# Edito

## *La formation continue… d'être malmenée*

Il reste apparemment *des gens* qui ne sont pas convaincus que les temps de formation, en plus d'être légaux, sont indispensables pour une pratique quotidienne plus sereine et pour un plus grand professionnalisme : nous avons tous besoin de ces temps d'échanges entre professeurs pour partager nos difficultés et nos réussites dans nos classes. Nous avons également besoin de moments qui nous permettent de prendre de la hauteur, afin d'améliorer ponctuellement —voire repenser globalement— l'organisation de notre enseignement des mathématiques.

Pourtant, le plan académique de formation de notre Région n'a pas pu pour l'instant se dérouler tout à fait selon l'organisation attendue, en raison d'une forte baisse des moyens par rapport aux prévisions initiales. Ainsi, le nombre de stages, déjà fort réduit, a-t-il déjà été revu à la baisse. C'est collectivement qu'élèves et enseignants seront encore pénalisés, directement ou indirectement.

La litanie des restrictions budgétaires - *inévitables pour une meilleure santé des finances publiques* - est en passe d'être le tube de l'année, que dis-je, le tube de la décennie ! Pour reprendre une citation d'un courrier de lecteurs qui me paraît tout à fait bien décrire la société dans laquelle nous nous enlisons, « *on rassure les marchés et on gère les enfants* »… Détestable permutation des mots et des idées !

Voila dix ans, nous avons vécu le passage à l'euro. Je vous souhaite pour 2012 un passage à l'heureux.

Nicolas Minet

SOMMAIRE




**A**ssociation des **P**rofesseurs de **M**athématiques de l' **E**nseignement **P**ublic

*Régionale de Poitou-Charentes*

n°87

Décembre 2011

**COROL'AIRE**

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : http://apmep.poitiers.free.fr/
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

| | |
|---|---|
| Directeur de la publication ......... | Nicolas MINET |
| Comité de rédaction … | F. de LIGT, L-M BONNEVAL N. MINET, J. FROMENTIN, |
| Imprimerie .............. | IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX |
| Éditeur .................. | APMEP Rég. Poitou-Charentes |
| Siège social ............. | IREM, Faculté des Sciences, Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX |
| Dépôt légal .................. | Décembre 2011 |

# *Vie de l'association*

## *Rallye Mathématique Poitou-Charentes   21 02 2012*

## *Des outils pour tracer*

L'équipe « Rallye » s'est enrichie d'un nouveau membre : il s'agit de Corinne Parcelier, enseignante à Cognac au collège Élisée Mousnier. Nous lui souhaitons la bienvenue.
Dès la rentrée scolaire, l'équipe a préparé l'épreuve d'entraînement pour les cinq niveaux concernés, de la $6^{\text{ème}}$ à la $2^{\text{nde}}$.
Cette épreuve d'entraînement accompagnée d'éléments de solutions, des consignes pour le déroulement de l'épreuve, du compte rendu de l'épreuve 2011 et du bulletin d'inscription à l'épreuve 2012 a été envoyée dans les établissements le 15 novembre 2011.
Le thème retenu pour 2012 est : « **Des outils pour tracer** ».
Si vous n'avez toujours pas reçu l'épreuve d'entraînement et les documents joints, vous pouvez aller sur le site de la Régionale où vous les trouverez ainsi que les compléments et aides à la préparation du rallye.
La date limite d'inscription était le 14 décembre 2011. Mais vous pouvez encore envoyer un bulletin d'inscription par courrier électronique (fromentin.jean@numericable.fr) jusqu'au 25 janvier 2012.
Soyez nombreux à inscrire vos classes pour le 21 février 2012, superbe « date palindrome » !

Chantal Gobin

## MATH EN MARCHE

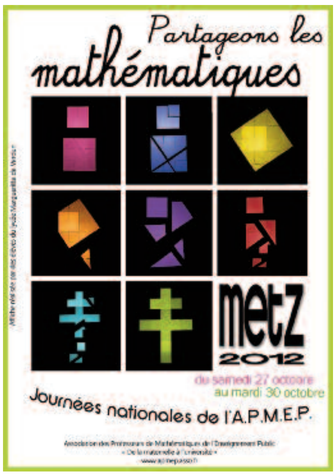
### c'était à **Grenoble**

les 22, 23, 24 et 25 octobre derniers.

Ouverture des Journées : 600 professeurs de mathématiques venus de toute la France et de l'étranger.

Après une journée studieuse, rendez-vous au restaurant. C'était avant le repas...!!

Il faut en effet penser à 2012 ! Les Lorrains aux couleurs de la mirabelle nous invitent à venir « partager les Mathématiques ».




## PARTAGEONS LES MATHÉMATIQUES

### ce sera à **Metz**

les 27, 28, 29 et 30 octobre 2012.

le rauminé LIBERE

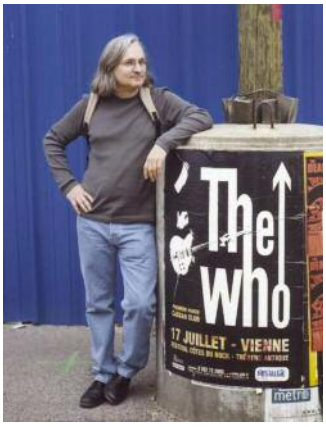
**Edition annuelle de journal**

**de l'Education - pour l'instant - Nationale**

## EVENEMENT ! EN CONFERENCE INAUGURALE, ETIENNE GHYS BOULEVERSE LES MONDES !

***Automobile*** : Etienne Ghys plombe l'image euclidienne de Renault !!! Renault a dû rappeler les modèles de tracteurs de sa filiale « *Poincaré* » pour des réclamations ; il semble en effet que les tracteurs rapetissent au fur et à mesure qu'ils s'approchent des bords des champs circulaires.

***Technologies*** : Etienne Ghys le clame : « *Internet n'est pas euclidien* ! » Sa preuve : « *plus tu cherches vite une information planquée sur un site lointain, plus t'es pas près de la trouver !* »




## NOMINATION AU MINISTERE

***Voltaire Marnier***, responsable du groupe P.I.Q.O.R. * à l'APMEP, vient d'être contacté par LUC CHATEL lui-même pour développer le calcul mental dans la vraie vie, et notamment au restaurant.
Le ministre le rappelle à notre micro : « *le calcul est un sujet qui me concerne depuis toujours : déjà tout petit à l'école, on m'appelait par mon anagramme :* CALCULETH… »

* **P**oitevin **I**dentifiant les **Q**uatre **O**pérations au **R**estaurant

## STATISTIQUES

50 % des présidents* de Régionale APMEP Poitou-Charentes ont un prénom composé et 25% s'appellent Frédéric de Ligt.

(*) d'après un sondage issu d'un échantillon représentatif des présidents de la Régionale obtenu selon la méthode des choix arbitraires

## BREVES DE COMPTOIR

Cyclisme :
Les écarts se sont creusés lors de l'étape du restaurant dimanche soir dans les rues de Grenoble ; « *c'est dur mais c'est souvent que le Tour se joue dans les Alpes* » a reconnu sportivement notre ex-président ***Jean-Pierre Sicre***, qui promet de se reprendre lors de l'étape de descente du Pic Saint-Loup.

Effet surprise :
Echange surréaliste entre un restaurateur et un collègue de l'APMEP qui a préféré garder l'anonymat :
« - *113 euros tout rond.*
- *C'est pas divisible par 5…*
- *Z'avez qu'à multiplier par 2 !* »

Restaurant « les 2 Savoies », Grenoble, 22/10/2011

NDLR : Cette édition annuelle est sortie à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP à Grenoble ! Merci à Nicolas Minet.

# *Petite histoire de la grandeur Aire*, en 5 épisodes

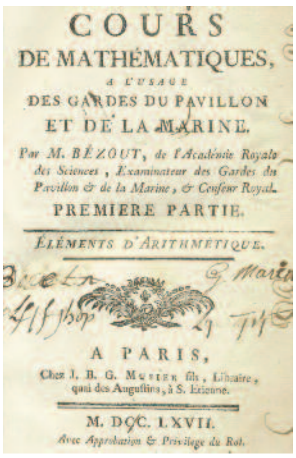
**Jean-Paul Guichard**

## *Troisième épisode*
## *Des mesures agraires aux mesures d'aire en général : les unités*

*Pour traiter les questions concernant ce que nous appelons "aire", Euclide parle d'un nouveau type d'égalité des figures, sans utiliser un nouveau mot pour cela. Il utilise, entre autres, les notions de grandeurs égales ou inégales (les grandeurs qui sont double ou moitié d'une même grandeur sont égales entre elles), mais il n'utilise pas l'unité d'aire et en cela n'évalue pas une aire en se référant à une unité. De même pour Hilbert dont la définition qu'il donne de l'aire, bien des siècles plus tard, repose sur l'équidécomposabilité : deux figures P et P' sont équidécomposables s'il est possible d'écrire chacune d'elles sous forme de réunions de triangles isométriques n'empiétant pas l'un sur l'autre. Chez ces auteurs, l'aire est étudiée en tant que grandeur : sa mesure est laissée au domaine pratique. Voyons donc.*

Dans la plupart des civilisations, les unités d'aire sont construites sur le modèle suivant : on choisit le **carré** comme unité de base, dont le côté est une unité du système des mesures de longueur en vigueur, puis on pave le plan de ce carré, et on dénombre les unités. Ainsi, chez les Sumériens, la plus petite unité de mesure des superficies est le « sar » valant 1 ninda carré soit un carré d'environ 5,94 m de côté. Ensuite les autres unités sont choisies sans qu'elles suivent forcement une règle précise. Toujours chez les Sumériens, les unités ne suivent pas une base précise, ainsi on a : 1 bur = 3 ebel ; 1 ebel = 6 iku ; 1 iku = 100 sar. Il est à noter qu'au milieu du premier millénaire, le système se perd et on évalue les surfaces par la quantité de grains nécessaire à leur ensemencement passant ainsi des aires aux capacités. De même on a vu apparaître des unités d'aire reposant sur des considérations anthropologiques. À titre d'exemple l'*hommée* ou la *fossée*, valant environ 400 m$^2$, correspondait à la surface que l'on pouvait labourer avec un fossoir en un jour, ou encore la *bicherée* ayant une aire équivalente à environ 2000 m$^2$ qui correspond à ce qu'on pouvait ensemencer avec un bichet de grain. Ces unités agraires dépendaient sûrement de la nature du terrain ou encore de la vaillance de l'homme au travail, ou encore de la région. En tout cas, elles ne permettent pas de définir une unité d'aire à partir de laquelle on puisse bâtir *un système de mesure des aires* car elles ne se réfèrent pas à quelque chose de fixe, d'immuable.

Un fossoir



COURS
DE MATHÉMATIQUES,
A L'USAGE
DES GARDES DU PAVILLON
ET DE LA MARINE.
Par M. BÉZOUT, de l'Académie Royale des Sciences, Examinateur des Gardes du Pavillon & de la Marine, & Censeur Royal.
PREMIERE PARTIE.
ÉLÉMENTS D'ARITHMÉTIQUE.
A PARIS,
Chez J. B. G. Musier fils, Libraire, quai des Augustins, à S. Etienne.
M. DCC. LXVII.
Avec Approbation & Privilege du Roi.

En France, certaines unités d'aire ont été construites en multipliant des unités de longueur différentes. Ainsi, on peut lire dans des ouvrages mathématiques destinés à la vulgarisation du système métrique décimal, comme dans l'*Arithmétique* de Bézout, une table pour convertir des « Toises-Pieds, Toises-Pouces, Toises-lignes et Toise-points en Mètres carrés » (dont l'utilisation n'est pas explicitée, mais dont on peut imaginer qu'elle était utile aux tailleurs par exemple…), puis une autre pour « réduire un nombre quelconque de mesures agraires anciennes, en mesures nouvelles et réciproquement » qui convertit des Toises carrées, Pouces carrés ou encore lignes carrées en mètres carrés. Ces constats amènent trois remarques.
On retrouve la forme rectangulaire (rare) et en général carrée pour créer des unités d'aire. Pourquoi créer des unités d'aires de formes différentes ?
Certaines unités, sont passées à la trappe de l'histoire. Parmi les unités du système actuel, y en a-t-il de désuètes ? Pourquoi travailler avec ? Travaille-t-on avec les unités adaptées ?
Les conversions d'un système à un autre sont nécessaires mais qu'en est-il des conversions au sein d'un même système ? Pourquoi et quand convertir dans nos usages sociaux ?

En France toujours, il existait des systèmes de correspondance des aires, ainsi l'arpent de Paris était composé de 100 perches carrées de 18 pieds de côté, soit 32400 pieds carrés puisque la perche carrée contenait 324 pieds carrés. On avait donc un système de correspondance où le calcul fractionnaire était nécessaire pour convertir ; il en allait d'ailleurs de même chez les Sumériens lorsqu'on regarde les égalités précédentes. Seulement la diffusion du système métrique décimal après la Convention a permis la création d'un nouveau système d'unités d'aire basé sur la réduction ou l'agrandissement du carré unité de dix en dix construisant ainsi le système des unités d'aire que nous utilisons encore aujourd'hui. Le système est donc le suivant : *une unité étant fixée, l'unité inférieure est cent fois moindre que l'unité fixée* (1 km$^2$ = 100hm$^2$ ; …; 1 cm$^2$ = 100 mm$^2$). Le système, pour être opérationnel, a besoin d'avoir des unités « régulièrement réparties », de 100 en 100. Ce système peut alors se généraliser « à l'infini » puisqu'il repose sur la division ou la multiplication d'un carré unité par un nouveau carré d'aire 100 fois inférieure ou 100 fois supérieure. Remarquons que pour la mesure des terrains, m$^2$, dam$^2$, hm$^2$ sont devenus centiare, are et hectare par la loi du 18 germinal an 3 qui a donné un surnom républicain aux unités du système métrique. Et certaines de ces dénominations subsistent toujours, en particulier l'ha. Ce système d'unités, à l'image de la construction des nombres décimaux, permet de justifier une technique pour évaluer la mesure de l'aire de figures aux contours courbes. Les problèmes de mesure du courbe peuvent être abordés sous cet aspect.
Il est aussi à noter que cette technologie produit, explique et valide la formule de l'aire du rectangle. Elle produit la formule A = L x *l*, valide la formule par la répétition à l'infini du découpage en encadrant de plus en plus finement les côtés, et justifie la formule par un dénombrement d'unités.

# *Vie de l'IREM*

Les journées APMEP de Grenoble ont une nouvelle fois été l'occasion pour l'IREM d'animer des ateliers très suivis, de diffuser nos nouvelles brochures, et de voir le bon accueil réservé à nos travaux... En tout, c'est plus d'un millier de brochures qui auront été vendues durant cette année 2011...

Le 25 novembre, la journée « Histoire des Maths » au collège Henri IV a permis de sortir et de travailler des ouvrages du fonds ancien (19è siècle notamment) de cet établissement.

Le 2 décembre, l'équipe collège a animé la première des deux journées de chacun des deux stages « Les grandeurs - 6è : des questions aux compétences » à Jaunay-Clan avec 25 présents (sur 28 inscrits) et « Les grandeurs 5è-3è: des questions aux compétences » à St Jean d'Angely avec 15 présents (sur 16 inscrits).

Nous nous réjouissons de ce fort taux de présence, malgré l'envoi tardif par le rectorat des ordres de mission et nous ne pouvons que regretter que ces stages n'aient pu être dédoublés, ce qui aurait permis d'ouvrir chacun d'eux sur l'ensemble de l'académie et d'y convoquer tous ceux qui s'y étaient inscrits en septembre...

L'équipe lycée, elle, a profité de chaque vendredi disponible pour poursuivre la recherche, d'une part au niveau des classes de première, d'autre part sur les probas-stat.

Enfin, ce vendredi 16 décembre, l'IREM a eu le plaisir d'accueillir notre Inspecteur Général Robert Cabane, pour lui présenter notre fonctionnement et nos travaux. Il nous a chaleureusement remerciés de l'étendue et de la qualité de nos travaux, et estimé que nous sommes des précurseurs des évolutions souhaitées de l'enseignement des mathématiques.

Jean Souville, Directeur de l'IREM

### *Enseigner les mathématiques en Seconde :*
### *Deux parcours sur la géométrie plane*
### *Groupe lycée de l'IREM de Poitiers*

Donner du sens et des raisons d'être aux contenus enseignés permet à l'élève de mieux se les approprier et de développer véritablement des compétences mathématiques.

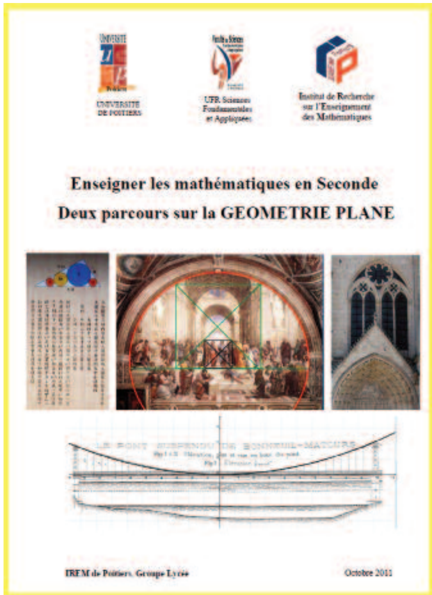
Cette brochure propose une organisation de l'enseignement de la géométrie plane en classe de Seconde autour de questions :

*Comment construire une figure sous contraintes ?*
*Comment utiliser un repère pour démontrer en géométrie ?*

On trouvera à cette fin des énoncés variés permettant de construire des activités, des exercices de mise à l'épreuve de la technique, des synthèses de cours et de méthodes, et des évaluations. Sont également données des indications sur les spécificités d'une telle pratique, et notamment des pistes pour la gestion de la classe.

On découvrira également des pistes pour identifier ces questions qui montrent où vit la géométrie :
- des situations de la vie des hommes ;
- des problèmes qui ont amené les mathématiciens à créer le corpus de notions de géométrie plane que nous enseignons ;
- des motivations qui ont conduit à leur apparition dans les programmes du secondaire.

Finalement, nous tentons de montrer qu'il est possible de traiter l'ensemble du programme de Seconde en le réorganisant en parcours.




***ISBN : 2 85954 086 5***
***10 € + frais de port : 3,50 €***

Mél. : irem@univ-poitiers.fr
WEB : http://irem.univ-poitiers.fr
Diffusion : IREM de Poitiers
bâtiment B 24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX
Tél : (+33) 05.49.45.38.77

Dans la revue **Repères-IREM** n°85 d'octobre 2011, vous pourrez lire un article d'Emmanuelle Pernot du Lycée du Futuroscope et de Mickaël Vedrine ayant pour titre :

**« Un projet européen autour de la cryptographie en section européenne mathématiques-anglais ».**

# Les nouveaux programmes de STL

*Voici un avis de quelques professeurs de mathématiques du lycée Valin de La Rochelle au sujet des nouveaux programmes de STL, prévus avec 4 heures-élèves et un contenu au niveau assez élevé.*

Les professeurs de mathématiques qui enseignent en STL notent avec satisfaction le principe de nouveaux programmes, les anciens ayant près de 20 ans.

L'horaire (3 + 1 dédoublée) semble convenable. Les effectifs chez nous sont de 25 et 26 élèves, donc en diminution par rapport aux années antérieures.

Le niveau du programme paraît par contre extrêmement ambitieux ; sur de nombreux points, il rejoint le programme de 1ère S (dérivation, produit scalaire, statistiques, échantillonnage) et le dépasse parfois (fonctions trigonométriques). Les collègues de Physique ou de Biochimie interrogés n'ont pas trouvé d'activités permettant de réutiliser les nombres complexes ou le produit scalaire dans le cadre de leurs programmes. Il est donc difficile de réinvestir les notions dans des matières techniques et ainsi de « justifier » leur enseignement en cours de mathématiques… Par contre, en Physique, une demande a été formulée à propos du logarithme décimal (rencontré avec le pH), mais celui-ci n'est proposé en mathématiques qu'en Terminale.

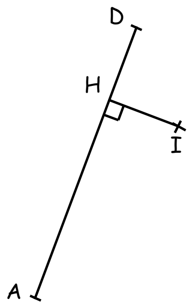
Le B.O. n° 42 du 17 novembre définit l'épreuve de mathématiques au bac 2013. Il y est écrit que « Les notions rencontrées en classe de Première, mais non approfondies en Terminale sont connues et mobilisables. Elles ne peuvent cependant constituer un ressort essentiel du sujet. »

L'art de faire le grand écart…

## Défi collège

### Une figure bien incomplète !

Proposé par Serge Parpay



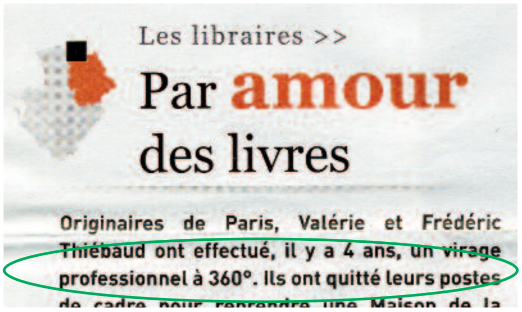

Soit un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD]. I est le milieu du côté [BC] et H est le pied de la perpendiculaire abaissée de I sur (AD).
Si AD = 4 cm et HI = 1 cm, quelle est l'aire du trapèze ABCD ?
Mais au fait, pourriez-vous tracer un trapèze à partir des segments [AD] et [HI] donnés, I étant le milieu de [BC] ? Où se trouvent les points B et C ?

# VU ou ENTENDU !

**Confidences d'un collègue**

Je demandais à la classe de conjecturer, à la calculatrice, le maximum d'une fonction. Je finis par écrire au tableau « *Le maximum de la fonction est 10 et il est atteint en –1* ». Les guillemets étaient écrits au tableau. Un élève dit « *Pourquoi des guillemets ?* ». J'explique que c'est une conjecture et que l'on n'a rien démontré. L'élève insiste avec un argument du genre « *m'enfin ! ça se voit* » et là un autre élève lui dit : « *oui c'est le théorème de : 'ce qui se voit'* ».

L'élève en question, qui n'est pas dans les plus mauvais, m'a dit « *ça m'est venu tout seul* ». Nous avons baptisé ce théorème « le théorème de Paul S » (son nom doit rester inconnu du grand public) et ça va bien m'aider à l'avenir, au moins avec cette classe.

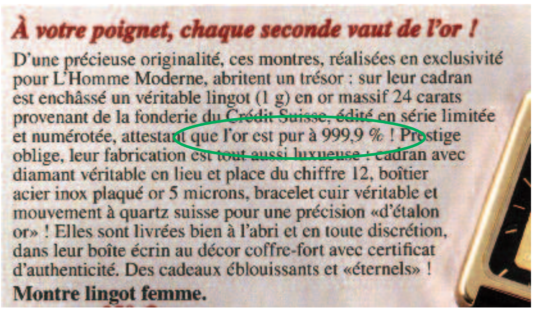


Les libraires >>

Par amour des livres

Originaires de Paris, Valérie et Frédéric Thiébaud ont effectué, il y a 4 ans, un virage professionnel à 360°. Ils ont quitté leurs postes

Journal d'information de la Région Poitou-Charentes / automne 2011 (n° 5)



**À votre poignet, chaque seconde vaut de l'or !**

D'une précieuse originalité, ces montres, réalisées en exclusivité pour L'Homme Moderne, abritent un trésor : sur leur cadran est enchâssé un véritable lingot (1 g) en or massif 24 carats provenant de la fonderie du Crédit Suisse, édité en série limitée et numérotée, attestant que l'or est pur à 999,9 % ! Prestige oblige, leur fabrication est tout aussi luxueuse : cadran avec diamant véritable en lieu et place du chiffre 12, boîtier acier inox plaqué or 5 microns, bracelet cuir véritable et mouvement à quartz suisse pour une précision «d'étalon or» ! Elles sont livrées bien à l'abri et en toute discrétion, dans leur boîte écrin au décor coffre-fort avec certificat d'authenticité. Des cadeaux éblouissants et «éternels» !

**Montre lingot femme.**

Catalogue de l'Homme Moderne

**C'est logique !**

*mm : minimètre* [trouvé dans une copie d'élève ]

« *Pour que trois nombres soient en progression arithmétique, il faut et il suffit que chacun de ces nombres, sauf le 1er et le 3ème, soit la moyenne arithmétique de ceux qui l'encadrent* ».

**C'est au moins dynamique !**

*Il arrivera forcément un moment où (EF) coupera (AB)* [il s'agissait de démontrer que (EF) et (AB) étaient sécantes].

**Là, c'est statique !**

*Je fais un changement de repère défini par* $x = 0 + X$ *et* $y = 0 + Y$

# Ateliers MATh.en.JEANS

## Lycées de l'Image et du Son d'Angoulême, lycée Saint Joseph de Bressuire
## Laboratoire de Mathématiques et Applications, Université de Poitiers

### *Géométrie de la propagation des feux*
### *Empilements aléatoires*

*« Comment se propage le feu ? » : c'est par cette simple question que commença la présentation d'un des sujets proposés par Julien Michel, enseignant - chercheur de l'Université de Poitiers, aux élèves et enseignants d'Angoulême et de Bressuire. « Dans un empilement au hasard de briques simples, quelle est la géométrie des trous qui apparaissent ? », telle était la deuxième question (dont une formulation plus simple serait associée au célèbre jeu de Tetris). D'autres sujets suivirent, d'autres questions, mais quelques semaines plus tard, c'est sur ces sujets que les élèves vinrent présenter, le 1er décembre à l'IUFM de Poitiers, les résultats de leur recherche.*

Posons en quelques mots les deux modèles :

***Propagation des feux*** : on boute le feu en un ou plusieurs points du plan, et l'on fait l'hypothèse que, partant d'un point, le feu se propage à vitesse constante identique dans toutes les directions, par ailleurs lorsque deux fronts de flamme se rencontrent, la propagation cesse en ces points de contact : un des buts est d'étudier la géométrie de ces ensembles de points.

***Empilements aléatoires*** : des briques de taille 2x1 tombent verticalement dans un puits de largeur N, l'abscisse du centre de chaque brique étant un entier compris entre 1 et N-1, tiré uniformément. Dès qu'une brique touche (par sa face inférieure) un élément précédent (ou le sol) elle s'arrête (tous les équilibres sont supposés stables).

Les élèves se sont approprié ces questions en partant dans des directions comme toujours imprévues et riches de surprises, ce bref compte-rendu va essayer de rendre la richesse de leur travail.

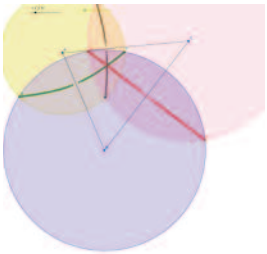
Les élèves de Bressuire, sous la surveillance bienveillante de Gilles Maréchal, se sont posés, en s'aidant de Geogebra, des questions de géométrie et de combinatoire :

- mise en évidence du rôle des médiatrices et de leurs points d'intersection ;

- en allumant des feux en 3, 4, 5 ou 6 points distincts, quelle est la combinatoire des points où plusieurs fronts se recoupent, et quelle conjecture en tirer pour un nombre quelconque de sources ?

- apparition des hyperboles par une définition métrique dans le cas où deux foyers sont allumés à des instants distincts...

Lieux de rencontre de quatre feux en départ simultanés



Lieux de rencontre de trois feux dont deux décalés

Les élèves du LISA ont de leur côté avec leurs professeurs Cédric Jossier et René Pilato abordé d'autres points de vue,

- en s'interrogeant sur la possibilité du contrôle d'un feu par des contre-feux, par une approche plus analytique des lignes d'intersection des fronts de flamme ;

- sur l'optimisation du positionnement des contre-feux pour protéger une surface, ou pour calculer puis minimiser une surface brûlée...

Les empilements de briques ont été étudiés par les élèves d'Angoulême selon plusieurs approches.

Ce problème, qui présente probablement plus de difficulté théorique, leur a permis de mettre en action des algorithmes de simulation avec Algobox pour conjecturer des propriétés qualitatives du modèle. Les observations issues de la simulation, arrêtée lorsque l'on atteint une hauteur donnée **h**, montrent des fluctuations numériques de la proportion d'espace vide qui :

- croît en fonction de la largeur **l** ;

- décroît en fonction de la hauteur **h**.

Ces simples observations sont très pertinentes et riches pour le modèle, elles permettent d'illustrer des problématiques de recherche académique actives dans le domaine de la géométrie stochastique et des *processus d'agrégation*.

D'autres angles d'attaque ont aussi été abordés qui, pour un chercheur probabiliste, prennent un sens profond : par exemple, la propagation de l'information et les propriétés d'indépendance et d'ergodicité, ou des bizarreries telles que ce zig-zag dans la fluctuation de la densité en fonction de la largeur de boîte lorsque l'on y jette un nombre constant de briques !

La quantité de travail déjà fournie par les élèves augure de belles perspectives pour la grande fête de Maths en Jeans qui aura lieu à Poitiers au printemps !

MATh.en.JEANS lycée s'est réuni pour son premier "séminaire" le jeudi 1er décembre

**RU-BRI-COLLAGES**

*Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.*

*Frédéric de Ligt*

*Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse :* frederic.deligt@gmail.com (***attention au changement d'adresse !***)

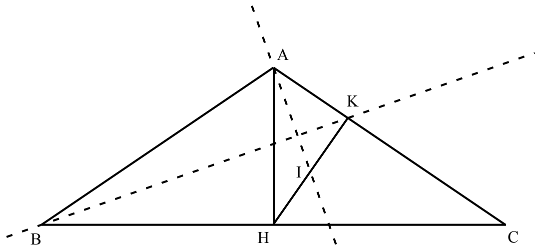
*Envoyé par Serge Parpay.*

Exponentielle et logarithme sont sur un bateau. La mer étant très agitée, logarithme dit à exponentielle : « on dérive ». « Pour moi, ça ne change rien », lui répond exponentielle. « Oui, mais pour moi, c'est l'inverse », lui dit logarithme.

*Une variation à deux mains autour d'un problème de géométrie, proposée par Jacques Chayé et Serge Parpay.*

## UN PROBLÈME, TROIS SOLUTIONS

Soit ABC un triangle isocèle de base [BC].
A se projette orthogonalement en H sur [BC] et H en K sur [AC] ; I est le milieu de [HK].
Démontrer que les droites (AI) et (BK) sont perpendiculaires.




*1<sup></sup>ère solution : la plus rapide - purement vectorielle*

$$2\overrightarrow{AI}\bullet\overrightarrow{BK} = (\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AK})\bullet(\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HK}) = 0 - HK^2 + \overrightarrow{AK}\bullet\overrightarrow{HC} + 0 = -HK^2 + \overline{AK}\bullet\overline{KC} = -HK^2 + HK^2 = 0$$

*2ème solution : la plus longue – analytique*

Considérons un repère orthonormé $(H,\vec{i},\vec{j})$ avec $\vec{i}=\overrightarrow{HC}$ ; soit a l'ordonnée de A. Montrons que le produit des coefficients directeurs de (AI) et (BK) est égal à -1. Il nous faut connaître les coordonnées de K et de I. Pour cela, recherchons les équations de (AC) et (HK).

(AC) a pour coefficient directeur $\dfrac{a-0}{0-1}=-a$, cette droite a donc pour équation : $y=-a(x-1)$.

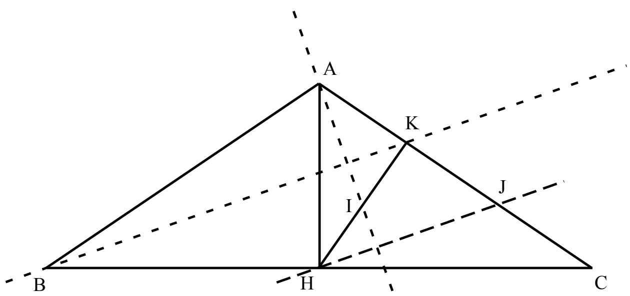
D'autre part, (HK) a pour coefficient directeur $\dfrac{1}{a}$ elle admet donc l'équation : $y=\dfrac{1}{a}x$.

On en déduit les coordonnées de K : $x_K=\dfrac{a^2}{a^2+1}$ et $y_k=\dfrac{a}{a^2+1}$, et celles de I : $x_I=\dfrac{a^2}{2a^2+2}$ et $y_I=\dfrac{a}{2a^2+2}$. Le coefficient directeur de (BK) est égal à : $\dfrac{\dfrac{a}{a^2+1}}{\dfrac{a^2}{a^2+1}+1}=\dfrac{a}{2a^2+1}$ alors que celui de (AI) est égal à : $\dfrac{\dfrac{a}{2a^2+2}-a}{\dfrac{a^2}{2a^2+2}}=\dfrac{-2a^2-1}{a}$.

Le produit de ces deux coefficients directeurs est bien égal à –1.

*3ème solution : la plus élégante* – due à Serge PARPAY

Considérons la similitude de centre K qui transforme A en H. Cette similitude directe transforme H en C, puisque les deux triangles rectangles KAH et KHC sont semblables, et la médiane (AI) du premier en la médiane (HJ) du deuxième. Ces deux médianes sont donc perpendiculaires puique l'angle de la similitude est droit (direct ou indirect). Mais la droite (HJ) passant par les milieux des côtés [CB] et [CK] du triangle CBK, les droites (BK) et (HJ) sont parallèles. Donc : (AI) $\perp$ (BK).



# Des problèmes

**87-1** *de Walter Mesnier (Poitiers) d'après un problème publié dans « Le Monde » :*

ABCD est un quadrilatère convexe dont les diagonales se coupent en P. Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$ sont droits, les angles $\widehat{D}$ et $\widehat{B}$ mesurent 60° et 120° respectivement. Par ailleurs AP = 2 et CP = 1. Calculer l'aire de ABCD.

**87-2** *de Dominique Gaud (Poitiers)* :
Soit I, J, K et L les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] du quadrilatère convexe ABCD. Soit M un point intérieur à ce quadrilatère. À quelle condition les aires des quadrilatères AIML, BJMI, CKMJ et DLMK sont-elles égales ?

**87-3** *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
On partage la suite des entiers naturels de 1 à $2N$ en deux ensembles de $N$ nombres. On ordonne les nombres du premier ensemble dans le sens croissant $a_1 < a_2 < \ldots < a_N$ et ceux du second dans le sens décroissant $b_1 > b_2 > \ldots > b_N$.

Montrer qu'alors $|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \ldots |a_N - b_N| = N^2$ .

# Des solutions

**83-3** *de Frédéric de Ligt* :

**Un pavage original**
Carl Lage est un céramiste créatif. Il a trouvé une nouvelle décoration pour ses nouveaux carreaux rectangulaires. Sur son carreau (figure a.) apparaissent quatre motifs, numérotés ici 1, 2, 3 et 4, tous de **même forme** et il y a seulement deux tailles de motif. Les grands motifs 1 et 2 sont identiques, de même que les petits motifs 3 et 4.
Pour des raisons esthétiques il a choisi AB = 2CD (figure b.).
Si je vous dis que BC = 9 cm et que AB = 12 cm, pouvez-vous donner la longueur et la largeur du carreau ?

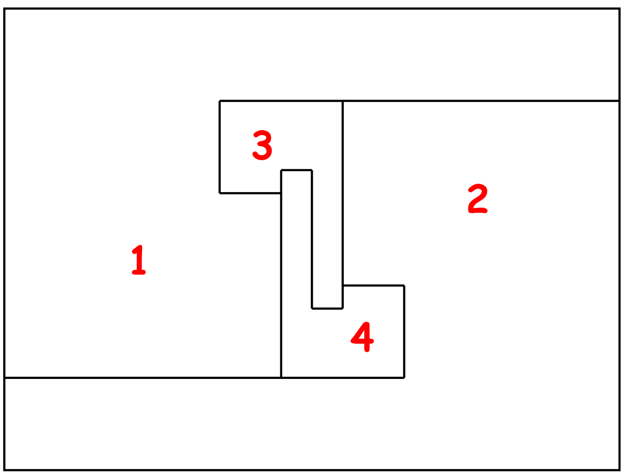



Figure a

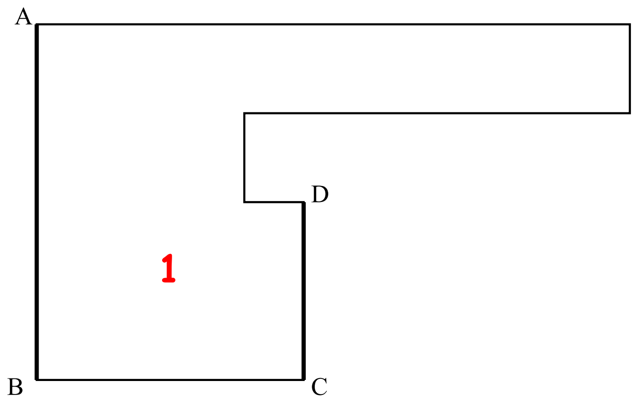
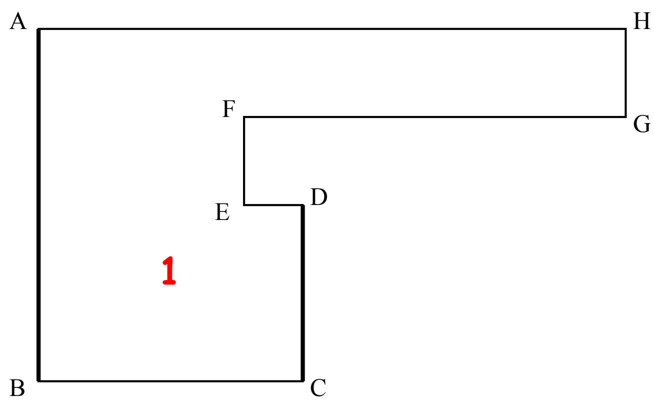



Figure b

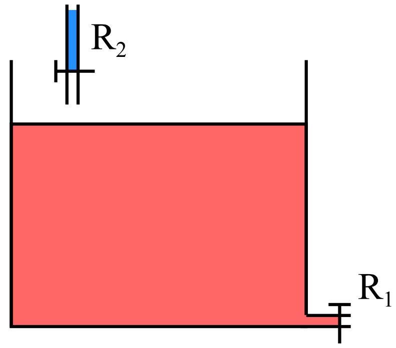
***Solution de l'auteur :***

Nommons les autres sommets de la pièce 1 pour se repérer. L'emboîtement des pièces 3 et 4 impose que FE = HG. Comme CD = AB/2 on a FE = HG = 3. La largeur du carreau vaut donc AB + HG = 15 cm. Par ailleurs la pièce 3 est un modèle réduit de la pièce 1 et comme FE/BC = 3/9 = 1/3, le coefficient de réduction est de 1/3. Dans la pièce 3, la partie correspondant à GH dans la pièce 1 est donc réduite à une longueur de 1 cm. La longueur du carreau vaut finalement 2 x (9 cm + 1 cm) = 20 cm.



**86-3** *de Jacques Chayé* :

**Une manière de mettre de l'eau dans son vin**




Une cuve contient un volume $V$ de vin
On répète plusieurs fois l'opération suivante :
1. Prélèvement dans la cuve d'un volume $v$ à l'aide du robinet $R_1$.
2. Introduction d'un volume $v$ d'eau à l'aide du robinet $R_2$.
3. Homogénéisation du mélange.

Quel est le volume d'eau dans la cuve à la fin de la $n^{ème}$ étape ?

***Solution de l'auteur :***

Soit $Q_n$ le volume d'eau dans la cuve à la fin de la $n^{ème}$ étape ($n > 0$) et $q_n$ le volume d'eau prélevé au cours de cette étape.

Posons $Q_0 = 0$. On a, quel que soit $n$ : $\frac{q_n}{v} = \frac{Q_{n-1}}{V}$ donc : $q_n = Q_{n-1}\frac{v}{V}$ et $Q_n = Q_{n-1} - q_n + v = Q_{n-1}\left(1 - \frac{v}{V}\right) + v$.

Désignons par $r$ l'expression entre parenthèses précédente ;
on peut écrire les $n$ égalités :

$$\begin{aligned} Q_n &= Q_{n-1}r + v \\ Q_{n-1} &= Q_{n-2}r + v \\ Q_{n-2} &= Q_{n-3}r + v \\ \dots\dots\dots & \quad \dots\dots\dots\dots\dots \\ Q_1 &= Q_0 r + v \end{aligned}$$


Multiplions la $2^{ème}$ égalité par $r$, la $3^{ème}$ égalité par $r^2$, …,
la $n^{ème}$ égalité par $r^{n-1}$, il vient :

$$\begin{aligned} Q_n &= Q_{n-1}r + v \\ Q_{n-1}r &= Q_{n-2}r^2 + rv \\ Q_{n-2}r^2 &= Q_{n-3}r^3 + r^2 v \\ \dots\dots\dots\dots & \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ Q_1 r^{n-1} &= Q_0 r^n + r^{n-1}v \end{aligned}$$

Ajoutons membre à membre et simplifions, sans oublier que $Q_0 = 0$ : $Q_n = v\,(1 + r + r^2 + \dots\dots + r^{n-1})$ ;

donc : $Q_n = v\frac{1-r^n}{1-r}$ (avec $r = 1 - \frac{v}{V}$).

APPLICATION NUMÉRIQUE : on suppose, par exemple, que $\frac{v}{V} = 0{,}01$, donc, $r = 0{,}99$ .

À partir de quelle valeur de $n$ a-t-on $Q_n > kV$ ? ($k$, nombre réel entre 0 et 1).

La condition s'écrit : $v\frac{1-0{,}99^n}{0{,}01} > kV$, c'est-à-dire : $0{,}99^n < 1-k$, ou encore : $n > \frac{\log(1-k)}{\log(0{,}99)}$.

Le tableau ci-dessous indique, pour quelques valeurs de $k$, la plus petite valeur de n remplissant la condition :

| $k$ | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1ère valeur convenable de $n$ | 11 | 23 | 36 | 51 | 69 | 92 | 120 | 161 | 230 |

Remarque : la limite en $+\infty$ de $(Q_n)$ est égale à : $v\frac{1}{1-r} = v\frac{V}{v} = V$.

Autre remarque : les clients de ce bar ne partagent pas du tout l'esprit du problème précédent !