

Histoire de longueur

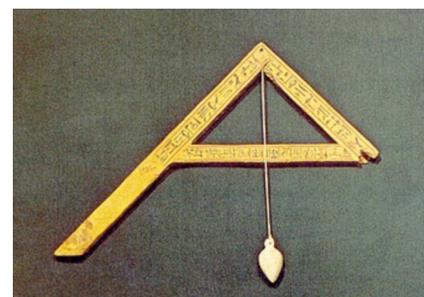
Jean-Paul Guichard & Jean-Paul Mercier

« Le constructeur a pris pour mesure ce qui lui était le plus facile, le plus constant, l'outil qu'il pouvait perdre le moins ; son pas, son pied, son coude, son doigt... » (Le Corbusier, 1922)

Deuxième épisode Longueurs en Égypte ancienne

Quelles unités de longueur et quels outils utilisaient ces bâtisseurs de pyramides ?

Nous connaissons tous la corde à 13 nœuds des arpenteurs égyptiens dénommés harpédonaptes (tendeurs de cordes), et leur équerre à fil à plomb.



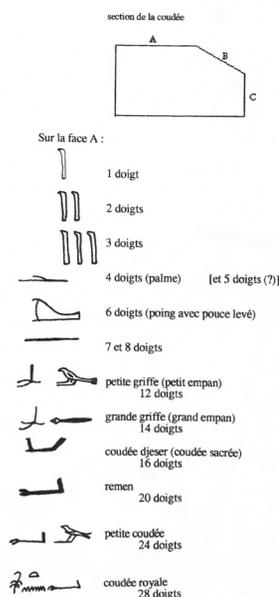
Coudée de Maya

Mais il y a aussi la coudée qui se présentait sous forme d'une règle. Les trois que l'on a retrouvées dans des tombeaux ont une section pentagonale (rectangulaire avec un angle biseauté) : la coudée de Maya en bois (musée du Louvre), celle de Khâ en or (musée de Turin), celle de Houy en schiste (musée du Caire). Ce sont des coudées royales, ou grandes coudées, d'une longueur d'environ 52,4 cm.

Représentation à plat des faces gravées de la coudée de Khâ, dite de Turin



En étudiant la graduation d'une de ces coudées royales, celle de Houy, nous voyons à la fois la technique de graduation, qui part du doigt, et les diverses unités de longueurs inférieures à la coudée.



De haut en bas sur la face B.

- 16 doigts dont la longueur forme la coudée sacrée.
- Suivent 3 espaces de 4 doigts (soit 3 paumes ou palmes : la paume vaut « naturellement » 4 doigts).
- Donc la coudée royale contient 28 doigts ou 7 paumes (1 doigt \approx 1,87 cm, 1 paume \approx 7,48 cm).
- Chacun des 15 premiers doigts est partagé en parties égales : 2 pour le premier, 3 pour le suivant, jusqu'à 16 pour le quinzième. Les fractions de doigt sont inscrites au dessus des graduations : $1/2$, $1/3$, $1/4$, jusqu'à $1/16$. La plus petite graduation de la coudée est donc très proche de notre millimètre.

De haut en bas sur la face A.

On trouve, au fur et à mesure les noms des différentes unités que l'on peut lire sur la description ci-contre : doigt, paume (ou palme), petite griffe (ou empan), grande griffe (ou empan), coudée sacrée (djoser), coudée remen, petite coudée, coudée royale.

En doigts : 1, 4, 12, 14, 16, 20, 24, 28.

On remarquera la place du nombre 7 au cœur de la fabrication de la coudée, et le fait que tous les nombres de 2 à 8 se retrouvent comme diviseurs des différentes unités.

Les subdivisions de la coudée royale permettent alors aux scribes de fabriquer de façon simple des tables de conversions de quantités (fractions de numérateur 1) à partir du doigt qui vaut $1/28$ de coudée.

Exemple :

paumes	doigts	doigts	coudées
1	4		1/7
2	8	7 + 1	2/7 = 1/4 + 1/28
3	12	7 + 4 + 1	3/7 = 1/4 + 1/7 + 1/28
4	16	14 + 2	4/7 = 1/2 + 1/14
5	20	14 + 4 + 2	5/7 = 1/2 + 1/7 + 1/14
6	24	14 + 7 + 2 + 1	6/7 = 1/2 + 1/4 + 1/14 + 1/28
7	28		7/7 = 1

D'après le tableau :
 $1 = 1/2 + 1/4 + 1/7 + 1/14 + 1/28$
 (1 coudée = 6 paumes + 1 paume).
 Mais :
 $1 = 1/2 + 1/4 + 1/4$
 Donc :
 $1/4 = 1/7 + 1/14 + 1/28$

Cette conversion est par exemple utilisée dans le problème 33 du papyrus Rhind.

La subdivision de la coudée royale que nous venons de voir fournit aussi les côtés d'un triangle rectangle : petite griffe (12 doigts), coudée sacrée (16 doigts), coudée remen (20 doigts). On a ainsi un agrandissement du triangle 3-4-5, donc l'angle droit, et la pente des pyramides telles que Khéphren. Le remen correspond à la demi-diagonale d'un carré d'une coudée de côté, ce qui revient à prendre 10/7 pour valeur approchée de $\sqrt{2}$, valeur approchée que l'on trouve dans le traité d'architecture de Philibert De l'Orme (1648) ; ce que l'on peut aussi rapprocher de l'une des approximations rationnelles de $\sqrt{2}$ donnée par Théon de Smyrne : 7/5.

La coudée royale (distance entre le bout du majeur et la pointe du coude) était l'unité de base pour la mesure et le calcul des longueurs. Par exemple les talatates utilisés dans la construction des palais étaient des blocs de pierre dont la longueur était d'une coudée et la largeur et la hauteur d'une demi-coudée.

La petite coudée (24 doigts \approx 45 cm) est la coudée classique, héritage des Mésopotamiens.

La coudée sacrée (16 doigts \approx 30 cm) est aussi le pied.

Autre dénominations : le pouce (2 doigts), la main (5 doigts), le poing (6 doigts \approx 11,2 cm), et le poing 1/3 de pied (\approx 10 cm).

Voyons maintenant les multiples de la coudée qui étaient des unités d'arpentage et itinéraires :

- Le bâton de corde ou corde ou arpent (khet ou hayt) : 100 coudées royales (\approx 52,35 m). C'était la longueur de la corde d'arpentage.

- la rivière (iterou) : 200 cordes ou 20 000 coudées royales (\approx 10, 470 km).

Au Moyen Empire les Égyptiens estimèrent la longueur de leur pays (d'Éléphantine à Béhédet) à 106 iterou (\approx 1110 km).

Autres unités de longueur :

- dans l'artisanat était utilisée la perche qui valait une coudée un quart (35 doigts \approx 65 cm)

- la canne valait 7/3 de pied (\approx 70 cm)

- la coudée nubienne ou nibou valait 4 pieds (\approx 1,2 m)

- la brasse valait 6 pieds (\approx 1,8 m)

- le stade qui valait 500 pieds (\approx 151,2 m) est d'origine grecque et fut introduit tardivement sous les Ptolémée.

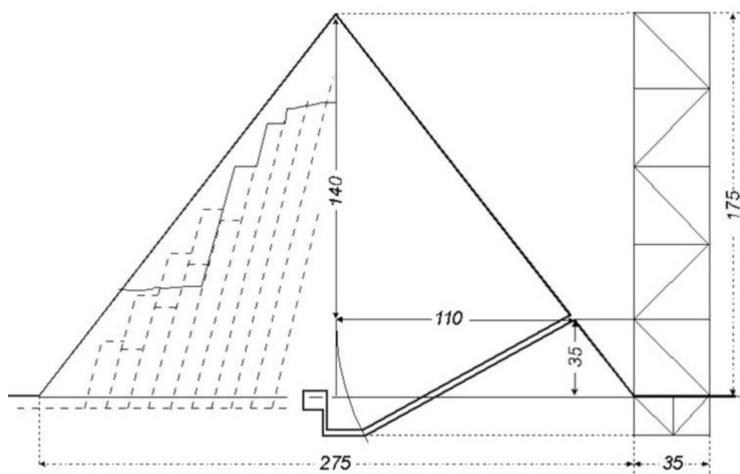
On voit ainsi deux systèmes de mesure des longueurs : l'un basé sur la coudée royale, et l'autre sur la coudée sacrée ou pied.

Les dimensions des pyramides (en coudées royales)

Pyramide	Côté	Hauteur
Khéops	440	280
Khéphren	410	275
Mykérinos	202	126
Meïdoum	275	175
Dahchour	360	200
Djéser (mastaba initiale)	120	16

Ci-contre :

Dimensions de la pyramide de Meïdoum en coudées royales par l'égyptologue John Legon



COROL'AIRE est envoyé par courrier électronique aux adhérents et abonnés.

Ceux qui veulent recevoir une version papier (sans la couleur !) peuvent envoyer un chèque de 8 € (abonnement pour un an) à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes, à

Jacques CHAYÉ
 5 rue Émile Faguet
 86000 POITIERS