

Edito

L'école : un sujet de campagne évident ?

Engager une réflexion sur la société, c'est engager une réflexion sur l'école, car l'une est le reflet de l'autre, et réciproquement. Quels candidats à la présidence souhaitent rendre la société - et l'école, donc - moins inéquitable ?

De grands hommes ont dit qu'« *un peuple qui oublie son passé se condamne à le revivre* ». Cette citation se transpose aisément à l'Éducation Nationale... Peut-on la transformer positivement sans tenir compte des expériences passées ?

Ainsi, la pérennisation chez le corps enseignant de connaissances en docimologie et des travaux de recherche sur l'évaluation développés au XX^{ème} siècle permettrait sans doute d'éviter le marasme de la validation du socle commun. Des moyens pour la mise en place de stages de formation de formateurs puis de formation continue sont tout simplement indispensables pour que les élèves reçoivent un enseignement de qualité (on peut penser aujourd'hui aux statistiques et probabilités au lycée). Une formation initiale digne de ce nom avec un concours moins tardif permettrait à des étudiants de s'engager plus confiants vers le métier de professeur.

Enfin, comment imaginer une réforme réussie du système éducatif sans une évaluation convenable des précédentes, sans moyens suffisants et sans tenir compte des acteurs de terrain ?

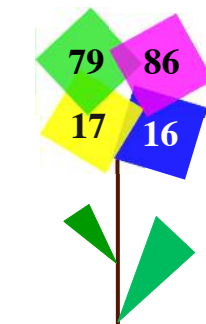
Autant de chantiers qui nécessitent à la fois une volonté politique et le désir de voir des élèves épanouis qui deviendront des citoyens émancipés par l'école de la République.

Nicolas Minet

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie de l'Association : Comité du 18/01/12	p. 2
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 2
Assemblée Générale de la Régionale	p. 3
Petite histoire de la grandeur Aire (4)	p. 4 et 5
La Maison de l'écriture et du calcul	p. 5
La semaine des mathématiques	p. 6
Cédric Villani au Futuroscope	p. 6
L'IREM à 40 ans	p. 7
Une nouvelle brochure IREM	p. 7
23ème congrès de MATH.en.JEANS	p. 8
Rubricol'age	p. 9 à 12
Comment fait-on parler les graphiques ?	p. 12

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n°88
Mars 2012

COROL'AIRE

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : <http://apmep.poitiers.free.fr/>
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur
de la publication Nicolas MINET
Comité de rédaction ... F. de LIGT, L-M BONNEVAL
N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie IREM, Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social IREM, Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal Mars 2012

Vie de l'association

Comité de la Régionale Poitou-Charentes du 18 janvier 2012

Journée de la Régionale

La troisième Journée de la Régionale pourrait être centrée sur les rencontres entre professeurs de mathématiques et professeurs des écoles ; en effet, environ trois quarts de ceux qui entrent dans le métier d'enseignant en primaire n'ont pas fait de mathématiques depuis le lycée en raison de leur choix d'études post-bac. Cela pose la question de leur vision, de leur approche et de leurs connaissances en mathématiques. Contact va être pris avec les IA-IEN pour savoir :

- s'il est possible de faire venir les titulaires, les stagiaires, voire les étudiants en master enseignement lors d'une Journée de la Régionale APMEP

- quelles sont les contraintes institutionnelles et de calendrier ?

En cas de réponse positive, des interventions seront finalisées : brochures « Jeux-École », fichiers « Évariste- École », ateliers culturels (histoire des chiffres...), présentation de la recherche IREM en 6^{ème}... Un lieu possible : l'IUFM de Poitiers.

À noter enfin : le Bulletin Vert de mars-avril propose justement un « dossier école primaire ».

Information aux adhérents

Des échanges entre présidents de Régionales ont amené à poser la question de l'information aux adhérents des positions récentes de l'APMEP : évaluation des enseignants par les chefs d'établissement, modalités de conception des programmes, conférences en ligne proposées par l'APMEP... Un courriel va être envoyé aux adhérents avec un lien vers un article du site régional et vers le site national.

Instances Nationales

Frédéric de Ligt est candidat pour représenter la Régionale au Comité National de l'APMEP.

Journée Descartes

Notre Régionale co-organisera une journée avec la Régionale d'Orléans-Tours le 12 mai au sujet de l'œuvre scientifique de Descartes, dans la ville de ... Descartes.

Expositions

Dominique Gaud informe le Comité de l'existence d'un musée de la machine à écrire et de la machine à calculer à Montmorillon. Une petite délégation APMEP rencontrera d'ici la fin de l'année scolaire Mme Sala, présidente de l'association « Écriture et Calcul » (voir article page 6). Sont envisagés une animation ou un prochain Comité à Montmorillon.

Par ailleurs, l'équipe qui a réfléchi sur la future exposition sur les courbes en partenariat avec l'Espace Mendès-France y a présenté le 14 décembre son travail, organisé autour de sept pôles : les coniques, spirales et hélices, la courbe de Gauss, les courbes sinusoïdales, la courbe exponentielle, la clothoïde, les épi-hypo-cycloïdes.

Le temps d'étudier nos documents, les membres associés de l'Espace Mendès-France feront une proposition lors d'une rencontre avec l'équipe APMEP fin mai.

Rallye

Le palmarès du Rallye sera connu le 4 avril.

Pour la remise des prix, prévue le mercredi 23 mai 2012, elle pourrait avoir lieu à La Rochelle ou à Rochefort, avec une visite des chantiers de l'Hermione. Des contacts sont en cours.

La question du budget pour le Rallye (beaucoup de frais de déplacement) est posée ; même en réduisant les déplacements et avec un travail très important par courriel, deux pistes sont évoquées : réunions sur Poitiers (optimisation du lieu de rencontre) et demande de soutien financier au Rectorat via les IPR, mais également à l'Espace Mendès-France.

Calendrier

L'Assemblée Générale aura lieu le 11 avril au collège Elisée Mousnier de Cognac.

Notre collègue Philippe Rogeon, qui enseigne à la Faculté de sciences économiques, proposera un exposé sur les mathématiques utilisées en économie.

Prochain Comité Régional le mercredi 9 mai 2012 à 15h.

Journée Descartes à ... Descartes, le samedi 12 mai 2012.

Rallye Mathématique Poitou-Charentes 21022012

Des outils pour tracer



Il fallait bien que la vingt-et-unième édition du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes se déroule un 21 au 21^{ème} siècle ! Mais si le 21 02 2012, autrement écrit 21022012, est un palindrome, c'est aussi un ambigramme par rotation de 180° à condition, bien sûr, de choisir un graphisme adapté pour "1" et "2", ce que réalisent les jeux de caractères des afficheurs du type sept segments de nos banales calculettes. D'ailleurs, les classes de Troisième ayant participé au Rallye ont dû affronter une situation semblable, tout aussi renversante, avec le problème n° 5 : « **Déchiffrez l'envers et l'endroit** » proposé en trois langues.

Après examen des dossiers des classes, l'équipe du rallye établira le palmarès le 4 avril prochain. Nous ne pouvons pas, à l'heure actuelle, vous donner de précisions sur la remise officielle des prix. Nous informerons les coordonnateurs du rallye par courriel dès que nous le pourrons.

En attendant, si votre établissement n'a pas participé au Rallye, vous pouvez télécharger les épreuves sur le site de la Régionale à l'adresse suivante : <http://apmep.poitiers.free.fr/spip.php?article141>

Les solutions n'y seront mises qu'après l'examen des dossiers et l'établissement du palmarès.

Chantal Gobin

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Assemblée Générale
de la Régionale
A.P.M.E.P.
de Poitou-Charentes

Tous les professeurs de mathématiques
sont cordialement invités.

Rapport d'activités

Rapport financier

Élection du nouveau Comité

Perspectives

Conférence de

**Philippe
ROGEON**

*Maître de conférences en mathématiques
à l'Université de Poitiers (Faculté de Sciences Économiques)*

**Itinéraire
mathématique
d'un économiste**

POUR AFFICHAGE

Mercredi
11 avril
à 14 h 30
COGNAC
Collège Élisée Mousnier
26 rue Élisée Mousnier

*Au détour de quelques exemples, nous
aurons un aperçu d'objets mathématiques se
trouvant sur le chemin d'étudiants engagés
dans un cursus en sciences économiques.*

Petite histoire de la grandeur Aire, en 5 épisodes

Jean-Paul Guichard

Quatrième épisode

Les systèmes créés pour comparer et évaluer les aires

Intéressons-nous maintenant au système mis en place pour évaluer une aire, c'est-à-dire celui reposant sur un carré unité partagé en 100 carrés. En Chine, dans le livre des Neuf chapitres, on utilise déjà le quadrillage reposant sur un pavage du plan par des carrés. D'une façon générale, le choix d'une unité quelconque qui pave le plan euclidien permet de construire un système de mesure des aires : il suffit alors d'appliquer une échelle k à l'unité d'aire choisie pour obtenir k^2 éléments d'aire $1/k^2$. Un tel pavage du plan, avec des triangles quelconques par exemple, ne permettrait pas de créer une technique qui soit en prise avec les usages sociaux actuels ni avec l'évaluation de l'aire par « rectangulation » (voir l'épisode 1).

Nous l'avions déjà un peu esquissé dans l'épisode 3 en nous référant aux unités existantes mais, pour compléter notre analyse, citons Clairaut lorsqu'il parle des aires :

« Or il est évident que la mesure commune des surfaces, doit être elle-même une surface, par exemple, celle d'une toise quarrée, d'un pied quarré, etc. Ainsi mesurer un rectangle, c'est déterminer le nombre de toises quarrées, ou de pieds quarrés, etc., que contient sa surface. »

Prenons un exemple, pour soulager l'esprit. Supposons que le rectangle donné ABCD ait 7 pieds de haut sur une base de 8 pieds, on pourra regarder ce rectangle comme partagé en 7 bandes, a, b, c, d, e, f, g, qui contiendront chacune 8 pieds quarrés ; la valeur du rectangle sera donc 7 fois 8 pieds quarrés, ou 56 pieds quarrés.

Maintenant si on se rappelle les premiers éléments du calcul arithmétique, et que l'on se souvienne que multiplier deux nombres, c'est prendre l'un autant de fois que l'unité est contenue dans l'autre, on trouvera une parfaite analogie entre la multiplication ordinaire et l'opération par laquelle on mesure un rectangle. On verra qu'en multipliant le nombre de toises, ou de pieds, etc. que donne la hauteur, par le nombre de toises, de pieds, etc., que donne la base, on déterminera la quantité de toises quarrées, ou de pieds quarrés, etc. que contient la superficie. »

Là encore, l'unité d'aire choisie est naturellement un carré et la formule produite est justifiée par la « parfaite analogie » ; cependant, on peut regretter le manque d'explication à une question du type : mais pourquoi ça marcherait pour tous les nombres, même ceux qui ne mesurent pas un côté en nombre entier d'unités ? Car ça ne fonctionne plus en se basant uniquement sur le dénombrement. Clairaut produit, explique une technique mais ne peut pas la justifier totalement. La technologie du dénombrement ne suffit pas. On sent bien que c'est la technologie du réseau, s'intégrant dans la théorie des aires, qui va permettre d'expliquer la formule en tant que technique.

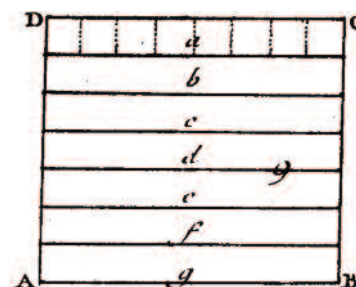
Chez Lebesgue, dans sa *Mesure des grandeurs*, la construction du système repose aussi sur le choix d'un carré C initial. Il construit ensuite un réseau R plan à partir de C (niveau 0). Pour évaluer l'aire d'une partie F bornée du plan, il est nécessaire de dénombrer le nombre de carrés du réseau R formés entièrement de points de F (noté a_0) et le nombre de carrés du réseau R dont certains points appartiennent à F (b_0). On obtient alors un encadrement de l'aire de F. Pour obtenir une aire plus précise, il subdivise chaque carré de R en 100 carrés de même côté et obtient le réseau R_1 (niveau 1) composé d'unités 100 fois plus petites. Ces deux réseaux suffisent pour évaluer l'aire d'un rectangle représenté sur la page d'un cahier d'un élève de 6^{ème} en considérant les unités légales. En effet, un réseau composé de cm^2 voire de mm^2 permet d'obtenir l'aire du rectangle lorsque ses côtés sont donnés à la précision du mm. Il est à noter que l'évaluation numérique de l'aire repose sur le dénombrement (voir Clairaut) mais aussi sur le réseau mis en place (voir Lebesgue).

Dans le cas où la précision serait insuffisante, nous ne pourrions donner qu'un encadrement. C'est le cas du réseau en cm^2 pour des longueurs exprimées en nombre entier de mm ; dans ce cas le réseau initial en cm^2 ne permet de donner qu'un encadrement de l'aire exprimée en cm^2 . Si l'on désire une meilleure précision, la technique mise en place peut être répétée : on peut recommencer indéfiniment...

Cette technique pour évaluer une aire est efficace là aussi pour résoudre une classe de problèmes qui s'ajoute aux précédents. En fait, la partie F sera quarrable lorsque la différence entre les aires qui encadrent la surface tend vers zéro quand le réseau devient de plus en plus fin. C'est la construction de l'analyse qui se met alors en place. La théorie sur laquelle repose ce réseau est « l'analyse », la technologie serait « l'intégration ».

Bien entendu, au niveau du programme de 6^{ème}, cela peut paraître surprenant mais il n'y a qu'à imaginer ce qui va arriver pour le cercle : l'aire du disque ne pourra être produite, justifiée et expliquée que par une théorie reposant sur « l'analyse » et une technologie reposant sur « l'intégration » avec, comme technique « des découpages et des assemblages de triangles en rectangle », comme le font les Chinois, à l'instar d'Archimède (voir l'épisode 2).

Cette technique du réseau nous permettra donc d'évaluer n'importe quelle surface, même courbe, en ayant une technique valable. Grâce à cette technique, on pourra, évaluer (par un encadrement ou précisément) l'aire de n'importe quelle surface quarrable.



Ainsi, le type de tâche « calculer une aire » s'enrichit d'une technique rationalisée ; on crée un nouveau savoir-faire limité au rectangle, il restera à montrer que cette technique ne réussit que sur une partie de la tâche. Elle ne fonctionnera pas pour un triangle : faut-il multiplier deux côtés d'un triangle pour obtenir son aire, lesquels choisir ? Mais nous pourrions, grâce à cette technique, résoudre toute une classe de problèmes riche qualitativement et quantitativement. Le type de tâche « comparer des aires » lui aussi s'enrichit : il suffira pour cela de comparer les nombres qui mesurent les unités d'aire.

Les élèves de 6^{ème} n'arrivent pas vierges de connaissances sur les aires, et, comme le précise Y. Chevallard « ...souvent la technique est déjà accompagnée d'un embryon ou d'un vestige de technologie ». Les découpages, assemblages de figures nous permettent de mettre en place des techniques qui répondent au type de tâche « comparer des aires » et de donner un sens à la grandeur dans un premier temps. Dans un second temps, on peut mesurer ou comparer une aire en utilisant le réseau.

Remarquons que chacun des deux temps répond à un type de tâche sans avoir la prétention de clore le questionnement. Même si on crée un savoir-faire, celui-ci repose sur une classe bien précise de problèmes, laissant le champ libre à d'autres études.

À titre d'exemple, on pourra, en classe de 5^{ème} user de la même démarche mathématique, les types de tâches seront les mêmes, mais les techniques évolueront sans se substituer les unes aux autres. Dans l'univers des tâches routinières, surgiront des tâches problématiques que l'on ne sait pas accomplir. Pourra-t-on transformer toute figure bornée du plan en un triangle de même aire ? Pourra-t-on évaluer l'aire du triangle ? On comprend la place du parallélogramme, de la symétrie centrale dans le programme de 5^{ème}. On le voit, le savoir n'est pas sclérosé. On pourrait faire de même aux niveaux suivants ou précédents.

Références bibliographiques pour cet épisode.

CLAIRAUT Alexis. *Les Éléments de Géométrie de Clairaut*. Lambert et Durand, Paris, 1741. Réédition : J. Gabay, Paris, 2006.
Fac simile de l'édition de 1753, éd. Siloë, Laval, 1987.

LEBESGUE Henri. *La mesure des grandeurs*. Monographies de L'Enseignement Mathématique n° 1 Genève, 1935. Réédition : A. Blanchard, Paris, 1975.

Montmorillon, cité de l'Écrit et des Métiers du livre

L'aventure de la MACHINE à ÉCRIRE et à calculer

Gérée par l'association « Écriture et calcul », la Maison de l'Écriture et du Calcul se situe au cœur de la cité avec une exposition permanente : « L'aventure de la machine à écrire et à calculer » comprenant plus de 150 modèles dont certains insolites et d'autres centenaires, ancêtres des ordinateurs modernes d'aujourd'hui.

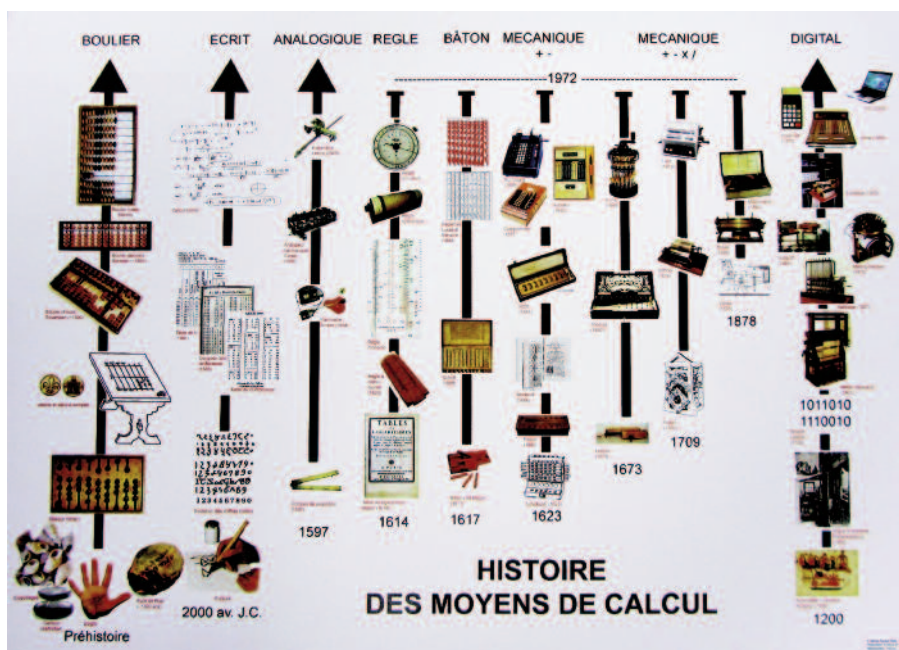
Collectionneuse, à l'origine, de machines à écrire, Jeanne Sala, présidente de l'Association, s'est intéressée aux machines à calculer et à l'histoire du calcul et a monté l'exposition. Cette exposition comprend des bouliers, des règles à calcul, les bâtons de Neper, une reproduction à l'identique de la

Pascaline, des arithmomètres, des machines à crosses, des planimètres...

Des stages de calcul portant sur les différentes machines sont organisés pour collégiens, lycéens et adultes ainsi que des visites commentées pour les classes et groupes d'adultes.

L'accès à la Maison de l'écriture et du calcul est libre et gratuit :

- du 1^{er} octobre au 31 mars :
du mercredi au dimanche
de 14h à 18h.
(ouvert tous les après-midi de
14h à 18h pendant les petites
vacances scolaires)
- du 1^{er} avril au 30 septembre :
du lundi au vendredi
de 14h à 18h.
(Samedis, dimanches
et jours fériés :
de 10h à 12h30 et de 14h à 18h)



<http://www.citedelecrit-montmorillon.com/aventure-machine-a-ecrire.php>

12 - 18 mars

Semaine nationale des Mathématiques

La semaine nationale des mathématiques initiée par le Ministère de l'Éducation et l'Inspection Générale de Mathématiques se déroulera du 12 au 18 mars. Les objectifs de cette manifestation sont annoncés sur le site <http://webpeda.ac-montpellier.fr/mathematiques/spip.php?article213>

Afin de sensibiliser les élèves, l'IREM de Poitiers et la Régionale APMEP de Poitou-Charentes ont conçu un certain nombre d'affiches portant sur des casse-tête ou énigmes, destinés aux établissements afin de susciter la curiosité des élèves. Un des objectifs est d'interpeller les élèves afin que des discussions s'amorcent entre eux.

Ces affiches ont été conçues pour être mises dans des lieux fréquentés par les élèves : lieu d'attente aux self, lieux de détente, CDI etc.

Les 36 affiches dont vous avez ici un aperçu sont téléchargeables sur le site de l'IREM de Poitiers : <http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/promotion-des-maths/42/106-semaine-des-mathematiques-12-au-18-mars-2012>



Cédric VILLANI au Futuroscope

À la demande du LP21, dans le cadre du 25^{ème} anniversaire du parc du Futuroscope et la technopole associée, Cédric Villani, Médaille Fields 2010, fera part de sa passion et de son intérêt pour les mathématiques aux lycéens scientifiques et aux jeunes étudiants le vendredi 20 avril à 14h.

Actuellement, nous disposons d'une salle de 600 personnes. Le LP21 est en pourparlers avec la direction du Parc afin d'obtenir le Palais des congrès de 1200 places.

Nous pensons que cette rencontre intéressera les lycéens scientifiques de Poitiers et Châtellerauld et qu'elle peut susciter des vocations.

Nous vous tiendrons au courant par voie institutionnelle, mais aussi sur le site de l'APMEP, de la salle que nous pourrions obtenir afin de pouvoir décider du nombre de places à allouer à chaque établissement. Ces derniers organiseront les transports scolaires de leurs élèves.

Dominique Gaud.



40 années de recherches sur l'enseignement des mathématiques

La semaine du 12 au 18 mars a été déclarée semaine des mathématiques, avec notamment un congrès à Lyon, dédié à l'enseignement de cette discipline à l'école primaire et au collège.

Elle coïncide avec les 40 ans de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) de Poitiers créé par courrier ministériel le 23 mars 1972. À l'époque, un IREM avait été créé dans chaque académie pour accompagner la réforme dite des mathématiques modernes.

Organisés en réseau national, mais rattachés chacun à une université, ces instituts poursuivent leur mission de recherche sur l'enseignement et de formation (initiale et continue) des enseignants.

Au début, il fallait former les enseignants aux mathématiques modernes, et la recherche était donc centrée sur les contenus. Puis est arrivé le collège unique et l'objectif de 80% d'une classe d'âge au bac, ce qui a induit l'émergence de la didactique [mieux comprendre comment aider tous les élèves à apprendre] et de l'épistémologie [comment se sont créées et s'organisent les mathématiques que nous enseignons].

Mais actuellement, la grande majorité des élèves n'est plus réceptive aux méthodes usuelles d'enseignement, ce qui motive de nouvelles recherches. Depuis cinq ans, l'IREM de Poitiers, en lien avec la Commission Inter-IREM didactique et une équipe de l'INRP, devenu Institut Français de l'Éducation, propose de renouveler les bases de l'enseignement en l'organisant, non à partir de contenus juxtaposés, mais de grandes questions auxquelles les notions du programme permettent d'apporter des réponses. Nous espérons mieux faire passer ainsi aux élèves le sens profond des mathématiques et leur rôle dans l'étude de questions que se posent les hommes.

Cette recherche aboutit déjà à des publications couvrant l'ensemble du programme de sixième, et une grande partie du programme de seconde. Elle se poursuit activement sur les autres niveaux du collège et du lycée, encouragée par les avis très positifs de tous ceux qui ont expérimenté nos propositions.

Jean Souville, directeur de l'IREM.

Quelques dates qui ont jalonné l'histoire de l'IREM :

1969 : réforme des mathématiques modernes, 1972 : création de l'IREM de Poitiers.

1975 : loi Haby sur le collège unique.

1985 : rédaction (avec la commission Inter IREM 1^{er} cycle) des suivis scientifiques sur le programme du collège.

1990 : mise en place des IUFM, notamment de la formation des « PLC2 ».

1999 : première brochure « Enseigner les mathématiques ».

2005 : début de la recherche « Refonder l'enseignement des maths » CII didactique.

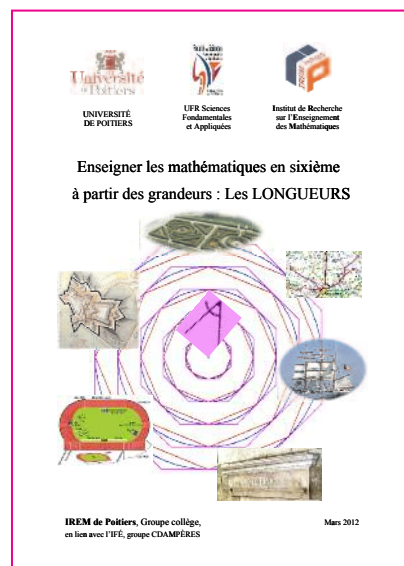
Octobre 2009 : première brochure « Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs ».

IREM : la sixième est bouclée...

L'équipe collège de l'IREM a la joie de vous annoncer qu'elle a terminé la rédaction de sa 6^e et dernière brochure sur l'enseignement en sixième, intitulée : « Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les longueurs ». Celle-ci est encore au tirage, mais devrait être rapidement disponible au prix de 10 € (14€ port compris). L'ensemble des six brochures le sera au prix de 50 € (57 € port compris)...

Sur le même modèle que les cinq autres brochures, celle-ci propose une étude structurée autour des étapes de la construction de la grandeur « longueur ». Ses quatre grandes parties sont conçues comme des éléments de réponses à quatre grandes questions : comment comparer des longueurs, comment partager des longueurs, comment mesurer des longueurs, comment calculer des longueurs. La démarche proposée est intégrative de nombreuses compétences du programme qui retrouvent ainsi une place naturelle et leur donne du sens. C'est tout particulièrement le cas pour les périmètres, le cercle et sa longueur, les figures géométriques, mais aussi le calcul et le système décimal. Pour la mettre en œuvre dans la classe, nous avons élaboré une banque de situations pour chacune des quatre grandes parties qui nous sert de ressources pour choisir nos activités d'étude, nos exercices et les sujets de nos devoirs. Ces situations sont ancrées dans la vie présente et passée des hommes.

Ce travail s'inscrit dans un projet plus global de restructuration de tous les contenus du programme de sixième autour des grandeurs. Angles, durées, aires, prix, volumes, longueurs, constituent les six chapitres que nous avons choisis pour traiter le programme de la classe de sixième dans son intégralité.



23^e congrès MATH.en.JEANS

du 30 mars au 1^{er} avril à Poitiers.



L'université de Poitiers accueille sur le campus (avenue du recteur Pineau) du vendredi 30 mars au dimanche 1^{er} avril, 700 jeunes collégiens et lycéens pour le 23^e congrès MATH.en.JEANS, intitulé « **Mes maths sans boss** ».

Il se déroulera dans le bâtiment de physique (B24, B3) de la Faculté des Sciences. L'inauguration et les conférences plénières auront lieu dans le grand amphithéâtre (amphi 800) de la fac de Droit (bâtiment A1).

Le congrès est ouvert à tous. N'hésitez pas à y faire un tour et à y faire venir vos élèves... Voir <http://congres.mathenjeans.fr/> pour tous les détails, notamment le programme.

Vous y trouverez sans aucun doute de nombreuses idées pour alimenter vos enseignements ou les dispositifs (IDD, MPS, TPE,...) liés à la démarche scientifique... Mais surtout la joie de voir comment ces jeunes sont passionnés par les Maths...

Rappelons que l'objectif de MATH.en.JEANS est l'émergence chez les élèves d'un rapport positif, dynamique et juste aux mathématiques, et ceci par l'apprentissage, l'usage et l'aboutissement d'une démarche scientifique.

Chaque semaine à partir de septembre, des élèves volontaires et des enseignants de deux établissements jumelés travaillent en parallèle sur des sujets de recherche mathématique proposés par un chercheur. Ils se rencontrent plusieurs fois dans l'année, à l'occasion de « séminaires » pour partager leurs idées, leurs hésitations, leurs méthodes de travail.

Moment fort du dispositif, le congrès annuel réunit ces acteurs, jeunes, professeurs et chercheurs. Cette année, le congrès a lieu en même temps à Poitiers et à Lille.

À Poitiers, ils seront 700 jeunes et 150 enseignants et chercheurs de la partie Ouest de la France, et d'Ile de France. À Lille, environ autant du Nord, de l'Est, du Sud-Est, et aussi de Belgique et du Luxembourg. Enfin, ceux du reste de l'Europe iront à Copenhague du 19 au 22 avril...

Pendant trois jours, les jeunes y concrétisent leur travail d'une année, présentent leurs résultats et les soumettent à l'épreuve de la critique, au moyen de posters et d'animations sur leur stand du forum et sous forme d'exposés en amphithéâtre. Ils peuvent ainsi échanger avec les autres chercheurs en herbe, avec des chercheurs professionnels, ainsi qu'avec le public, étudiants et universitaires, visiteurs des établissements voisins.

Ils ont aussi chaque jour l'occasion d'écouter une conférence plénière d'un scientifique reconnu. À Poitiers, interviendront Alessandra SARTI (vendredi à 14h30) Julien MICHEL (samedi à 14h) et Camille LAURENT (dimanche à 13h30). Alessandra et Julien sont des responsables d'équipe du laboratoire de Mathématiques de Poitiers, Camille en faisait partie jusqu'à l'été dernier, et est maintenant à Metz.

Camille a animé pendant plusieurs années des ateliers MATH.en.JEANS notamment au LISA d'Angoulême, au lycée du Bois d'Amour (Poitiers) et au lycée St-Joseph de Bressuire. Julien a pris cette année la relève.

Ont également cette année des équipes Maths en Jeans : le collègue Ronsard (Poitiers) avec Nicolas James (université de Poitiers), celui de La Tremblade avec Gilles Bailly Maitre (université de la Rochelle) et les collègues Jules Verne et Marguerite de Valois d'Angoulême avec un chercheur de l'université de Bordeaux.

Vous avez compris : ce congrès du vendredi 30 mars au dimanche 1^{er} avril est un rendez-vous à ne pas manquer...



(N.D.L.R.) « *Comment se propage le feu ?* » : c'est par cette simple question que commença la présentation d'un des sujets proposés par Julien Michel, enseignant - chercheur de l'Université de Poitiers, aux élèves et enseignants d'Angoulême et de Bressuire. « *Dans un empilement au hasard de briques simples, quelle est la géométrie des trous qui apparaissent ?* », telle était la deuxième question (dont une formulation plus simple serait associée au célèbre jeu de Tetris).

C'était le début de l'article que vous avez pu lire dans le dernier numéro de Corol'aire (n° 87) consacré aux ateliers MATH.en.JEANS du lycée Saint-Joseph de Bressuire et du lycée de l'Image et du Son d'Angoulême.

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse : frederic.deligt@gmail.com

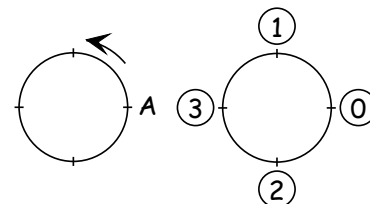
Des problèmes

88-1 de Jean-Christophe Laugier (Rochefort) :

Soit dans l'espace cinq demi-droites issues d'un même point. Montrer que l'angle de deux d'entre elles est au plus égal à un droit.

88-2 de Serge Parpay (Niort) :

« J'ai les jetons » (épreuve de seconde du Rallye Mathématique Poitou-Charentes 2012) :
On a un cercle de périmètre 4 et quatre jetons numérotés 0, 1, 2 et 3. On part de A en y mettant le jeton 0 ; on tourne de 1 et on place le jeton 1, on tourne de 2 et on place le jeton 2, enfin on tourne de 3 et on place le jeton 3. On constate que les quatre jetons occupent les quatre places...



Montrer que plus généralement, les n places sont occupées par les n jetons pour $n = 2^p$, p entier.
Pour $n \neq 2^p$, p entier, il y a des places vides et certaines places sont occupées par plusieurs jetons.

88-3 de Jacques Chayé (Poitiers) :

Soit ABC un triangle. Soient I, J et K les milieux de [BC], [CA] et [AB] respectivement. M est un point de [BC], N est un point de [CA] et P est un point de [AB]. Soient enfin M' le symétrique de M par rapport à I, N' le symétrique de N par rapport à J et P' le symétrique de P par rapport à K.

Démontrer que les triangles MNP et M'N'P' ont la même aire.

Des solutions

84-4 de Jacques Chayé :

Extrait de *Géométrie. Classe de Mathématiques*. Maillard et Millet (1951, n° 253).
Construire trois cercles orthogonaux deux à deux ayant pour centre trois points donnés.

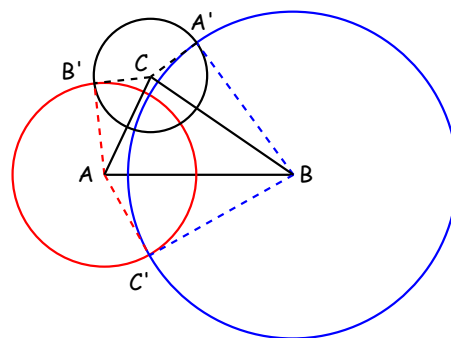
Solution de Louis Rivoallan :

Les notations utilisées sont les suivantes : $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$; r_A , r_B , r_C sont les rayons des cercles de centres A, B et C.

Les centres des cercles cherchés étant connus, il suffit de trouver les rayons. Par définition des cercles orthogonaux, les rayons des cercles sont perpendiculaires. Les triangles BCA' , CAB' , ABC' sont donc rectangles respectivement en A' , B' , C' .

Le théorème de Pythagore permet d'obtenir le système :

$$\begin{cases} r_B^2 + r_C^2 = a^2 \\ r_C^2 + r_A^2 = b^2 \\ r_A^2 + r_B^2 = c^2 \end{cases} \quad \text{On en déduit} \quad \begin{cases} r_A^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} \\ r_B^2 = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \\ r_C^2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \end{cases}$$



D'après la formule des cosinus, il apparaît alors que $r_A^2 = bc \cos \hat{A}$.

Par suite $\cos \hat{A} > 0$ et l'angle $\hat{A}$ doit être aigu. Il en est de même pour les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$.

Les longueurs a , b , c étant connues, il est aisé de déterminer r_A , r_B , r_C par des manipulations géométriques élémentaires.

La preuve, j'ai pu réaliser la figure avec un logiciel de géométrie !
Mais n'y aurait-il pas plus simple ?

Tout d'abord on peut remarquer que la puissance de C par rapport au cercle de centre A est $b^2 - r_C^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$ et que

la puissance de ce même point C par rapport au cercle de centre B est $c^2 - r_B^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$. Autrement dit C a la même

puissance par rapport à ces deux cercles, donc il appartient à leur axe radical. Nul n'ignore que celui-ci est perpendiculaire à la ligne des centres. Donc la hauteur issue de C dans le triangle ABC est cet axe radical.

Cet axe passe également par les points d'intersection des deux cercles. Or ces points d'intersection appartiennent également au cercle de diamètre $[AB]$: il s'agit donc des points d'intersection de ce cercle avec la hauteur issue de C . Dès lors la construction est simple.

Solution de l'auteur :

Soit A , B et C trois points. Pour qu'un cercle de centre A et un cercle de centre B soient orthogonaux, il faut et il suffit qu'ils se coupent en deux points C' et C'' du cercle de diamètre $[AB]$. Pour qu'un troisième cercle de centre C soit orthogonal à chacun des deux autres cercles il est nécessaire :

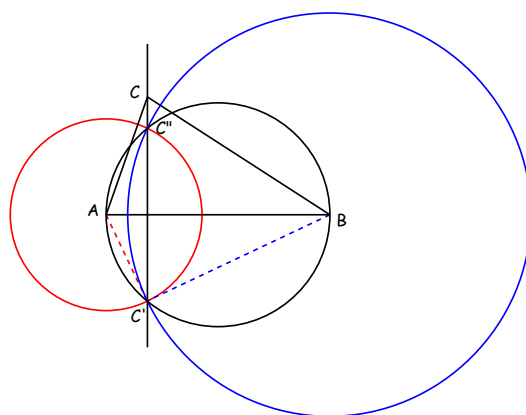
que C soit sur $(C'C'')$; ceci n'est possible que si $\hat{B}$ et $\hat{A}$ sont aigus (sinon, C se projetterait en dehors du segment $[AB]$) que C n'appartienne pas au segment $[C'C'']$; ceci n'est possible que si $\hat{C}$ est aigu (sinon, cet angle, interceptant le même demi-cercle que l'angle $\widehat{AC''B}$, serait intérieur au cercle de diamètre $[AB]$ et appartiendrait donc à $[C'C'']$).

Si ces conditions sont remplies, il existe un et un seul cercle de centre C convenable :
il passe par les points d'intersection A' et A'' du cercle de diamètre $[BC]$ et de la hauteur issue de A du triangle ABC
il passe par les points d'intersection B' et B'' du cercle de diamètre $[AC]$ et de la hauteur issue de B du triangle ABC .

En résumé, à condition que le triangle ABC n'ait que des angles aigus, il existe trois cercles et trois seulement orthogonaux deux à deux et ayant pour centre A , B et C respectivement.

En résumé, à condition que le triangle ABC n'ait que des angles aigus, il existe trois cercles et trois seulement orthogonaux deux à deux et ayant pour centre A , B et C respectivement.

En résumé, à condition que le triangle ABC n'ait que des angles aigus, il existe trois cercles et trois seulement orthogonaux deux à deux et ayant pour centre A , B et C respectivement.



85-2 de Jacques Chayé :

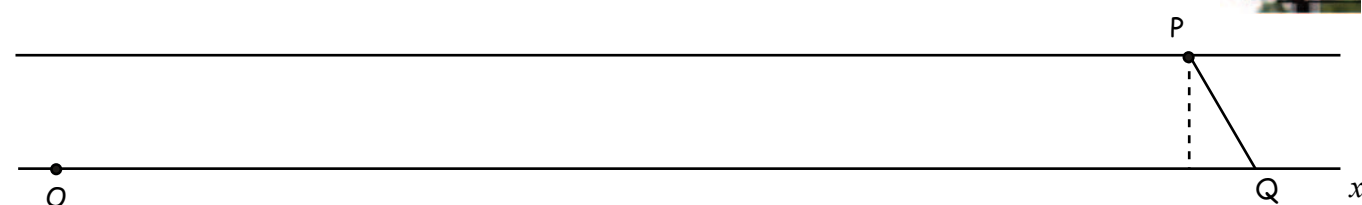
Un piéton marche à gauche sur le bord d'une route rectiligne large de 10 mètres, à la vitesse de 6 km/h. Une fois au point P , il se prépare à changer de côté, mais à 100 mètres derrière, arrive une voiture à la vitesse de 50 km/h. Si la voiture et le piéton conservent leurs vitesses, quel(s) point(s) du bord droit de la route celui-ci doit-il chercher à atteindre en ligne droite pour éviter l'accident ?

On modélisera le problème en assimilant voiture et piéton à des points.

Solution de l'auteur :

ATTENTION EN TRAVERSANT

Orientons la trajectoire de la voiture dans le sens de son déplacement et choisissons pour origine le point O où elle se trouve quand le piéton se prépare à traverser.



Soit Q un des points à éviter et soit q son abscisse. Le temps pour arriver en Q est égal, pour la voiture, à $\frac{q}{50}$, et pour le piéton,

à $\frac{PQ}{6}$. D'autre part, $PQ = \sqrt{(q-100)^2 + 10^2}$. La condition $\frac{q}{50} = \frac{PQ}{6}$ peut donc s'écrire :

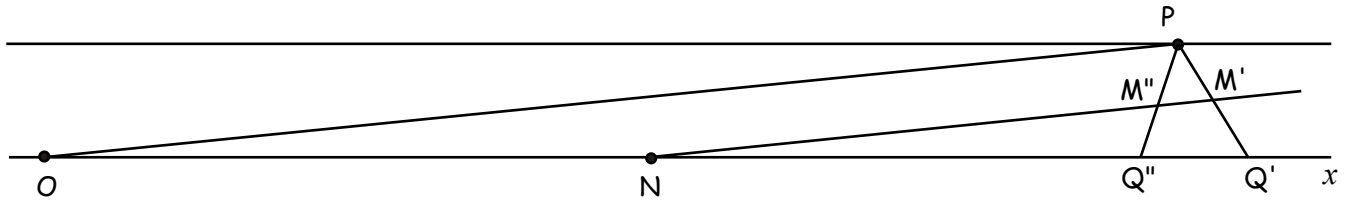
$36 q^2 = 2500 (q^2 - 200q + 10100)$, ou encore, après simplification : $616 q^2 - 625 \times 200 q + 625 \times 10100 = 0$.

Le discriminant réduit est $\Delta' = (625 \times 100)^2 - 616 \times 625 \times 10100 = 25^2 \times 28400$.

Les deux solutions sont $q' = \frac{62500 + 25\sqrt{28400}}{616} \approx 108$ et $q'' = \frac{62500 - 25\sqrt{28400}}{616} \approx 95$.



Remarque 1 : Soient, à l'instant t : M' la position du piéton s'il choisissait $[PQ']$
 M'' la position du piéton s'il choisissait $[PQ'']$
 N la position de la voiture sur Ox



$$\frac{\overline{ON}}{50} = \frac{\overline{PM'}}{6} \text{ et } \frac{\overline{OQ'}}{50} = \frac{\overline{PQ'}}{6} ; \text{ donc } \frac{\overline{ON}}{\overline{OQ'}} = \frac{\overline{PM'}}{\overline{PQ'}}.$$

La réciproque de l'énoncé de Thalès nous permet de conclure : $(OP) // (NM')$.

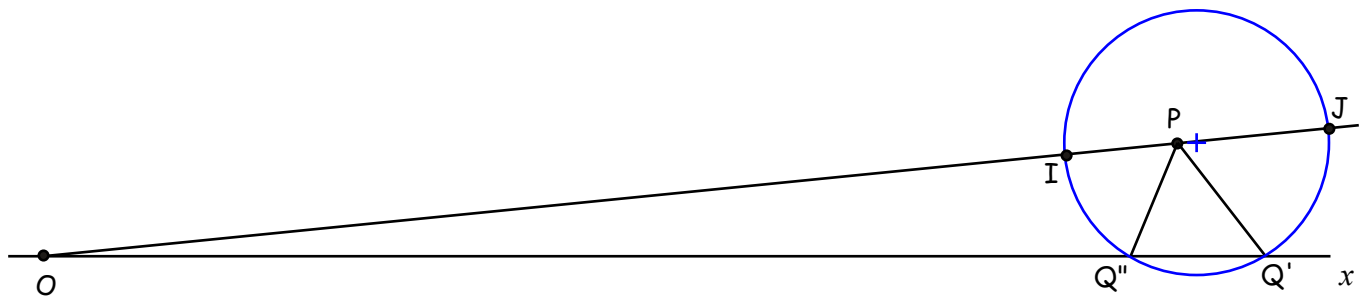
On a de même : $\frac{\overline{ON}}{\overline{OQ''}} = \frac{\overline{PM''}}{\overline{PQ''}}$ et par suite : $(OP) // (NM'')$.

Les points N , M' et M'' sont donc alignés.

Remarque 2 : Construction géométrique des points Q' et Q'' .

Les rapports $\frac{Q'O}{Q'P}$ et $\frac{Q''O}{Q''P}$ sont tous les deux égaux à $\frac{50}{6} = \frac{25}{3}$.

Les points Q' et Q'' font donc partie du lieu des points dont le rapport des distances à O et P est égal à $\frac{25}{3}$, c'est-à-dire le cercle de diamètre $[IJ]$, I désignant les barycentres de $(O; 3)$ et $(P; 25)$ et J le barycentre de $(O; 3)$ et $(P; -25)$.



Remarque 3 : Cette situation peut donner lieu à un autre type de problème. Par exemple : au lieu d'imaginer que le piéton garde la même vitesse et doit choisir son point d'arrivée sur Ox , on peut envisager le cas où décidant d'arriver en un point R d'abscisse r sur Ox , il ait alors à choisir une vitesse évitant la rencontre avec la voiture.

Soit v la vitesse à éviter. On a : $\frac{PR}{v} = \frac{r}{50}$ ou encore $v = \frac{50PR}{r}$.

On peut donc exprimer v en fonction de r : $v = f(r) = \frac{50\sqrt{(r-100)^2 + 100}}{r}$.

Il n'est pas inintéressant d'étudier la fonction f .

$f'(r)$ est du signe de : $\frac{r-100}{\sqrt{(r-100)^2 + 100}} \times r - \sqrt{(r-100)^2 + 100}$

c'est-à-dire du signe de : h

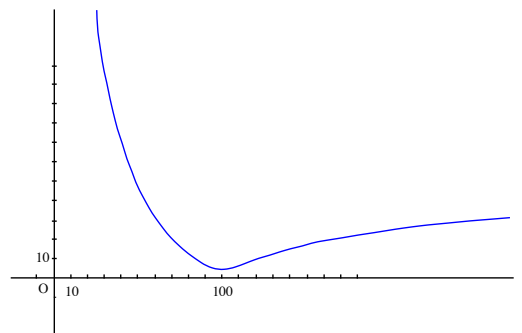
$$(r-100)r - (r-100)^2 - 100 = 100(r-101)$$

La fonction passe donc par un minimum pour $r = 101$, $f(101) = 4,975...$ [on n'est pas très loin du cas où le piéton traverse la perpendiculaire avec $f(100) = 5$].

87-3 de Frédéric de Ligt :

On partage la suite des entiers naturels de 1 à $2N$ en deux ensembles de N nombres. On ordonne les nombres du premier ensemble dans le sens croissant $a_1 < a_2 < ... < a_N$ et ceux du second dans le sens décroissant $b_1 > b_2 > ... > b_N$.

Montrer qu'alors $|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + ... + |a_N - b_N| = N^2$.



Solution de Philippe Rogeon :

Pour des raisons de symétrie, on peut supposer que N est dans l'ensemble A , en position k : il y a donc $k - 1$ éléments de A qui sont inférieurs à N , et $N - k$ qui lui sont supérieurs. Les k autres entiers sont alors dans l'ensemble B , et ne peuvent être que $b_1, \dots, b_k$. On a donc :

$$\begin{cases} a_1, \dots, a_{k-1} < N \\ a_k = N \\ a_{k+1}, \dots, a_N > N \end{cases} \quad \begin{cases} b_1, \dots, b_k > N \\ b_{k+1}, \dots, b_N < N \end{cases}$$

On calcule alors

$$\sum_{p=1}^N |a_p - b_p| = \sum_{p=1}^k (b_p - a_p) + \sum_{p=k+1}^N (a_p - b_p) = \underbrace{\left(\sum_{p=1}^k b_p + \sum_{p=k+1}^N a_p \right)}_{\text{Entiers de } (N+1) \text{ à } 2N} - \underbrace{\left(\sum_{p=1}^k a_p + \sum_{p=k+1}^N b_p \right)}_{\text{Entiers de } 1 \text{ à } N} = \sum_{p=1}^N (N+p) - \sum_{p=1}^N p = N \times N = N^2$$

Solution de l'auteur :

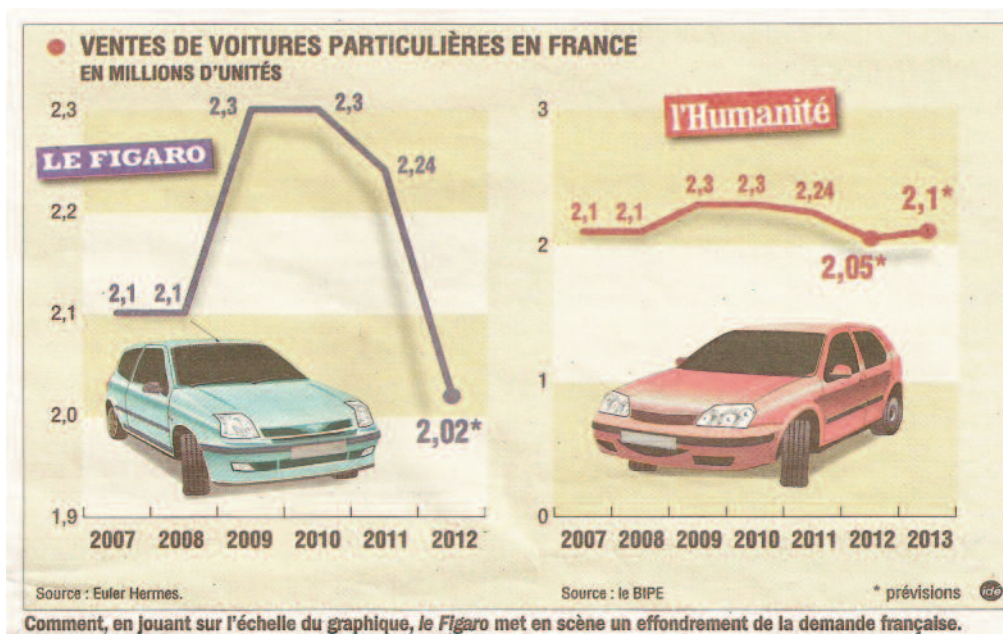
Pour chaque indice i entre 1 et N l'un des membres du couple $(a_i; b_i)$ est supérieur strictement à N tandis que l'autre est inférieur ou égal à N .

S'il n'en était pas ainsi et que, par exemple, il existait un indice i tel que a_i et b_i soient tous deux inférieurs ou égaux à N , alors au moins i éléments de A seraient inférieurs ou égaux à N ($a_1 < a_2 < \dots < a_i$) et au moins $N - i + 1$ éléments de B seraient de même inférieurs ou égaux à N ($b_i > b_{i+1} > \dots > b_N$). Mais cela ferait un total de $N + 1$ entiers non nuls distincts inférieurs ou égaux à N . Contradiction. On aboutirait à une semblable contradiction en supposant l'existence d'un indice i tel que a_i et b_i soient tous deux strictement supérieurs à N .

On a pour chaque indice i : $|a_i - b_i| = \sup(a_i; b_i) - \inf(a_i; b_i)$ avec $\sup(a_i; b_i)$ supérieur strictement à N et $\inf(a_i; b_i)$ inférieur ou égal à N . On a finalement :

$$\sum_{p=1}^N |a_p - b_p| = \sum_{p=1}^N (N+p) - \sum_{p=1}^N p = N \times N = N^2$$

**Comment
fait-on
parler
les graphiques ?!**



Comment, en jouant sur l'échelle du graphique, le Figaro met en scène un effondrement de la demande française.