une coudée de côté, ce qui revient à prendre 10/7 pour valeur approchée de $\sqrt{2}$, valeur approchée que l'on trouve dans le traité d'architecture de Philibert De l'Orme (1648) ; ce que l'on peut aussi rapprocher de l'une des approximations rationnelles de $\sqrt{2}$ donnée par Théon de Smyrne : 7/5.

La coudée royale (distance entre le bout du majeur et la pointe du coude) était l'unité de base pour la mesure et le calcul des longueurs. Par exemple les talatates utilisés dans la construction des palais étaient des blocs de pierre dont la longueur était d'une coudée et la largeur et la hauteur d'une demi-coudée.

La petite coudée (24 doigts ≈ 45 cm) est la coudée classique, héritage des Mésopotamiens.

La coudée sacrée (16 doigts ≈ 30 cm) est aussi le pied.

Autre dénominations : le pouce (2 doigts), la main (5 doigts), le poing (6 doigts ≈ 11,2 cm), et le poing 1/3 de pied (≈ 10 cm).

Voyons maintenant les multiples de la coudée qui étaient des unités d'arpentage et itinéraires :
- Le bâton de corde ou corde ou arpent (khet ou hayt) : 100 coudées royales (≈ 52,35 m). C'était la longueur de la corde d'arpentage.
- la rivière (iterou) : 200 cordes ou 20 000 coudées royales (≈ 10, 470 km).

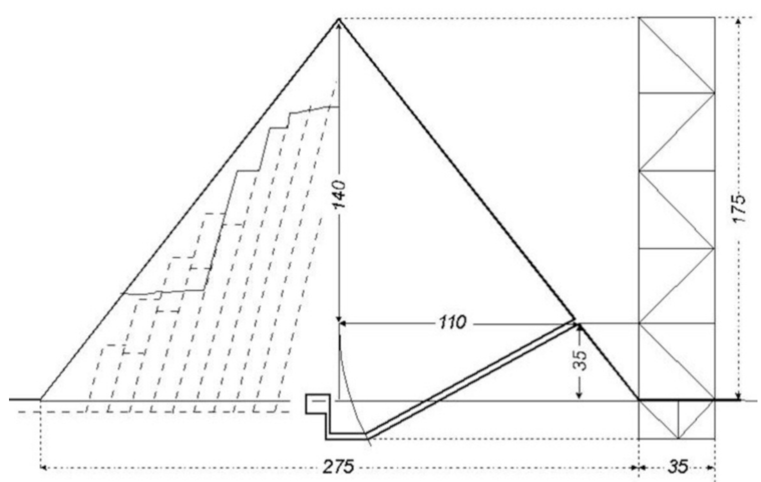
Au Moyen Empire les Égyptiens estimèrent la longueur de leur pays (d'Éléphantine à Béhédet) à 106 iterou (≈ 1110 km).

Autres unités de longueur :
- dans l'artisanat était utilisée la perche qui valait une coudée un quart (35 doigts ≈ 65 cm)
- la canne valait 7/3 de pied (≈ 70 cm)
- la coudée nubienne ou nibou valait 4 pieds (≈ 1,2 m)
- la brasse valait 6 pieds (≈ 1,8 m)
- le stade qui valait 500 pieds (≈151,2 m) est d'origine grecque et fut introduit tardivement sous les Ptolémée.

On voit ainsi deux systèmes de mesure des longueurs : l'un basé sur la coudée royale, et l'autre sur la coudée sacrée ou pied.

Les dimensions des pyramides (en coudées royales)

Pyramide	Côté	Hauteur
Khéops	440	280
Khéphren	410	275
Mykérinos	202	126
Meïdoum	275	175
Dahchour	360	200
Djéser (mastaba initiale)	120	16



Ci-contre :
Dimensions de la pyramide de Meïdoum en coudées royales par l'égyptologue John Legon

COROL'AIRE est envoyé par courrier électronique aux adhérents et abonnés.

Ceux qui veulent recevoir une version papier (sans la couleur !) peuvent envoyer un chèque de 8 € (abonnement pour un an) à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes, à

Jacques CHAYÉ
5 rue Émile Faguet
86000 POITIERS

Vie de l'IREM

L'IREM change de directeur.

Au printemps dernier Julien MICHEL a été élu directeur de l'IREM, mais nous avons ménagé une longue période de transition et il ne prendra complètement ses fonctions que le 1$^{\text{er}}$ janvier 2013, jour de mon départ à la retraite...
Julien est professeur à l'université de Poitiers depuis septembre 2010. Il est spécialiste de modélisation en Probabilités, Statistiques et Équations aux Dérivées Partielles et a longtemps enseigné à l'E.N.S. de Lyon dont il est d'ailleurs ancien élève. Il encadre depuis deux ans des équipes "MATh.en.JEANS" et a fait une conférence très appréciée le 31 mars dernier lors du congrès "MATh.en.JEANS" de Poitiers.

Les recherches en cours

Les activités de l'IREM se poursuivent, toujours en lien avec l'IFÉ (ex INRP) dans un groupe CDAMPERES devenu PERMES, sur un enseignement basé sur de grandes questions que se posent les hommes...
Le groupe collège ayant fini de couvrir le programme de 6$^{\text{ème}}$, travaille en vue de nouvelles brochures pour les autres classes (5$^{\text{ème}}$, 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$). Le thème des grandeurs semble toujours bien adapté.
Une brochure sur les angles en 5$^{\text{ème}}$, 4$^{\text{ème}}$ et 3$^{\text{ème}}$ est prévue pour le printemps.
Le groupe lycée travaille de même au niveau des classes de Première et Terminale, notamment dans la série S. Un article « Évolution de la population mondiale, un parcours d'étude en Première S » a été publié en novembre sur le site de l'IREM : http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/
Cette réflexion s'appuie d'une part sur une expérimentation dans nos classes et donc sur des confrontations d'expérience, mais aussi, en amont, sur une recherche à partir de l'histoire d'une part, et des utilisations des mathématiques d'autre part, sur les questions auxquelles les concepts mathématiques sont attachés.

Nos journées « **Histoire des Mathématiques** » y contribuent :
- le 5 octobre dernier, sur la notion de « définition mathématique ».
- le 16 mars dernier sur des constructions de figures d'aires égales, mais aussi sur les calendriers en Mésopotamie, ou pour le groupe lycée l'histoire de l'enseignement des probas.

L'Atelier de Culture Scientifique y contribue également avec l'intervention de personnes extérieures :
- le 10 février sur la topographie (avec un géomètre de l'IGN).
- le 11 mai sur l'astronomie (avec Eric Chapelle de Mendes-France)

Dominique GAUD, que nous remercions pour avoir longtemps animé cet atelier et lui avoir insufflé son dynamisme, a passé la main à Bertrand LEBOT, lequel prévoit actuellement :
- le 8 février : la topographie et le travail du sol (remblais) avec des représentants de COSEA, entreprise de travaux publics chargée de la LGV.
- le 31 mai : maths pour la mécanique des fluides et l'acoustique, avec Laurent Brizzi, professeur à l'ENSIP (école d'ingénieur de Poitiers)

Rappelons que cet atelier est largement ouvert à toute personne intéressée.

La diffusion de nos travaux

Nos propositions commencent à être bien connues par :
- les stages du PAF, des ateliers aux Journées nationales de l'APMEP (ateliers bien remplis),
des interventions ponctuelles à venir, sur Nantes, Montluçon, Clermont-Ferrand, Morlaix…
- des articles dans le Bulletin Vert et dans Repères IREM,
la vente des brochures (près de 1400 brochures vendues cette année),
- la consultation des activités mises sur notre Intranet (250 collègues inscrits), et ceci même au niveau international (Espagne, Québec, Mexique, Costa-Rica).
- la reprise de nos travaux cités par Michèle ARTIGUE, comme exemples de bonnes démarches d'investigation. Celle-ci a d'ailleurs accepté de nous rencontrer pour en discuter.

Enfin, l'IREM est associé à l'APMEP et à l'espace Mendès-France pour la conception de la nouvelle exposition sur les courbes.

L'IREM est ainsi fier de poursuivre sa mission et souhaite à chacun de vous de garder sa vitalité lors de cette nouvelle année pour un enseignement de qualité.

Un nouvel article en ligne sur le site de l'IREM

Evolution de la population mondiale, un parcours d'étude en 1S.

Ce parcours permet, à partir de l'étude de la population mondiale depuis deux siècles, et des modélisations proposées par Malthus et Verhulst, de traiter la quasi-totalité du programme sur les suites en 1$^{\text{ère}}$ S en réponse à une des grandes questions de l'humanité : comment prévoir l'évolution de la population ?

Jean Souville

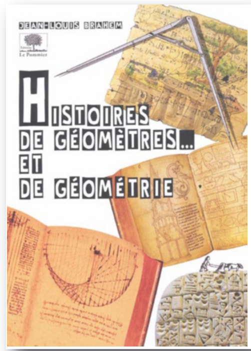
Mathématiques : de dates en dates

L'an dernier l'épreuve du rallye était le 21 02 2012, un beau palindrome admettant, de plus, un centre de symétrie en choisissant des caractères digitaux.

Dans l'article sur le Rallye, page 2, Chantal Gobin nous fait remarquer que la dernière réunion de l'équipe du rallye a eu lieu le 12/12/12 ; et bien sûr, trop occupés, nous avons laissé passer 12 h 12 !

Les média ont bien sûr parlé du 10/11/12 et particulièrement, ce jour-là, à 13 h 14. Mais ils n'ont pas signalé, contrairement à Arnaud Gazagnes pour le groupe JEUX de l'APMEP, que $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = 365$. Dommage que 2012 soit une année bissextile !

Les 25 ans de Tangente

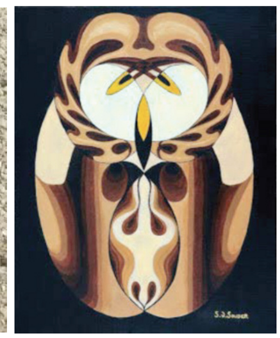


Pour fêter un tel anniversaire, Gilles Cohen, directeur de la publication, et toute son équipe avaient concocté un programme très original de trois jours dans le cadre prestigieux de la mairie du 5$^{\text{ème}}$ à Paris, en face du Panthéon, les 23, 24 et 25 novembre derniers.

La première journée était dédiée aux **livres** : ateliers d'écriture, de cryptographie…, conférences (analyses de textes scientifique, bandes dessinées…). Le **prix Tangente**, prix littéraire autour des mathématiques, a été décerné à Jean-Louis Brahem pour son livre « Histoire de géomètres… et de géométrie » dont le n° 40 de PLOT s'est fait l'écho dans sa rubrique Coup de cœur. Signalons aussi que le livre « Magic Mathieu multiplie les mystères » de Dominique et Pascalyves Souder que nous avons présenté dans Corol'aire était nominé.

La deuxième journée était dédiée aux **arts et mathématiques** : ateliers de composition photographique, d'art fractal, de dessin, d'art sur calculatrice Casio, Kangourou, de magie, de jeux de découpage…, conférence sur l'art vectoriel et spectacle d'Anne-Isabelle et Daniel Justens.

Un autre prix, l'**Osc'art Tangente**, récompense une œuvre créée spécialement pour répondre à un thème fixé chaque année. Sur le thème de cette année « Énigme mathématique », deux prix ont été exceptionnellement décernés : le premier à Denise Demaret-Pranville pour « Les salades de Fibonacci* » et le deuxième à Sandrine Vivier-Souder pour « Qui suis-je ? 24 3 10 16 26 15 15 26 » (photos ci-contre). Eh oui, Dominique ne m'en voudra pas d'en déduire que magie et art font bon ménage entre beau-père et belle-fille !



La troisième journée était dédiée aux **jeux mathématiques** : ateliers de jeux logiques, de magie, du Kangourou, de Hex, de Mathador…, conférence d'Élisabeth Busser sur « *Les Jeux du* Monde », hommages à Bernard Novelli et à Martin Gardner. En clôture de la journée et de cet anniversaire, les invités ont pu apprécier le spectacle des clowns mathématiciens « L'Île logique » qui s'étaient produits en mai dernier dans le cadre du Salon de la culture et des jeux mathématiques.

Longue vie au magazine **Tangente**, « *vecteur incontournable de la popularisation des mathématiques, passerelle naturelle entre l'univers scientifique et le monde qui nous entoure, outil privilégié des citoyens désireux d'ajouter une dimension intelligente dans le regard qu'ils portent sur leur quotidien* ».

Jean Fromentin

* Comment le jardinier a-t-il planté ses salades vertes et rouges ?

Perles d'élèves

Les copies d'élèves n'ont pas l'exclusivité des perles. Les échanges en classe peuvent eux aussi être savoureux. Nicolas Minet nous en fait profiter avec les quatre suivantes.

Expert géomètre
Le professeur : « Les nombres $(x + 3)^2 + 9$ sont supérieurs à 9 car $(x + 3)^2$ est un carré, donc positif »
Un élève : « Vous dites que c'est un carré, mais comment on peut savoir si c'est un carré ou un rectangle ? »

La consigne c'est la consigne !
Le professeur : « Vous écrivez en titre de votre cahier "FicheS de calcul, au pluriel" »
Une élève écrit en toutes lettres sur son cahier : « Fiches de calcul au pluriel » !

Variations saisonnières
Exercice : décrire avec une courbe les variations de la température sur une journée donnée.
Réponse d'un élève : « La température baisse jusqu'à 9 h, puis augmente au fil de la journée jusqu'à 16 h ; alors la nuit tombe et la fraîcheur aussi. Les aléas de l'automne... »

« J'ai pris maths comme seconde langue étrangère »
« Le nombre minimal est $\infty < 0$ »

RU-BRI-COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous. *Frédéric de Ligt*

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt@gmail.com

Des problèmes

91-1 *de Jean-Mathieu Bernat (La Rochelle)* :
Soit un triangle (ABC) et un point M du côté [BC]. Partager ce triangle en deux parties d'aires égales par une sécante passant par le point M.

91-2 *de Louis Rivoallan (Rochefort) sur une proposition de Marc Blanchard* :
Dans un triangle ABC on trace trois céviennes concourantes. Par la droite issue de A, on trace sa symétrique par rapport à A', le milieu de [BC], et on procède de façon analogue pour chacune des deux autres droites par rapport aux milieux correspondants. Il faut montrer que les trois droites obtenues sont elles aussi concourantes.

91-3 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Le casse-tête électronique (Calculatrice)

Dans un magasin vendant des jeux de réflexion, des casse-tête et des puzzles je suis tombé sur une calculette toute simple mais un peu étrange. Elle ne présentait qu'une seule touche d'opération, marquée de l'énigmatique symbole Δ. Toutes les autres touches m'étaient familières.

Au dos du produit on pouvait lire :
Il s'agit pour vous de trouver un moyen d'additionner, de soustraire, de multiplier ou de diviser deux nombres non nuls à l'aide de la seule touche d'opération disponible : Δ.
Intrigué, j'ai acheté la calculette et, rentré chez moi, j'ai effectué les quelques essais ci-dessous :
0 Δ 1= ERROR ; 1 Δ 0 = ERROR ; 1 Δ 1 = 0 ; 1 Δ -1 = 2 ; 1 Δ 2 = 0.5 ;
2 Δ 1 = -0.5 ; 1 Δ 0.5 = -1 ; 0.5 Δ 1 =1.
Si a et b désignent des nombres réels non nuls, comment, d'une façon générale, obtenir alors les résultats $a + b$, $a - b$, et $a \div b$?
Quels sont les cas particuliers où la calculette renvoie le message ERROR alors que ni a ni b ne sont nuls? Comment traiter ces cas ?

Des solutions

88-2 *de Serge Parpay* :

« J'ai les jetons » (épreuve de seconde du Rallye Mathématique Poitou-Charentes 2012) :

On a un cercle de périmètre 4 sur lequel on a placé 4 points A, B, C, D espacés de 1, et quatre jetons numérotés 0, 1, 2 et 3. On part de A en y mettant le jeton 0, on tourne de 1 et on place le jeton 1, on tourne de 2 et on place le jeton 2, enfin on tourne de 3 et on place le jeton 3. On constate que les quatre jetons occupent les quatre places…

Solution de Louis Rivoallan :

Les jetons seront numérotés de 0 à N - 1, et les emplacements seront également numérotés de 0 à N - 1. La règle de placement des pions est donc la suivante : le jeton 0 est placé sur le numéro 0, puis le jeton 1 sur l'emplacement 0 + 1 = 1, le jeton 2 sur l'emplacement 1 + 2 = 3 et ainsi de suite, ce qui peut s'énoncer ainsi : le jeton numéro a est placé sur l'emplacement $f(a)=\dfrac{a(a+1)}{2}\mathrm{mod}(N)$. Cette application f est une application d'un ensemble de N éléments dans un ensemble de N éléments ; elle est bijective si et seulement si elle est injective.

$$f(a)=f(b)\ ssi\ \frac{a(a+1)}{2}-\frac{b(b+1)}{2}=0 \bmod (N) \Leftrightarrow \frac{(a-b)(a+b+1)}{2}=0 \bmod (N)$$

Premier cas : $N = 2^k$. La relation précédente est alors équivalente à $(a-b)(a+b+1) = 0 \bmod (2^{k+1})$.
Or a - b et a + b + 1 n'ont pas la même parité et de plus $0 \leq a < 2^k$ et $0 \leq b < 2^k$. Cela implique que $a + b + 1 < 2^{k+1}$ et par suite $a - b$ est un multiple de 2^{k+1}. Compte tenu des inégalités précédentes, le seul cas possible est $a - b = 0$ autrement dit $a = b$. Dans ce cas l'application f est injective, et par suite elle est donc bijective.

Deuxième cas : $N = 2^k \times N'$ où N' est un entier impair strictement supérieur à 2.
Combien de nombres de type $f(a)$ sont-ils congrus à 0 modulo N' ?

Pour tout n allant de 0 à $2^k - 1$, les nombres $\dfrac{nN' \times (nN'+1)}{2}$ répondent à la question et il en est de même pour tout n allant de 1 à 2^k pour les nombres $\dfrac{(nN'-1) \times nN'}{2}$. Il y en a donc 2×2^k. Parmi eux, il y en a au moins 2 qui ont le même reste dans la division euclidienne par 2^k. Soient $f(a)$ et $f(b)$ deux de ces nombres.

On a donc $f(a) \equiv f(b) \bmod (N')$ et $f(a) \equiv f(b) \bmod (2^k)$.

Puisque N' et 2^k sont premiers entre eux, on a alors $f(a) \equiv f(b) \bmod (2^k \times N')$.

Autrement dit, les jetons distincts numérotés a et b sont sur le même emplacement. Dans ce cas, l'application f n'est pas injective, ni bien sûr bijective.

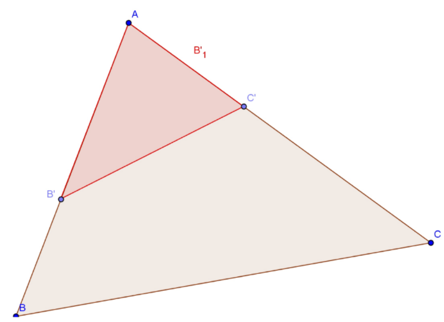
88-3 *de Jacques Chayé* :

Soit ABC un triangle, soient I, J et K les milieux de [BC], [CA] et [AB] respectivement. M est un point de [BC], N est un point de [CA] et P est un point de [AB]. Soient enfin M' le symétrique de M par rapport à I, N' le symétrique de N par rapport à J et P' le symétrique de P par rapport à K.
Démontrer que les triangles MNP et M'N'P' ont la même aire.

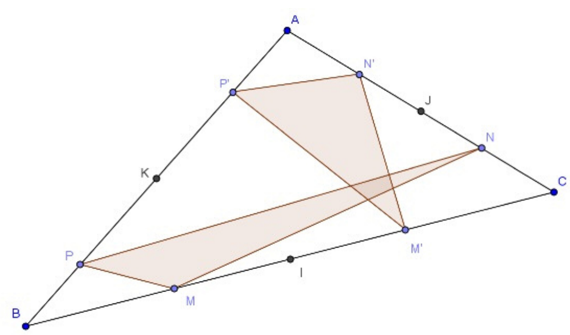
Solution de Louis Rivoallan :

Dans la configuration ci-contre, $\text{aire(AB'C')} = \text{aire(ABC)} \times \dfrac{\text{AB'}}{\text{AB}} \times \dfrac{\text{AC'}}{\text{AC}}$.

La démonstration s'effectue en deux temps. D'abord on compare aire(AB'C') avec aire(AB'C) et on obtient la relation $\text{aire (AB'C')} = \text{aire (AB'C)} \times \dfrac{\text{AC'}}{\text{AC}}$, puis de façon analogue on compare aire(AB'C) avec aire(ABC). On aboutit ainsi à la relation énoncée plus haut.



Considérons la figure de l'énoncé. Notons :
$x = \dfrac{\text{AP}}{\text{AB}},\ y = \dfrac{\text{BM}}{\text{BC}},\ z = \dfrac{\text{CN}}{\text{CA}}$ et a = aire (ABC).
En appliquant le lemme précédent, on obtient :
aire(APN) = $x(1 - z)a$;
aire(BMP) = $y(1 - x)a$;
aire(CNM) = $z(1 - y)a$;
aire(AP'N') = $z(1 - x)a$;
aire(BM'P') = $x(1 - y)a$;
aire(CN'M') = $y(1 - z)a$.



Par suite :
aire(MNP) = $a(1-(x(1-z)+y(1-x)+z(1-y))) = a(1-x-y-z+xz+yx+zy)$,
aire(M'N'P') = $a(1-(z(1-x)+x(1-y)+y(1-z))) = a(1-x-y-z+xz+yx+zy)$.
Autrement dit, aire (MNP) = aire (M'N'P').

Solution de l'auteur :

Posons : S = aire(ANP) + aire (BPM) + aire(CMN), S' = aire(AN'P') + aire(BP'M') + aire(CM'N'),
BM = CM' = m, CN = AN' = n et AP = BP' = p.
Avec les notations habituelles dans les triangles, on a :
2S = AN×AP×sinα + BP×BM×sinβ + CM×CN×sinγ
 = (AC – CN)×AP×sinα + (BA – AP)×BM×sinβ + (CB – BM)×CN×sinγ
 = (b – n)p×sinα + (c – p)m×sinβ + (a – m)n×sinγ.
De même :
2S' = (c – p)n×sinα + (a – m)p×sinβ + (b – n)m×sinγ.
Par suite :
2S – 2S' = bp×sinα + cm×sinβ + an×sinγ – cn×sinα – ap×sinβ – bm×sinγ.

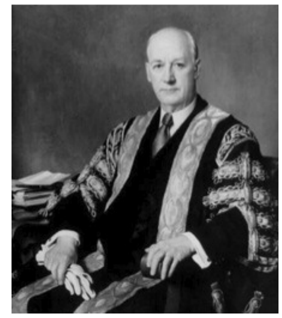
Mais :
bp×sinα = ap×sinβ car aire(CAP) = aire(CBP'),
cm×sinβ = bm×sinγ car aire(ABM) = aire(ACM'),
an×sinγ = cn×sinα car aire(BCN) = aire(BAN').
S = S' et par conséquent les deux triangles MNP et M'N'P' ont la même aire.

90-1 *de Frédéric de Ligt* :

Si x et y sont deux nombres irrationnels positifs liés par la relation $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$ alors les deux ensembles

$E_x = \left\{\left[nx\right], n \in \mathbb{N}^*\right\}$ et $E_y = \left\{\left[ny\right], n \in \mathbb{N}^*\right\}$ forment une partition de $\mathbb{N}^*$ ($\left[\ \right]$ désigne la partie entière d'un nombre).

Un commentaire de Serge Parpay :


Samuel Beatty

L'exercice proposé par Frédéric De Ligt correspond aux **Suites de Beatty**.
Samuel Beatty (1881-1970) a présenté cette question en 1926. Une démonstration en a été donnée dans le PLOT n° 8 de mars 1979 (P. Chevrier et S. Parpay), puis reprise dans le Bulletin Vert n° 80 de juin 1980. Cette démonstration, assez longue, était accompagnée de commentaires et d'exemples (en particulier avec π et le nombre d'or). Tout en le regrettant, il n'est pas question de la reprendre ici. On peut trouver une démonstration plus rapide, mais plus savante, en consultant wikipedia.

Solution de Frédéric de Ligt :

Il existe une démonstration assez rapide et peu technique de cette étonnante propriété. Si N désigne un entier naturel non nul, le nombre de multiples non nuls de x inférieurs à N vaut $\left[\frac{N}{x}\right]$ et le nombre de multiples non nuls de y inférieurs à N vaut $\left[\frac{N}{y}\right]$.

Les nombres x et y étant irrationnels, leurs multiples non nuls ne sont pas des entiers et on a les inégalités strictes : $\frac{N}{x}-1<\left[\frac{N}{x}\right]<\frac{N}{x}$ et $\frac{N}{y}-1<\left[y\right]<\frac{N}{y}$.

On ajoute membre à membre ces deux inégalités : $\frac{N}{x}-1+\frac{N}{y}-1<\left[\frac{N}{x}\right]+\left[\frac{N}{y}\right]<\frac{N}{x}+\frac{N}{y}$

ou encore $N\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)-2<\left[\frac{N}{x}\right]+\left[\frac{N}{y}\right]<N\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ et finalement $N-2<\left[\frac{N}{x}\right]+\left[\frac{N}{y}\right]<N$.

On en déduit l'égalité : $\left[\frac{N}{x}\right]+\left[\frac{N}{y}\right]=N-1$. Il y a $N-1$ multiples de x ou de y avant N.

Cette égalité est valable pour tout entier N non nul et donc il y a N multiples de x ou de y avant $N+1$. On trouve bien un unique multiple de x ou de y dans l'intervalle $]N\,;\,N+1[$. Le décalage d'un cran provient du fait que l'intervalle $]0\,;\,1[$ ne contient pas de multiple de x ou de y car x et y sont supérieurs à 1.