Edito

Bonne route

Où va l'école ? Où va la société ? Les réponses vont de pair car l'une ne vit pas sans l'autre.

Pourtant, si une refondation de l'école est débattue, les mécanismes de la société restent eux soumis au dogme quasi religieux de l'économie et de la finance, contre les aspirations de millions de citoyens européens.

Dans notre métier, que ce soit dans des Écoles Supérieures du Professorat ou ailleurs, prendre le parti de la formation me semble un passage obligé.

Même si les contraintes chronophages et parfois incohérentes qui leur sont imposées découragent parfois les professeurs de la formation continue au lieu de les y inciter.

Même si la crise des vocations démultipliée par la réforme de la masterisation sera longue à endiguer.

Restent les endroits où l'on va parce qu'on sait qu'on y trouvera de la convivialité, des idées et du réconfort. Les rencontres locales et nationales de l'APMEP en font partie.

Tout en laissant le siège de président régional, je continuerai à participer à ces actions, en regrettant qu'elles ne soient soutenues que par une minorité de mes 50 000 collègues de mathématiques.

Que vous souhaiter ? De garder la conviction que des améliorations sont possibles et de toujours prendre du plaisir à enseigner !

Nicolas Minet

SOMMAIRE

Association des **P**rofesseurs de **M**athématiques de l' **E**nseignement **P**ublic

Régionale de Poitou-Charentes

n°90

Septembre 2012

COROL'AIRE

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication .... Nicolas MINET
Comité de rédaction … F. de LIGT, L-M BONNEVAL, N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie ………….. IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur ………………. APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social …………. IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal .... Septembre 2012

Vie de l'association

Comité de la Régionale Poitou-Charentes du 19 septembre 2012

Journée de la Régionale, 10 octobre 2012

Malgré l'information envers de nombreux publics : PE, étudiants et bien sûr professeurs de collèges et lycées, le nombre d'inscriptions reste de l'ordre de celui de l'an passé. Pour les PE, le problème vient du fait que, malgré notre rencontre avec des responsables académiques du 1er degré, notre Journée APMEP n'a pas été inscrite à la carte des formations des circonscriptions de la Vienne !

Cette expérience se révélant infructueuse, sont évoquées des pistes pour toucher directement les PE (notamment avec la liste de leurs adresses électroniques) : présence à la « Journée annuelle des éditeurs », présence à l'IUFM à un moment à déterminer, présentation de l'APMEP et de ce qu'elle peut apporter aux PE (Corol'aire spécial ?), proposition d'expositions...

Pour les animations du matin :
- inconnue sur la table ronde 1er degré – 6ème vu l'absence-surprise des PE
- pour la liaison collège – lycée, Nicolas Minet et Jean-Paul Renard interviendront.
Seront évoquées des réactions des participants suite à la conférence, une réflexion sur nos découpages des manuels par rapport aux brochures et recherches actuelles en didactique ; sera également mentionnée l'articulation entre Référentiel d'Activités Profesionnelles et programmes de maths sciences en LP.
- enfin, pour l'animation lycée – post bac, Nathalie Chevalarias présentera brièvement le nouveau bagage qu'aura un bachelier suite aux évolutions dues à la réforme, avant les interventions et réactions des collègues enseignant dans le supérieur : Marylène Boisseau (prépa éco à Aliénor), Philippe Rogeon (Fac Sc Eco), Frédéric Symesak (IUT Génie méca et productique Poitiers), Jean Souville et Julien Michel (UFR SFA)

Pour les ateliers de l'après-midi : leur maintien dépendra du nombre final d'inscrits

Rallye 2013

L'épreuve se déroulera le mardi 19 mars, lors de la semaine des mathématiques (du 18 au 22 mars 2013).
Le Comité décide d'un montant de participation de 5 € par classe au prochain Rallye suite aux débats du précédent Comité sur la question du budget (beaucoup de frais de déplacement) et en raison de l'opacité de l'attribution des financements pour le projet que nous avons déposé via le consortium Cap'Maths. Demande va être faite à l'APMEP nationale d'en savoir plus lors de la prochaine réunion Cap'Maths à Paris en octobre.

Jean-Paul Renard demande à être informé de l'actualité du Rallye pour pouvoir le promouvoir en Lycée Professionnel. Le Comité l'en remercie et accepte bien évidemment cette offre !

Association « Écriture et calcul »

L'APMEP va adhérer à cette association qui gère notamment le Musée de la Machine à écrire et à calculer de Montmorillon où nous envisageons de tenir un Comité en 2013.

Expositions « Espace Mendès France »

Expo « Comment tu Comptes » :
Une nouvelle convention va être signée avec l'Espace Mendès-France :
- le montant des expositions (« Comment tu comptes » et « Expo Cube ») va passer à 90 euros
- l'argent sera versé directement à la Régionale qui reversera semestriellement un tiers de la recette à l'EMF pour « Comment tu comptes » ; seront donc indiquées les coordonnées du trésorier de l'APMEP.

Expo « Courbes »
Plusieurs réunions ont eu lieu dans l'été à l'EMF par pôles, la dernière étant prévue d'ici quelques jours. Suite à cela, rendez-vous est pris pour le mercredi 24 octobre afin de faire le point : c'est l'EMF qui aura la parole pour montrer sa vision de l'exposition suite à nos propositions.

La convention de partenariat APMEP – EMF devrait être signée lors de l'inauguration de l'exposition sur les courbes ; à ce sujet, Cédric Villani avait donné un accord de principe pour parrainer cette inauguration, mais ses obligations actuelles le rendent momentanément injoignable.

Calendrier

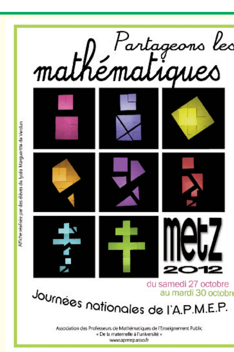
- « *La science se livre* » (EMF) 27/09 (Nicolas MINET, Jacques GERMAIN, Chantal GOBIN interviennent)
- Journée de la Régionale : mercredi 10/10 (IFMI)
- Le point sur l'expo courbes : mercredi 24/10 (EMF)
- JN à Metz : du samedi 27/10 au mardi 30/10
- Prochain Comité Régional le mercredi 14 novembre 2012 à 15h à l'IREM - Élection nouveau bureau à 3 jours du premier Comité National de l'année)
- Conférence de Frédéric Testard à programmer

JOURNÉES NATIONALES DE L'APMEP à METZ

du 27 au 30 octobre 2012

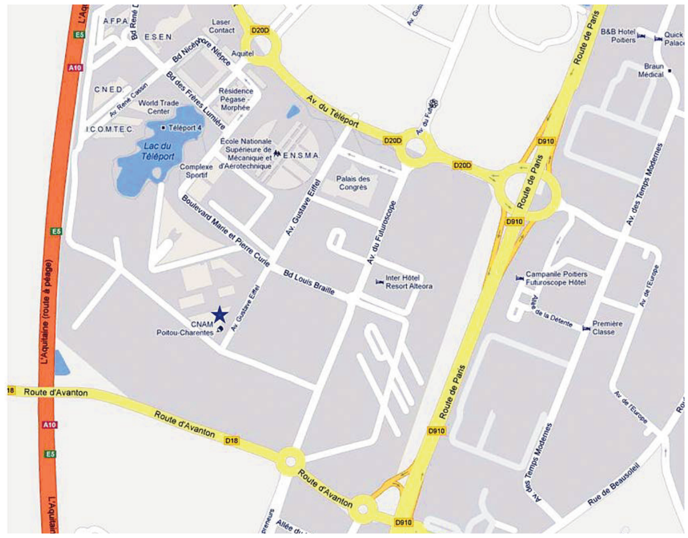
Des conférences, de nombreux ateliers, des expositions, un salon des éditeurs,
Mais aussi...des échanges, des rencontres, du tourisme !
Un rendez-vous à ne pas manquer

Inscrivez-vous sans attendre : **http://www.jn2012metz.fr**



Journée de la Régionale – 10 octobre 2012

La troisième Journée de la Régionale aura lieu le mercredi 10 octobre dans le bâtiment CNAM-IFMI (marqué d'une étoile sur le plan ci-contre), Avenue Gustave Eiffel sur le site du Futuroscope. Cette journée est ouverte à tous les enseignants adhérents ou non de l'APMEP.



Après le café d'accueil à 8h45 et la présentation de la Journée à 9h15, la matinée se poursuivra avec la conférence de Jean-Paul Guichard : « **Mathématiques, vie des hommes et enseignement** » suivie de trois ateliers-débats en parallèle s'adressant aux différents niveaux d'enseignement.

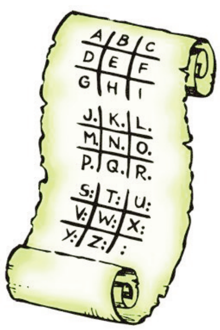
L'après-midi, les participants pourront se répartir entre six ateliers. À 16h15, l'Assemblée Générale de la Régionale clôturera la Journée.

Toute au long de la journée, vous pourrez consulter et vous procurer les brochures de l'APMEP à prix adhérent.

Pour plus d'informations, consultez le site de la Régionale à l'adresse suivante : http://apmep.poitiers.free.fr/

Ralye Mathématique de Poitou-Charentes
19 mars 2013
Les codes secrets

RM P-C



L'équipe du Rallye a fait sa rentrée le mercredi 4 septembre 2012.
Le thème « **Les codes secrets** » annoncé le 23 mai 2012, lors de la remise des prix à La Rochelle, a été le sujet principal de cette première réunion de travail.
En effet, ce thème étant vaste, il a fallu faire des choix pour qu'ensuite des pistes de travail soient données dans l'épreuve d'entraînement.

À la mi-décembre, les établissements recevront l'épreuve d'entraînement avec les informations précises sur le thème et le bulletin d'inscription à renvoyer avant le 18 janvier 2013. Il sera toujours possible de s'inscrire par mél ; le bulletin sera alors à télécharger sur le site de la Régionale. Nous vous demandons de privilégier ce mode d'inscription qui nous simplifie la tâche.

Les dernières Journées Nationales à La Rochelle en 2008 n'ayant pas alimenté suffisamment notre trésorerie, celle-ci s'amenuise d'une année sur l'autre et nous sommes obligés de demander une participation financière aux établissements si nous voulons maintenir l'existence du Rallye. Aussi, cette participation sera de 5 euros par classe et nous espérons que la grande majorité des habitués du Rallye sera toujours au rendez-vous.

L'épreuve officielle aura lieu le mardi 19 mars 2013, lors de la semaine nationale des mathématiques. Retenez bien cette date et soyez nombreux à inscrire vos classes au Rallye.

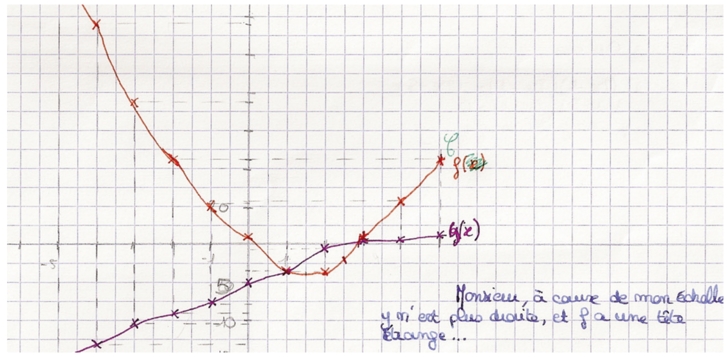
Par ailleurs, nous rappelons que les diaporamas des morceaux choisis du rallye 2012 et de la conférence qui a été donnée lors de la remise des prix à La Rochelle sont sur le site de la Régionale tout en bas de la page suivante :

http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article150

Chantal Gobin

Perles dans nos copies

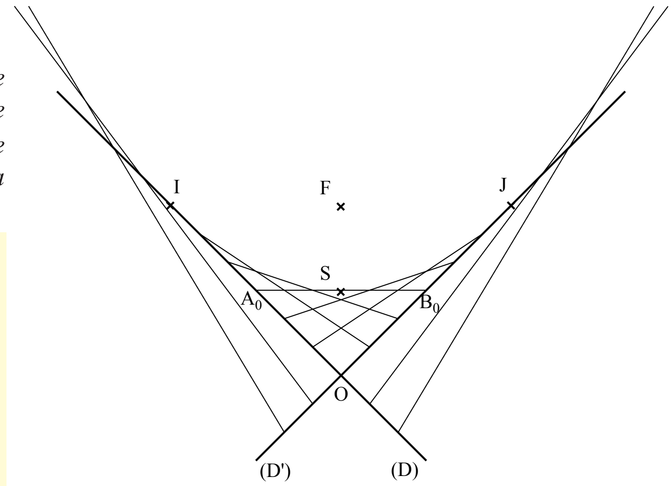
Monsieur, s'il vous plaît, soyez compréhensif !



RALLYE : Pour aller plus loin

Serge Parpay

Une démonstration par la géométrie classique de la parabole dans cet exercice proposé à l'entraînement du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes en 4ème et 3ème est parue dans le Corol'aire précédent. Voici une démonstration par la géométrie analytique que nous avions promise.



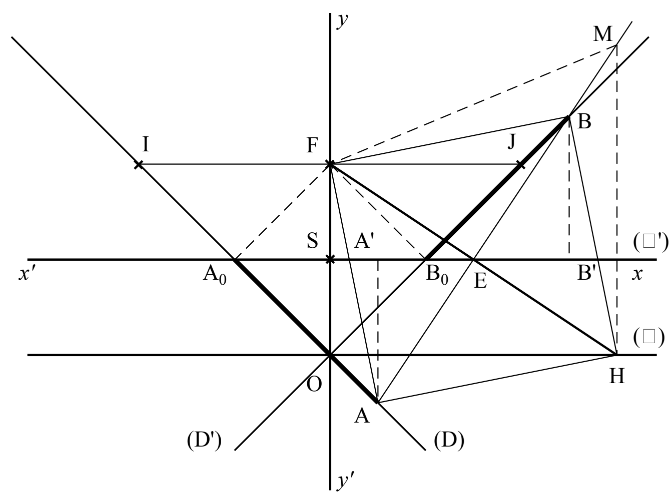
Fils et pointes !
Matériel utilisé : une règle graduée, une équerre et un crayon.
Tracez un repère (O ; I ; J) où OI = OJ = 5 mm.
L'axe des abscisses est gradué de 0 à 10 et l'axe des ordonnées est gradué de même de 0 à 10. Pour chaque entier naturel n compris entre 1 et 10, reliez le point de coordonnées (n ; 0) au point de coordonnées (0 ; 11 – n).
Repassez en rouge la courbe qui apparaît. Pouvez-vous lui donner un nom ?

Le résultat est un arc de parabole.

Démonstration par la géométrie analytique

On munit le plan d'un repère orthonormé (S, $x'x$, $y'y$) (figure ci-contre). A_0 $(-a, 0)$, B_0 $(a, 0)$, F $(0, a)$, O $(0, -a)$. On prend le paramètre l.
Les points A' $(-a + l, 0)$, B' $(a + l, 0)$ sont tels que la condition imposée plus haut est vérifiée. Le point A est situé sur la droite (D) d'équation $y = -x - a$, d'où A $(-a + l, -l)$.
Le point B est situé sur la droite (D') d'équation $y = x - a$, d'où B $(a + l, l)$.
Soit la famille de droites (AB) d'équation $l\,x - ay - l^2 = 0$
Supposons que ces droites aient une enveloppe ($\mathcal{P}$). Le point de contact M dépend de l, ses coordonnées seront deux fonctions de l, M $(x = \varphi(l),\ y = \psi(l))$ (1).
M est sur (AB) : quel que soit l :

$$l\,\varphi(l) - a\,\psi(l) - l^2 = 0 \quad (2)$$



La tangente à ($\mathcal{P}$) en M est définie par $\vec{V}$ $(\varphi'(l), \psi'(l))$
elle est parallèle à (AB) par hypothèse, donc

$$l\,\varphi'(l) - a\,\psi'(l) = 0 \quad (3)$$

Nous avons deux équations (2) et (3) pour déterminer les deux fonctions φ et ψ.
Dérivons l'identité (2) : $\varphi(l) + l\,\varphi'(l) - a\,\psi'(l) - 2l = 0$ (4)
d'où d'après (3) : $\varphi(l) - 2l = 0$ (5)
Pour déterminer $\varphi(l)$ et $\psi(l)$, on a les deux identités (2) et (5)

$x = \varphi(l)$ et $y = \psi(l)$ sont donnés par le système $\begin{cases} lx - ay - l^2 = 0 \\ x - 2l = 0 \end{cases}$ (6) dont la solution est $x = 2l,\ y = \dfrac{l^2}{a}$.

Reste à vérifier si le point M ainsi obtenu décrit l'enveloppe.

Soit donc $x = \varphi(l) = 2l,\ y = \psi(l) = \dfrac{l^2}{a}$, solution de (6). Les identités (3) et (5) sont vérifiées, donc (4) est vérifiée parce que dérivée de (2), donc (3) est vérifiée. D'où il résulte que (AB) est la tangente en M à la courbe ($\mathcal{P}$).
Donc il y a une enveloppe.
À partir des équations paramétriques de ($\mathcal{P}$) on détermine son équation cartésienne : $y = x^2/4a$.
($\mathcal{P}$) est la parabole de sommet S, de paramètre 2*a*, de foyer F (0, a) et de directrice (Δ) d'équation $y = -a$.

COROL'AIRE est envoyé par courrier électronique aux adhérents et abonnés.
Ceux qui veulent recevoir une version papier (sans la couleur !) peuvent envoyer un chèque de 8 €, à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes, à

Jacques CHAYÉ
5 rue Émile Faguet
86000 POITIERS

Histoire de longueur

Jean-Paul Guichard & Jean-Paul Mercier

L'origine des longueurs est à chercher du côté des pratiques humaines naturelles comme le dénombrement de longueurs égales liées à des objets. Les noms des unités laissent à voir leur origine : ce sont les parties du corps que l'homme reporte sur d'autres objets à évaluer par rapport à lui-même. Le pas, pour évaluer les mesures dans les champs, le pied, pour des mesures au sol, le doigt pour des objets à porter (les arcs et les flèches ?), le demi-bras ou la coudée pour des objets hors sol, l'empan pour des longueurs évaluées avec la main encore souvent en action aujourd'hui. Il y a eu certainement des distances évoquées oralement, liées au temps, par exemple les journées de marche. Ces échantillons de longueurs sont aussi des outils, au même titre que la pige d'équerrage, la corde, le compas, la règle qui les ont ensuite supplantés. Nous retrouverons tout cela dans les civilisations que nous allons visiter, civilisations qui sont au programme de la classe de sixième : Mésopotamie, Égypte, Grèce ; mais également dans les anciennes mesures jusqu'à la création du mètre qui va marquer une rupture déterminante par le choix d'une unité universelle et du système décimal pour les multiples et sous-multiples de l'unité. Nous y trouverons aussi le lien fondamental qui existe entre la mesure des longueurs et la construction des nombres fractionnaires, ce lien sur lequel s'appuie Lebesgue pour sa construction des nombres dans la Mesure des grandeurs. Nous terminerons notre voyage en abandonnant la sphère de la vie pratique et en allant voir le traitement de la longueur en tant que grandeur non mesurée par une unité chez deux grands auteurs des mathématiques grecques : Euclide et Archimède.

Partons à la découverte.

Premier épisode
Longueurs en Mésopotamie

Les tables métrologiques mésopotamiennes nous renseignent sur une distinction des usages qui étaient faits des dimensions. On trouve des listes ou des tables pour les longueurs, les largeurs, les diagonales et des tables distinctes pour les hauteurs et les profondeurs. Les surfaces étaient déduites des premières, les volumes étaient déduits des secondes. L'existence des tables de hauteurs est à mettre en relation avec la définition des volumes (« surfaces » d'épaisseur 1 kus_3), où les dimensions horizontales des objets de l'espace (longueurs, largeurs, diagonales) sont de nature différente des dimensions verticales (hauteurs et profondeurs).
Voici une première liste d'unités de longueurs :

Danna	←30—	uš	←60—	ninda	←12—	$kuš_3$	←30—	šu-si
(11 km)		(360 m)		(6 m)		(50 cm)		(17 mm)

Des outils de géomètre ou d'arpenteur sont évoqués par les cannes d'arpenteurs suivantes : gi-1-ninda (*6m*), gi-1-$kuš_3$ (*50 cm*), gi-1/2-$kuš_3$ (*25 m*), gi-1/3-$kuš_3$ (*17 cm*), Gi-2/3-$kuš_3$ (*33 cm*).

Coudée de Nippur (Musée d'Istanbul)

Une comparaison entre le système ancien et le système métrique a été faite par Maurice Caveing et nous montre les correspondances entre les unités de longueurs mésopotamiennes.

Sumérien	Français	Système métrique	doigt	empan	pied	coudée	pas	canne	borne	corde	stade	lieue
su-si	doigt	16,5 mm	1	1/15	1/20	1/30						
su-bad	empan	24,75 cm	15	1	3/4	1/2						
kus	pied	33 cm	20	4/3	1	2/3						
Kus /U	coudée	49,5 cm	30	2	3/2	1						
Kus-ara	pas	74,25 cm	45	3	9/4	3/2	1					
gi	canne	2,97 m	180	112	9	6	4	1				
ninda	borne	5,94 m	360	24	18	12	8	2	1			
Su	corde	59,40 m	3600	240	180	120	80	20	10	1		
Us	stade	356,40 m		1440	1080	720	480	120	60	6	1	
danna	Lieue	10692 m						3600	1800	180	30	1

Dans certaines tablettes, comme A24194 (voir l'encadré de la page suivante) contenant une série de 247 problèmes (sorte de banque de problèmes de même type avec des variantes), on peut voir l'usage des opérations sur les longueurs : addition, soustraction, partage, fraction de fraction. Mais les problèmes sont des problèmes de calcul de surface de rectangles et non de périmètre.

Sur d'autres tablettes (voir C. Proust), on peut lire des listes de données sur les dimensions : sag *largeur* , uš *longueur*, uš-sag *longueur-largeur (désignant un calcul dépendant des deux dimensions)*, uš-an-na *longueur supérieure*, uš-ki-ta *largeur supérieure*, uš-gid$_2$-da *longueur la plus longue*, uš-buru$_3$ *profondeur*… Les mésopotamiens savaient donc décrire les diverses dimensions d'un quadrilatère. On y remarque ce qui est lié aux bases d'un trapèze ou à la section d'un cône ou d'une pyramide tronquée.
Les longueurs sont plutôt rencontrées dans les calculs de surface ou de volume. Mais nous trouvons des calculs de longueurs liés au cercle ou aux comparaisons proportionnelles comme dans les tablettes BM 85210 et BM 85194. Dans la tablette BM 85210 (voir ci-contre), on a une application simple de la proportionnalité, une utilisation des quotients de longueurs, des proportions et une belle description d'une règle de trois.
Une statue, au Louvre, montre un prince-architecte Gudea muni d'une règle, d'un stylet et d'un plan. La règle est graduée en seize sections, comportant des graduations de un à six séparées par des intervalles vides. L'architecte avait une place très élevée dans la hiérarchie de ces civilisations.
Quant à la tablette BM 85194 (voir ci-contre), elle est la plus ancienne trace du calcul de la circonférence du cercle avec la formule « 3 fois le diamètre ». Ce calcul s'inscrit dans un calcul de volumes.

Tablette, avec un plan d'architecte gravé, sur les genoux de Gudea, gouverneur de Lagash. Statue vers – 2120

Extraits de tablettes

1) Calculs de longueurs dans un calcul d'aire

igi-14- gal2 uš [sag]	Au 1/14 de la longueur, la largeur
ù a-ra2 2 [a-na uš ugu]	et deux fois l'excédent de la longueur
sag diri [2.29 dah]	sur la largeur, ajouter 2.29 ;
igi-7-gal2 igi-11- gal2	le 1/7 du 1/11

(Tab. A24194)

Location de champ

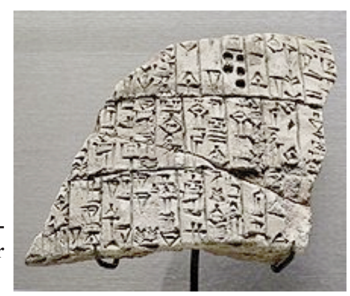
Comptabilité

2) Calcul d'une longueur et d'une distance

Trouve (le problème de) la ville. La hauteur de la muraille est 3 ninda. La marche est une demi-coudée. La hauteur de la marche est 1 40 coudée. Qu'est l'escalier ? Quelle longueur dois-je franchir pour que je prenne la ville ennemie de Marduk ?
Toi, dénoue l'inverse de 1 40, la hauteur de la marche, tu trouveras 36. Porte 36 à 2 30, la marche, tu trouveras 1 30. Porte 1 30 à 4, la hauteur de la muraille, tu trouveras 4 30. Tu franchiras une longueur de 4 30. C'est la façon d'opérer.
(Tab. BM 85210)

3) Circonférence du cercle

Toi, la circonférence est un sosse, qu'est le diamètre ? Soustrais le tiers d'un sosse, la circonférence, tu trouveras 20 ; le diamètre est 20. Double 5 l'enflure, tu trouveras 10. Ajoute 10 à 20, le diamètre, tu trouveras 30 ; c'est le diamètre. Triple tu trouveras 1.30 : la circonférence de l'excavation est 1.30. …
La suite montre l'utilisation de la circonférence pour calculer l'aire du disque – le sol, puis ensuite calculer des volumes de terre à déplacer…
(Tab. BM 85194)



Fragment de cône d'argile inscrit mentionnant le creusement d'un canal par Urukagina, roi de Lagash vers – 2350

Journées Nationales de l'APMEP à METZ

Conférence d'ouverture :
La meilleure et la pire des erreurs de Poincaré
de **Cédric Villani** (médaille Fields en 2010)

Conférence de clôture :
Les preuves sans mots
par **Xavier Viennot** accompagné, dans sa conférence, par le violoniste **Gérard Duchamp**

Inauguration du pôle culturel André-Louis Cholesky

Une journée bien remplie pour les amis du cinéma de Montguyon


De gauche à droite : Claude Brezinski, Michel Gross (petit fils d'André-Louis Cholesky), Raymond Nuvet et Frédéric de Ligt (membre très actif de notre Régionale) sous le portrait d'André-Louis Cholesky.

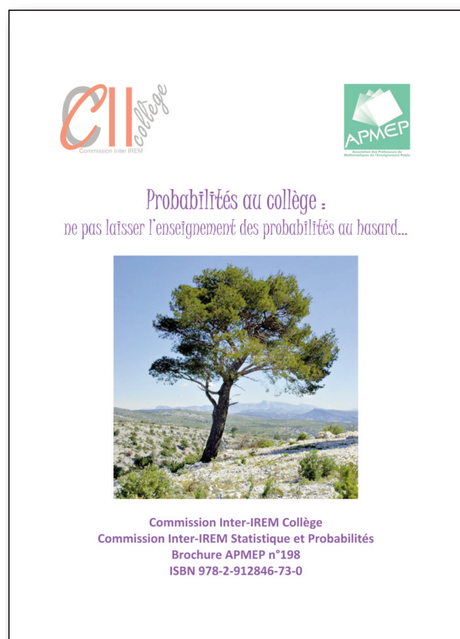
Cette journée était à la fois l'occasion d'inaugurer la médiathèque et la modernisation profonde du cinéma. Les deux conférences de l'après-midi qui retraçaient l'une la généalogie de la famille Cholesky implantée à Montguyon depuis plusieurs siècles (conférencier Raymond Nuvet, historien local) et l'autre les travaux du géomètre-topographe André-Louis Cholesky (1875-1918), natif de Montguyon, dont les résultats sont encore mondialement utilisés en mathématiques et en topographie (conférencier, Claude Brezinski(1), professeur émérite de l'université de Lille) ont pu se tenir dans la salle de cinéma dont l'équipement permet désormais de projeter les diaporamas des conférenciers depuis le projecteur numérique sur l'écran du cinéma avec une taille et une luminosité exceptionnelle. Les nouveaux équipements audio (micros HF, table de mixage...) ont aussi permis aux orateurs et au public de dialoguer à l'issue des deux conférences avec un grand confort acoustique.
À 17 h, dans la salle polyvalente, monsieur De Ligt, président de l'association des amis du cinéma, a fait visiter aux curieux les deux expositions mathématiques installées (l'une sur l'histoire du calcul et l'autre, plus ludique, consistant en des puzzles géométriques en 3D(2)) qu'il avait empruntées à la Régionale Poitou-Charentes de l'Association des Professeurs de Mathématiques. Une ancienne station de topographe (aimablement prêtée à l'association par la DDTM(3) de Montguyon) avait été montée dans un coin de la salle pour illustrer une méthode importante utilisée en topographie et inventée André-Louis Cholesky : le double cheminement par nivellement direct.[…]

D'après un article de « Sud Ouest » du 11 septembre

(1) Claude Brezinski était venu à Saintes nous faire une conférence sur l'œuvre mathématique de Cholesky
(2) Il s'agit des expositions « Comment tu comptes ? » et « Expocube ».
(3) Direction Départementale des Territoires et de la Mer

Nouvelles brochures APMEP

Probabilités au collège



Brochure APMEP n° 198
Coédition APMEP - Commissions « Inter IREM Collège » et « Statistique et Probabilités »

Les probabilités font partie des programmes de troisième au collège. Cette publication présente des situations avec différents objectifs : initier, faire émerger les représentations des élèves sur le hasard, expérimenter, manipuler, donner du sens et mettre en place le vocabulaire.
Chacune des activités décrites a été expérimentée et les productions d'élèves analysées. Les auteurs ont eu le souci de faciliter leur prise en main en proposant une feuille de route et des documents directement à photocopier pour les élèves.
Cette brochure propose également aux enseignants des apports théoriques et un lexique.

Brochure : 120 pages, format A4
Livret pour photocopies : 20 pages, format A4

Prix public : 13 €, prix adhérent / abonné : 9 €.

La distributivité dans tous ses états

Brochure APMEP n° 193
Coédition APMEP - IREM de Montpellier
128 pages, format 17 x 24
Prix public : 10 €, prix adhérent / abonné : 7 €.

50 ans de carrière d'un enseignant-chercheur

Roger Cuppens, son engagement mathématique

Brochure APMEP n° 197
144 pages, format 17 x 24
Prix public : 20 €, prix adhérent / abonné : 14 €.

RU-BRI-COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous. *Frédéric de Ligt*

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt@gmail.com

Des problèmes

90-1 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Si x et y sont deux nombres irrationnels positifs liés par la relation $1/x + 1/y = 1$ alors les deux ensembles

$E_x = \left\{ \left[nx \right], n \in \mathbb{N}^* \right\}$ et $E_y = \left\{ \left[ny \right], n \in \mathbb{N}^* \right\}$ forment une partition de $\mathbb{N}^*$ ($\left[\ \right]$ désigne la partie entière d'un nombre).

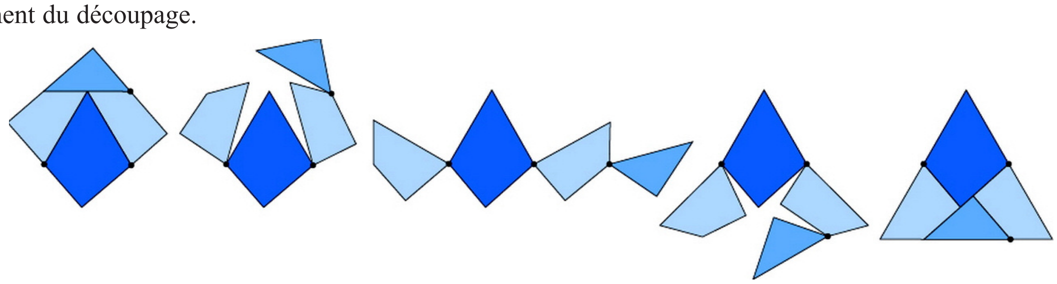
90-2 *de Jacques Chayé (Poitiers)* :
« *Calculer les longueurs des bissectrices intérieures des trois angles d'un triangle rectangle en fonction des côtés de l'angle droit.* »

Extrait de *Problèmes mathématiques* par Ernest Lebon (Armand Colin, 1898).

90-3 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Les dés paradoxaux
On numérote les faces de trois dés cubiques avec **tous** les entiers de 1 à 18. Trois joueurs A, B et C s'attribuent chacun un des dés. Ils lancent simultanément leur dé et comparent leur score. Celui qui a le score le plus élevé l'emporte. Comment numéroter ces trois dés pour que les compétitions entre A et B et entre B et C soient équitables mais que la compétition entre A et C soit favorable à C ?

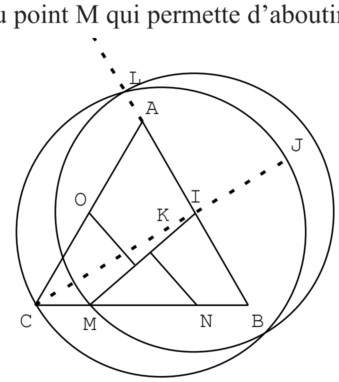
Des solutions

86-1 *de Serge Parpay* :
Henry Ernest Dudeney est connu pour ses énigmes et ses puzzles. Le puzzle ci-dessous fut présenté en 1905 à la Royal Society de Londres. Un assemblage articulé de trois quadrilatères et un triangle peut se déformer et donner soit un triangle équilatéral soit un carré. Les figures ci-dessous sont des étapes de la transformation. On peut construire soi-même un tel puzzle (en imaginant les articulations). Une étude des figures sera suivie de constructions géométriques à la règle et au compas **uniquement**, puis évidemment du découpage.



Il est possible de calculer les caractéristiques de chacune des pièces du puzzle, mais le calcul est parfois laborieux. Rien ne vaut, pour « un vieux nostalgique », la bonne vieille géométrie.
À vous de jouer !

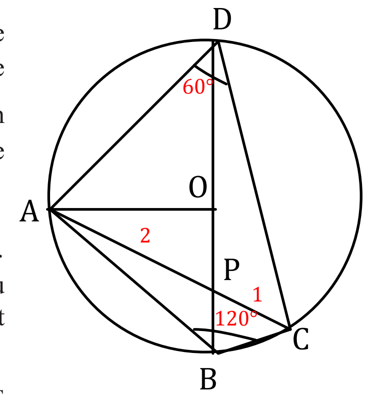
Solution de Frédéric de Ligt :
On observe la figure initiale et la figure finale de l'animation. Deux conclusions s'imposent.
Deux des articulations doivent être placées au milieu des côtés du grand triangle équilatéral et le petit triangle rectangle, qui tourne avec la troisième charnière, a une hypoténuse dont la longueur est la moitié de celle du côté du grand triangle équilatéral.
Si le point M est positionné (toutes les découpes du triangle équilatéral sont alors contraintes) d'une façon quelconque sur le côté [BC] on obtient à priori seulement un rectangle. D'où la nécessité d'une construction du point M qui permette d'aboutir à un carré.
En voici une possible (figure ci-contre).
On note O le milieu du côté [AC] et I le milieu du côté [AB]. On prolonge le segment [CI] au-delà de I pour placer le point J tel que IJ = ½ AB. On note K le milieu de [CJ]. On trace ensuite le cercle de centre K passant par C. Ce cercle coupe la demi-droite [BA) en L. On trace ensuite le cercle de centre I passant par L. Ce dernier cercle recoupe le segment [BC] en M qui était le point cherché. On place ensuite N sur [CB] pour que MN = ½ CB. On achève la construction en projetant orthogonalement les points O et N sur la droite (MI).
L'idée utilisée dans cette construction, en exploitant l'égalité des aires du triangle équilatéral et du carré, est que pour obtenir un carré il faut que [MI] ait une longueur qui soit celle du côté du carré.



87-1 *de Walter Mesnier* :

ABCD est un quadrilatère convexe dont les diagonales se coupent en P. Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont droits, les angles $\widehat{D}$ et $\widehat{B}$ mesurent 60° et 120° respectivement. Par ailleurs AP = 2 et CP = 1. Calculer l'aire de ABCD.

Solution de Frédéric de Ligt :



Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont droits donc le quadrilatère ABCD est inscriptible. La médiatrice de [AC] coupe le cercle circonscrit de centre O en deux points. Notons D' celui tel que $\widehat{AD'C} = 60°$(propriété de l'angle inscrit). Le triangle AD'C est équilatéral comme isocèle en D' et d'angle au sommet valant 60°. Comme son côté vaut 3 on en déduit facilement que le rayon du cercle circonscrit vaut $\sqrt{3}$.

De la puissance du point P par rapport au cercle : $\overline{PA}.\overline{PC} = -2 = OP^2 - (\sqrt{3})^2$ on tire OP = 1. On connaît maintenant toutes les longueurs des côtés du triangle AOP et la réciproque du théorème de Pythagore nous assure que ce triangle est rectangle en O. Le segment [AO] est donc la hauteur du triangle ADB et l'aire de ADB vaut donc BD × OA / 2 = 3.

On projette C sur [BD] en C'. D'après la propriété de Thalès en configuration croisée dans AOPC'C on a CC' = AO/2. D'où l'aire de BCD vaut la moitié de celle de ABD (ces deux triangles ont la même base) c'est-à-dire 1,5. L'aire de ABCD est donc de 3 + 1,5 = 4,5.

89-2 *de Serge Parpay* :
À l'aide de la suite 1, 2, 3, 4, ….

Un petit amusement.

L'exercice ci-dessous était proposé par le japonais Takeshi Kitano à l'exposition « Mathématiques, un dépaysement soudain », organisée par la Fondation Cartier à Paris.
1) Les nombres doivent être inscrits dans l'ordre : 1, 2, 3, 4, …, et ainsi de suite.
2) Entre les nombres, on peut mettre n'importe quel opérateur mathématique, comme +, -, ×, ÷ , √ , !, etc.
3) Trouver en utilisant les règles 1) et 2) une formule mathématique donnant un nombre, par exemple 2011. Plus la formule est courte, meilleure elle est.
Voici une des réponses de Takeshi Kinato :
$(1 + 2 + 3)^4 + (5 \times 6 \times 7 \times 8) - (9 \times 10 \times 11) + (12 + 13) = 2011$.


Takeshi Kitano

Ma collègue Léa Broutille, pas très douée en mathématiques, m'a proposé pour 2012 la solution :
$1 - 2 + 3 - 4 + \ldots - 4022 + 4023 = 2012$
Ce n'est pas la moins longue, c'est un peu simpliste, mais enfin ! Mais au fait est-ce juste ? Et surtout pouvez-vous faire mieux que Léa Broutille ?

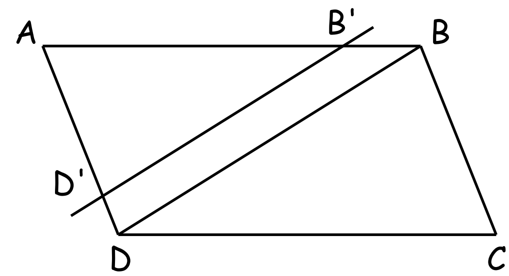
Solution de Bruno Alaplantive :
Dans son livre « Le temps des amours », Marcel Pagnol aurait fait écrire au père de Léa : Napator.
1 – 2 = –1, répétés 4022/2 fois (c'est-à-dire 2011 fois) font –2011 ; et –2011 + 4023 donnent bien 2012. Pour ne pas être douée en maths, Léa n'en donne pas moins une solution exacte… Léa n'a pas tort !
Pour trouver plus court, un message subliminal m'indique que 2012 c'est 2011 et des broutilles… Sacrée Léa !
Il suffit de faire « Takeshi Kitano + 1 » soit :
$(1 + 2 + 3)^4 + (5 \times 6 \times 7 \times 8) - (9 \times 10 \times 11) + 12 + 13 - 14 + 15$
Solution de longueur 15, sensiblement plus courte que celle de Léa. Et voyons maintenant une de longueur 13 :
$((1 + 2) \times 3\,! \times 4\,! \times 5) - ((6 \times 7 + 8) \times \sqrt{9}) - 10 + 11 - 12 + 13$
Qui dit mieux ?
Ndlr : Courrier reçu le lendemain, la nuit portant conseil …
$(((1 \times 2)^3) / 4)^{(5+6)} - 7 \times 8 + 9 + 10 - 11 + 12$
$(1 + 2)^{3\,!} \times 4 - 5\,! - 6\,! + 7 - 8 \times 9 - 10 + 11$

Solution de Frédéric de Ligt :

Pour diminuer encore la longueur de la liste je propose :
$1 \times 2 \times (3 \times 4 \times (5 \times 6 + 7 \times 8 - \sqrt{9}) + 10)$
$1 + 2 - 3 + 4 \times (5 - 6 + 7 \times 8 \times 9)$
$(1 + 2)\,! \times 3\,! + (4\,! - 5) \times (6 + 7) \times 8$
On peut encore descendre d'un cran si on admet la concaténation avec $1 \times 2 + 3 \times \sqrt{4} \times 5 \times 67$, ou l'usage de la valeur absolue avec $\left| 1 \times 2 - 3\,!^4 - 5 - 6\,! + 7 \right|$.
Et dans le même esprit on pourrait descendre jusqu'à $\left| 1 - 2 - 3\,!^4 + 5 - 6\,! \right|$.

89-3 *de Jacques Chayé* :
Partager un parallélogramme, par une droite parallèle à une diagonale, en deux parties dont l'une soit le double de l'autre.
(Bac.sciences – Dijon, 1873)

Solution de Jean-Paul Guichard



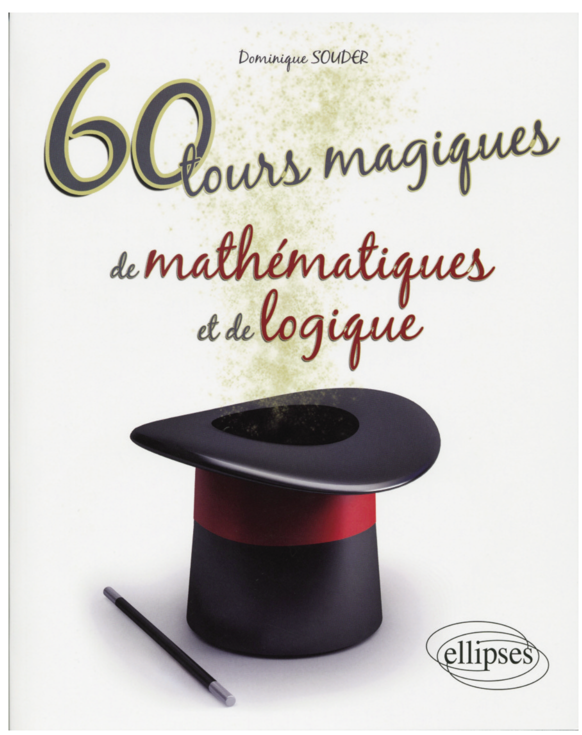
La plus petite des deux parties du parallélogramme est donc un triangle ayant une base parallèle à une diagonale, son sommet opposé étant un sommet du parallélogramme, et dont l'aire est le 1/3 de l'aire du parallélogramme, ou les 2/3 de l'aire du demi-parallélogramme qui lui est homothétique : le rapport d'homothétie des deux triangles est donc $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
Il suffit donc de tracer la perpendiculaire issue d'un sommet à la diagonale opposée, d'en prendre les $\sqrt{\frac{2}{3}}^{\text{ème}}$ qui donnent la hauteur du triangle cherché et de tracer la base de ce triangle. Cette base partage bien le parallélogramme selon le rapport d'aire choisi :

$$\text{aire AB'D'} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \text{b} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \text{h} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\text{bh} = \frac{1}{3}\text{aire ABCD}.$$

La construction de $\sqrt{\frac{2}{3}} \times h$ peut se faire à partir de la mesure de h. Si l'on veut une construction à la règle et au compas (plus l'équerre…), il suffit d'écrire $\sqrt{\frac{2}{3}} \times h$ sous la forme $\sqrt{2h \times \frac{h}{3}}$: la construction classique de $\sqrt{\text{ab}}$, donnée par Descartes dans sa géométrie de 1637, donne la solution après avoir facilement construit 2h (duplication d'une longueur) et h/3 (partage d'une longueur en parties égales).
Cette construction géométrique peut se faire avec un logiciel de géométrie dynamique comme CaRMetal.

60 tours magiques de mathématiques et de logique

de Dominique Souder aux éditions ellipses



Dominique Souder n'est pas un inconnu dans notre Régionale puisqu'il était professeur de mathématiques au lycée Valin à La Rochelle et faisait partie de l'équipe du rallye. Il est intervenu à deux reprises pour des événements marquants de notre Régionale : à l'inauguration de l'exposition « Comment tu comptes ? » à l'Espace Mendès France de Poitiers le 16 novembre 2009 (*Calculs magiques pour jeunes matheux en puissance*) et lors de la première remise des prix de notre rallye en mai 2011 qui, cette année-là, avait pour thème « *La magie des maths* ».

Contrairement aux magiciens professionnels, l'auteur explique à l'aide des mathématiques tous les tours présentés dans cet ouvrage, comme il l'avait fait dans les précédents, souhaitant « *faire aimer davantage les mathématiques* ». Il poursuit : « *Avec les tours de mathémagie, […], ce qui doit émerveiller le plus c'est la logique mathématique qui en permet la réussite* ».

Vous l'avez compris, tout le monde y trouvera son compte : les enseignants pourront y puiser des activités motivantes pour leurs élèves et les élèves, plutôt de lycée, pourront épater leurs camarades, leur famille, avec ces tours qui leur auront fait faire des mathématiques par plaisir.

Jean Fromentin