

Géométrie de la propagation des feux Empilements aléatoires

« Comment se propage le feu ? » : c'est par cette simple question que commença la présentation d'un des sujets proposés par Julien Michel, enseignant - chercheur de l'Université de Poitiers, aux élèves et enseignants d'Angoulême et de Bressuire. « Dans un empilement au hasard de briques simples, quelle est la géométrie des trous qui apparaissent ? », telle était la deuxième question (dont une formulation plus simple serait associée au célèbre jeu de Tetris). D'autres sujets suivirent, d'autres questions, mais quelques semaines plus tard, c'est sur ces sujets que les élèves vinrent présenter, le 1^{er} décembre à l'IUFM de Poitiers, les résultats de leur recherche.

Posons en quelques mots les deux modèles :

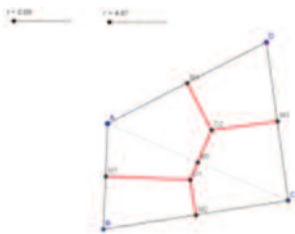
Propagation des feux : on bote le feu en un ou plusieurs points du plan, et l'on fait l'hypothèse que, partant d'un point, le feu se propage à vitesse constante identique dans toutes les directions, par ailleurs lorsque deux fronts de flamme se rencontrent, la propagation cesse en ces points de contact : un des buts est d'étudier la géométrie de ces ensembles de points.

Empilements aléatoires : des briques de taille 2×1 tombent verticalement dans un puits de largeur N , l'abscisse du centre de chaque brique étant un entier compris entre 1 et $N-1$, tiré uniformément. Dès qu'une brique touche (par sa face inférieure) un élément précédent (ou le sol) elle s'arrête (tous les équilibres sont supposés stables).

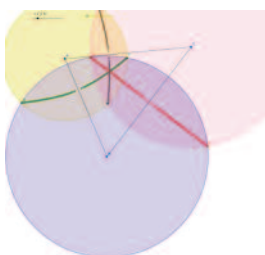
Les élèves se sont approprié ces questions en partant dans des directions comme toujours imprévues et riches de surprises, ce bref compte-rendu va essayer de rendre la richesse de leur travail.

Les élèves de Bressuire, sous la surveillance bienveillante de Gilles Maréchal, se sont posés, en s'aidant de Geogebra, des questions de géométrie et de combinatoire :

- mise en évidence du rôle des médiatrices et de leurs points d'intersection ;
- en allumant des feux en 3, 4, 5 ou 6 points distincts, quelle est la combinatoire des points où plusieurs fronts se recoupent, et quelle conjecture en tirer pour un nombre quelconque de sources ?
- apparition des hyperboles par une définition métrique dans le cas où deux foyers sont allumés à des instants distincts...



Lieux de rencontre de quatre feux en départ simultanés



Lieux de rencontre de trois feux dont deux décalés

Les élèves du LISA ont de leur côté avec leurs professeurs Cédric Jossier et René Pilato abordé d'autres points de vue,

- en s'interrogeant sur la possibilité du contrôle d'un feu par des contre-feux, par une approche plus analytique des lignes d'intersection des fronts de flamme ;
- sur l'optimisation du positionnement des contre-feux pour protéger une surface, ou pour calculer puis minimiser une surface brûlée...

Les empilements de briques ont été étudiés par les élèves d'Angoulême selon plusieurs approches.

Ce problème, qui présente probablement plus de difficulté théorique, leur a permis de mettre en action des algorithmes de simulation avec Algobox pour conjecturer des propriétés qualitatives du modèle. Les observations issues de la simulation, arrêtée lorsque l'on atteint une hauteur donnée h , montrent des fluctuations numériques de la proportion d'espace vide qui :

- croît en fonction de la largeur l ;
- décroît en fonction de la hauteur h .

Ces simples observations sont très pertinentes et riches pour le modèle, elles permettent d'illustrer des problématiques de recherche académique actives dans le domaine de la géométrie stochastique et des *processus d'agrégation*.

D'autres angles d'attaque ont aussi été abordés qui, pour un chercheur probabiliste, prennent un sens profond : par exemple, la propagation de l'information et les propriétés d'indépendance et d'ergodicité, ou des bizarreries telles que ce zig-zag dans la fluctuation de la densité en fonction de la largeur de boîte lorsque l'on y jette un nombre constant de briques !

La quantité de travail déjà fournie par les élèves augure de belles perspectives pour la grande fête de Maths en Jeans qui aura lieu à Poitiers au printemps !



MATH.en.JEANS lycée s'est réuni pour son premier "séminaire" le jeudi 1^{er} décembre