

Edito

Sans formation, à quoi bon...

Des évaluations nationales en CE1 et CM2 aux divers baccalauréats, en passant par le brevet et le livret de compétences au collège, notre système éducatif comporte diverses formes d'évaluations aux objectifs multiples : faire office de certification, fournir des indicateurs... Mais l'évaluation des élèves doit avant tout être au service de leur formation future. Quant aux indicateurs, ils ne sont pas légitimes si leur raison d'être est de justifier une restriction budgétaire déjà décidée en amont.

Le rapport 2011 de l'OCDE sur l'éducation pointe les choix catastrophiques faits en France ces dix dernières années : notre pays se distingue de manière alarmante à cause des décisions négatives prises en direction des formations initiale et continue et brille par le défaut d'actes pour aider tous les élèves à réussir.

Pas besoin cependant d'enquêtes internationales pour être conscient de la situation dans nos établissements scolaires où tout le monde sature devant les décisions éloignées de la réalité du terrain. Pourquoi certifier des compétences dans un livret si on n'a pas eu le temps de former les élèves et de remédier aux difficultés dans des classes trop nombreuses ? La multiplication des structures et l'explosion du groupe classe induits par la réforme du lycée permettent-elles de mieux transmettre les savoirs ?

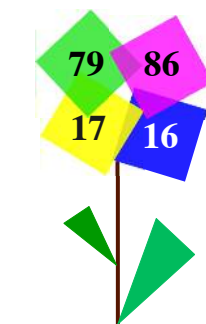
Vous et nous, chers collègues, ferons de notre mieux, comme d'habitude. Et l'APMEP continuera de vous proposer des temps d'échanges et des lieux de rencontre, car confronter nos idées et vivre des moments ensemble reste un bien précieux pour accompagner l'exercice (noté) de notre métier.

Nicolas Minet

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Comité de la Régionale du 14/09/2011	p. 2
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 2
Petite histoire de la grandeur Aire (2)	p. 3
Vie de l'IREM	p. 4
Nous manquons d'étudiants en maths	p. 5
Une nouvelle brochure IREM	p. 5
Réaction sur le Bac ES	p. 6
Des évaluations à tous crins	p. 7 et 8
Expositions - Brochure « JEUX 9 »	p. 8
Rubricol'age	p. 9 à 12
Championnat FFJM	p. 12

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n°86

Septembre 2011

COROL'AIRE

APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
Bât B24, 2 rue Michel Brunet
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : <http://apmep.poitiers.free.fr/>
Mél : apmep.poitiers@free.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros + Suppléments) : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Nicolas MINET
Comité de rédaction ...	F. de LIGT, L-M BONNEVAL N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences, B 26 Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur	APMEP Rég. Poitou-Charentes
Siège social	IREM, Faculté des Sciences, B 26 Bât B24, 2 rue Michel Brunet 86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal	Septembre 2011

Vie de l'association

Comité de la Régionale - 14 septembre 2011

Journée de la Régionale

La deuxième Journée de la Régionale aura lieu au lycée Louis Audouin Dubreuil à Saint Jean d'Angély le mercredi 5 octobre 2011. Malgré les informations par mail et sur le site de la Régionale, moins de 30 inscriptions sont enregistrées à ce jour. Une relance est prévue dans la semaine s'il n'y a pas de grandes évolutions.

Journées Nationales de l'APMEP à Grenoble

Elles auront lieu du 22 au 25 octobre ; une réunion est prévue sur place entre les congressistes de la Régionale ; ce sera le dimanche 23 de 10h45 à 12h. Comme d'habitude, l'IREM de Poitiers - dont plusieurs adhérents de l'APMEP sont membres - y tiendra son stand. Des covoiturages sont possibles : contacter les membres du Comité !

Journée Descartes

Notre Régionale a été relancée par celle voisine d'Orléans-Tours pour organiser une journée sur l'œuvre scientifique de Descartes. La demande est floue et le comité n'en perçoit pas les objectifs. Des précisions vont donc être demandées. On ignore actuellement si le projet se finalisera avant l'année 2012-2013.

Master en alternance

Cette mise en place, expérimentale dans certaines académies, est regardée de près par l'APMEP nationale. Mais notre académie n'est pas concernée cette année et ne le sera pas la suivante.

Expositions

L'exposition « *Comment tu comptes ?* » est peu demandée pour le premier trimestre de l'année scolaire qui débute ; il faut dire qu'elle a déjà beaucoup circulé dans l'académie et on envisage de satisfaire les demandes d'emprunt émanant d'autres académies.

L'exposition « *Expocube* » pourrait tourner elle aussi, mais son encombrement et la surveillance du matériel restent pro-

blématiques. Il reste également à rédiger un contrat de location. Ces deux expositions seront présentées lors de la Journée de la Régionale et probablement lors du congrès MATH.en.JEANS (voir le paragraphe **Calendrier**).

La prochaine exposition « *Comment tu courbes ?* » (intitulé provisoire...) en partenariat elle aussi avec l'Espace Mendès France est en cours de préparation.

Rallye

Le thème de cette année : « *Machines et outils à tracer* ». Les épreuves d'entraînement, envoyées avant le 15 novembre dans les établissements, seront les épreuves du rallye de l'an passé. L'épreuve se déroulera le mardi 21 février 2012 et son palmarès sera connu le 4 avril. Quant à la remise des prix, très appréciée en 2011, elle est reconduite et aura lieu dans les locaux de l'Université certainement le mercredi 23 mai 2012.

Corol'aire

Au moins deux réactions à l'actualité seront proposées : « Évaluations à tous crins » et « À propos du bac ES », sans oublier la suite du feuillet de l'été : « Histoires d'aires » de Jean-Paul Guichard.

Calendrier

- 9 novembre 2011 : réunion pour l'exposition APMEP – EMF à 15h à l'IREM
- 18 janvier 2012 : prochain Comité de la Régionale à 15h à l'IREM.
- du 30 mars au 1^{er} avril : le congrès annuel de l'association MATH.en.JEANS se tiendra sur Poitiers. Il n'est pas prévu que la Régionale APMEP participe à son organisation mais elle se tient informée de la préparation et proposera les expositions « *Comment tu comptes ?* » et « *Expocube* ».
- 11 avril : l'Assemblée Générale aura lieu à Cognac ; Mathieu Blossier, développeur du logiciel Geogebra 3D, sera contacté prochainement.

Nicolas Minet

Rallye Mathématique Poitou-Charentes 21 02 2012

Des outils pour tracer



L'équipe du Rallye a tenu sa première réunion le 7 septembre dernier. Le travail a porté essentiellement sur le thème « *Machines et outils à tracer* » retenu pour cette édition 2012. En effet, il faut déjà décider de ce qui sera donné dans l'épreuve finale pour que nous puissions donner les pistes de travail pour chaque niveau à l'occasion de l'épreuve d'entraînement.

Après discussions, nous convenons que le thème sera centré sur les instruments et leur utilisation pour les quatre niveaux du collège, alors qu'il sera plutôt centré sur les objets à dessiner pour la classe de seconde.

Les établissements recevront l'épreuve d'entraînement dans la deuxième quinzaine de novembre avec les informations précises concernant le thème et le bulletin d'inscription à renvoyer par La Poste avant le 14 décembre. Il sera à nouveau possible de s'inscrire par mél ; le bulletin d'inscription sera à télécharger sur le site de la Régionale.

La date de l'épreuve : 21 02 2012 est vraiment facile à retenir. Retenez-la aussi dès maintenant auprès de vos chefs d'établissement pour éviter que d'autres événements privent vos élèves de ce rallye.

Chantal Gobin

Petite histoire de la grandeur Aire, en 5 épisodes

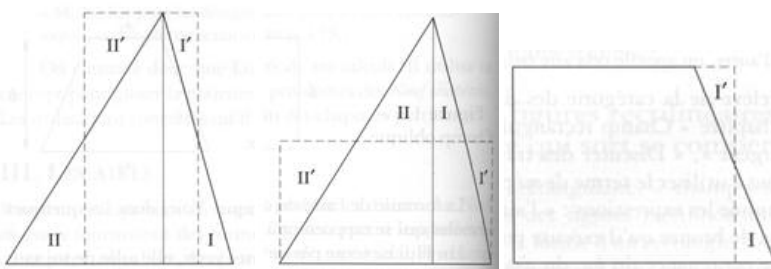
Jean-Paul Guichard



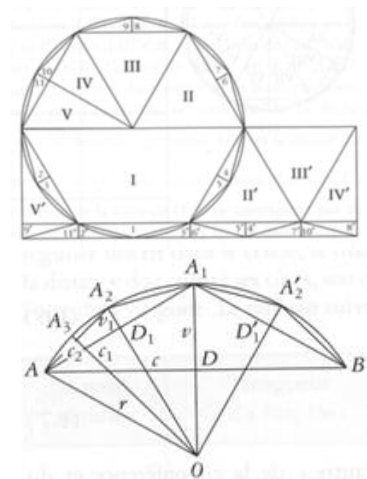
Deuxième épisode : les aires en Chine

Dans le livre « *Les neuf Chapitres – le Classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires* » (ouvrage du 1^{er} siècle avant notre ère), les aires constituent la grosse partie du premier chapitre (25 problèmes sur 38). D'ailleurs ce chapitre s'intitule : « *Champ rectangulaire* ». Le rectangle en est la figure clé comme le nom du chapitre nous l'indique. Toutes les autres aires s'y rapportent.

L'auteur traite successivement de l'aire du triangle, du champ oblique (de forme trapézoïdale) et du trapèze. Les formules d'aires de ces trois figures sont déduites de celle du rectangle par tracé d'un rectangle d'aire équivalente à celle de la figure donnée construit sur une partie de celle-ci de telle manière que les morceaux en plus correspondent aux morceaux en trop (« ce qui entre et ce qui sort se compense »). Ces quatre aires (qu'il appelle champ) constituent toutes les figures rectilinéaires étudiées. Puis il s'intéresse aux figures curvilignes.



Il va chercher à transformer un cercle en rectangle à l'aide de triangles. Le triangle joue alors le rôle de figure qui articule entre elles les aires rectilignes et les aires circulaires. La figure circulaire de base est le cercle. Son but est de construire un 2n-gone (avec n le plus grand possible) inscrit dans le cercle. Son idée est « plus l'on coupe fin, plus ce qui est perdu est petit ». Ce 2n-gone épouse alors ce cercle mais il n'est pas dit que sa circonférence est celle du cercle. L'aire de ce 2n-gone est calculée à l'aide de triangles qui permettent de construire un rectangle. Il trouve donc une approximation en fonction du rayon ou une formule exacte en fonction de la circonférence. Il va ensuite s'intéresser au segment de cercle (un champ en forme d'arc) puis à l'anneau circulaire (qu'il appelle champ en forme d'anneau). Pour le segment de cercle, son raisonnement prend à nouveau appui sur les triangles. Pour l'anneau circulaire, il se sert de ses résultats sur le cercle. Pour finir, il va alors s'intéresser à une surface courbe : la calotte sphérique.



Dans cette œuvre, les comparaisons d'aire se font par découpage et assemblage dans le but d'obtenir un rectangle. La figure clé est le rectangle, seulement la méthode diffère de la méthode grecque. On ne parle pas de transformation, on se restreint au découpage et à la superposition. Le rectangle est la figure emblématique de la grandeur aire, contrairement à Euclide qui, avec des considérations affines, peut se ramener au parallélogramme.

Remarquons que le problème de l'évaluation de l'aire du courbe tient une place de choix dans le chapitre. La méthode repose sur un découpage et une superposition, même approximative, qui permet de conclure. En classe de 6^{ème} il est intéressant d'intégrer ce problème de la mesure de l'aire des figures courbes, dont une étude débouche sur la formule de l'aire du cercle.

Références bibliographiques pour les 2 premiers épisodes.

EUCLIDE d'Alexandrie. *Les Éléments*. Livres I à IV, VI, IX, XII. Traduction et commentaires de B. Vitrac, introduction de M. Caveing. 4 volumes, Paris : PUF, 1990-2001. Vol.1. Introduction générale, Livres I à IV. Vol. 2. Livres V à IX. Vol. 3. Livres X. Vol. 4 Livres XI à XIII.

Les Œuvres d'Euclide. Trad. F. Peyrard. Paris : C.-F. Patris, 1819. Nouveau tirage augmenté d'une introduction par J. Itard, Paris : Blanchard, 1993. Première édition, Paris 1804 : *Les éléments de géométrie d'Euclide*, disponibles sur : <http://gallica2.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110982q.r=.langFR>.

LIU HUI. *Les Neuf Chapitres, Chapitre 5*. Traduction : K Chemla, Dunod, 2004.

Informations sur *Les Neuf Chapitres* sur :

http://www.univ-irem.fr/commissions/epistemologie/ressources/ress_ext/grands%20textes/neufchapters.htm

Secrétariat et adresses de l'IREM

Marie-Claude, qui était secrétaire de l'IREM depuis 7 ans, a obtenu une mutation sur Bordeaux. C'est Jennifer Patrouillault, sa remplaçante pour un an, qui recevra maintenant vos courriels à secirem@math.univ-poitiers.fr, qui vous répondra au 05 49 45 38 77 et qui vous accueillera dans nos locaux, quand vous y viendrez par exemple pour y acheter nos brochures ou consulter, voire emprunter, des ouvrages de notre bibliothèque (catalogue sur notre site : <http://irem2.univ-poitiers.fr> rubrique Ressources)...

Mais attention, les horaires d'ouverture de l'IREM sont modifiés, Jennifer arrive dès 8h15 le matin, mais repart à 16h30, avec une pause de 12h15 à 13h15. Évitez donc de venir à l'IREM après 16h30. Vous risquez de trouver porte close.

D'autre part, notre adresse postale a changé bien que nos locaux soient restés au même endroit, à savoir le rez de chaussée nord de ce que nous appelions le bâtiment de physique. Celui-ci a été rebaptisé bâtiment B24, et la rue qui le longe porte le nom de Michel Brunet (le découvreur de Toumaï). Ceci date déjà de septembre 2010, mais nous l'avons peu diffusé, car l'ancienne adresse «IREM, 40 avenue du recteur Pineau, 86022 Poitiers CEDEX», qui désigne l'ensemble du campus universitaire, est toujours acceptée par La Poste.

Notre adresse est maintenant IREM, bât B 24, 2 rue Michel Brunet, 86022 Poitiers CEDEX.

Si vous avez besoin de localiser l'IREM, allez sur notre site irem2.univ-poitiers.fr menu Accueil ou tapez «B24, Poitiers» sur Google Map. Par contre, la rue Michel Brunet ne figure toujours pas sur les bases de données utilisées par les sites d'adresses et par les GPS. Pour eux l'ancienne adresse «40 avenue du recteur Pineau, Poitiers» semble encore préférable.

Nos recherches

Nous nous sommes tous retrouvés le 16 septembre, pour lancer le travail de l'année et soigner la convivialité propre à l'IREM (repas pizzas-maison le midi, au lycée Kyoto le soir).

L'équipe collège est heureuse de vous présenter sa brochure «Enseigner les maths en 6e à partir des grandeurs : les volumes» et espère d'ici Noël achever, avec celle sur les longueurs, sa série de 6 brochures qui couvre l'ensemble du programme de 6e. En même temps, réflexions et expérimentations se font sur les autres niveaux. Il semble que le questionnement sur les grandeurs, reste sur l'ensemble du collège une bonne manière d'organiser l'apprentissage de l'ensemble des mathématiques du programme. L'équipe lycée signole la brochure sur la géométrie plane en seconde qui devrait sortir courant octobre. Elle réfléchit et expérimente toujours pour organiser l'enseignement autour de grandes questions au niveau d'une part des classes de première (S et ES notamment), d'autre part des probabilités et statistiques de la seconde à la terminale.

Ses équipes évoluent : Sébastien DHERISSARD rejoint l'équipe Collège. Walter MESNIER, qui a obtenu un poste au Bois d'Amour rejoint l'équipe lycée mais animera si besoin des stages collège... C'est une occasion de rappeler à chacun que l'équipe IREM reste ouverte à ceux qui souhaitent prendre du recul par rapport aux nombreuses réformes en cours et s'investir dans des recherches pédagogiques pour un enseignement de qualité. N'hésitez pas à contacter un membre de l'équipe, ou son directeur irem@univ-poitiers.fr

L'Atelier de Culture Scientifique

Cet atelier, ouvert à tous, matheux ou non matheux, vise à explorer les interactions entre les mathématiques et les sciences et techniques. Par exemple, l'article de Louis-Marie Bonneval et Jean-Claude Thiénaud du Bulletin Vert 493 de mars dernier sur la géométrie projective et la perspective a été écrit suite aux travaux de cet atelier.

Cette année, trois journées indépendantes sont prévues, avec à chaque fois, échanges avec un intervenant extérieur :

le 30 septembre, avec Patrice Naudin sur les mathématiques dans les Sciences du Numérique, le 10 février avec un géomètre-topographe sur les mathématiques utiles dans sa pratique professionnelle, enfin le 11 mai sur les mathématiques dans l'astronomie...

Pour toutes précisions, contacter Dominique Gaud : dominique.gaud@ac-poitiers.fr

Les stages

Nous avons pu faire inscrire deux stages au PAF, sur « les grandeurs, des questions aux compétences », l'un indiqué 6e, pour ceux qui souhaitent s'initier à cette manière de concevoir l'enseignement, et qui portera donc sur la classe de 6e, l'autre indiqué 5^e-3e, destiné à ceux qui ont déjà suivi un stage sur ce thème. Ce stage permettra à la fois d'approfondir les questions au niveau 6e, et d'explorer ce qu'il est possible de bâtir sur les autres classes de collège.

Il semble que vous soyez nombreux à vous y inscrire, nous nous en réjouissons, et espérons que toutes les candidatures pourront être acceptées malgré les contraintes budgétaires.

Par contre, nous n'encadrerons pas cette année de stage niveau lycée, car la précipitation des réformes en cours ne permet pas de prise de recul suffisante

Jean SOUVILLE, directeur de l'IREM.

Nous manquons d'étudiants en Maths

Chacun le sait, le jury du CAPES de Mathématiques n'a pourvu cette année que 574 des 950 places mises au concours. Cela s'explique en partie de manière mécanique par l'exigence d'un Master, qui fait que ceux qui pouvaient candidater cette année le pouvaient déjà l'année précédente. Mais cela ne jouera plus l'an prochain, et pourtant nous restons très inquiets, car il y a surtout un problème de fond : alors que nous manquons de mathématiciens, aussi bien au niveau de l'enseignement que dans l'entreprise (banque, assurance, logistique, bureaux d'ingénierie...), les effectifs de nos licences et de nos masters ont une forte tendance à la baisse depuis quelques années...

Sur Poitiers, la 1^{ère} année de licence (L1 SPIC) totalisait 220 à 250 étudiants entre 2005 et 2008. L'an dernier ils n'étaient que 155, et les effectifs de la rentrée nous font craindre de passer cette année en dessous de 140. Ce n'est pas lié à un effet démographique : il y a eu cette année une remontée du nombre de bacheliers et le L1 SVG (Sciences de la Vie et Géologie), lui, voit ses effectifs monter en flèche (le total SPIC+SVG restant stable autour de 450 étudiants en L1).

En 2^{ème} année (L2 Maths), ils étaient 60 en 2006-2007, 44 l'an dernier et seront moins de 30 cette année. Enfin, à ce jour, nos trois Masters de Mathématiques n'ont chacun que 5 ou 6 étudiants en 1^{ère} année.

Le phénomène semble national : de nombreux Masters de Sciences dures (Mathématiques, Informatique, Electronique, Mécanique, Physique), qu'ils soient en vue de l'enseignement ou de l'industrie, ferment ou sont menacés de fermeture faute d'étudiants ; les écoles d'ingénieur ont également beaucoup de difficultés au niveau de leurs effectifs alors que, répétons le, les débouchés sont excellents.

C'est au collège et au lycée que nos jeunes construisent les représentations qui guideront leurs choix d'orientation. Des sociologues nous disent qu'ils rejettent les études scientifiques en raison de leur exigence. Mais celle-ci est souvent surévaluée, et on comprend mal dans ces conditions pourquoi ils se précipitent dans des filières encombrées où il faut être parmi les meilleurs pour s'en sortir.

D'autres pensent que les métiers scientifiques sont arides. C'est encore une image fautive : le scientifique est rarement devant une feuille blanche ou un ordinateur. Son travail est fait de relations et d'imagination : écouter et comprendre les besoins, s'informer pour trouver des solutions, sinon les imaginer, puis les exposer et négocier pour qu'elles soient retenues...

J'invite donc chacun à valoriser ces métiers et à donner une image positive de notre discipline pour aider nos jeunes à s'y orienter.

Jean SOUVILLE

Vient de paraître dans les IREM

Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs Les VOLUMES

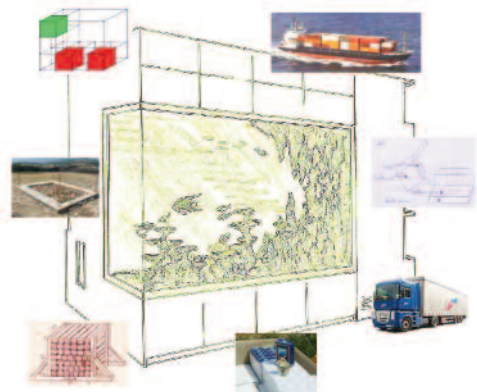
par le Groupe collège de l'IREM de Poitiers

Cette brochure propose une étude des volumes en classe de sixième structurée autour de la construction de la grandeur « volume ». Ses trois grandes parties sont conçues comme des éléments de réponses à trois grandes questions : comment comparer des volumes, comment mesurer des volumes, comment calculer des volumes. La démarche proposée est intégrative de nombreuses compétences du programme qui retrouvent ainsi une place naturelle et leur donne du sens. C'est tout particulièrement le cas pour l'étude du pavé, de ses patrons, de sa représentation en perspective cavalière, mais aussi le calcul et le système décimal. Pour la mettre en œuvre dans la classe, nous avons élaboré une banque de situations pour chacune des trois grandes parties qui nous sert de ressources pour choisir nos activités d'étude, nos exercices et les sujets de nos devoirs. Ces situations sont ancrées dans la vie présente et passée des hommes.

Ce travail s'inscrit dans un projet plus global de restructuration de tous les contenus du programme de sixième autour des grandeurs. Angles, durées, aires, prix, volumes, longueurs, constituent les 6 chapitres que nous avons choisis pour traiter le programme de la classe de sixième dans son intégralité.



Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : Les VOLUMES



IREM de Poitiers, Groupe collège

Septembre 2011

Prix : 10 euros (13,50 euros avec les frais d'envoi)

Diffusion : IREM de Poitiers

Bât. 24, 2 rue Michel Brunet, 86022 POITIERS CEDEX Tél. (+33) 05.49.45.38.77

Mél. irem@univ-poitiers.fr

WEB : <http://irem.univ-poitiers.fr/irem>

Réaction sur le BAC ES 2011 par une enseignante en lycée

Le BAC 2011 a beaucoup fait parler de lui, notamment à cause de l'épreuve de mathématiques de la série S, qui fut victime d'une fuite (je ne reviendrai pas sur la décision qui a été prise par le gouvernement).

Mais on a nettement moins parlé de l'épreuve de mathématiques de la série ES avec **un exercice en partie hors programme !**

Voici le sujet de l'exercice n° 4, noté sur 6 points et commun à tous les candidats :

On trouve donc dans cet exercice l'insertion d'une copie d'écran d'un logiciel de calcul formel.

En fait, il n'y avait réellement que les questions 1.(a) et 1.(b) qui portaient sur cette copie d'écran, et les questions suivantes étaient assez classiques, à condition de ne pas se laisser dérouter par le début.

Plusieurs de mes élèves ont reconnu « n'avoir pas touché » à l'exercice 4 car ils n'y avaient rien compris ! De même lors de la correction de cet épreuve, j'ai pu voir plusieurs fois des copies d'élèves où seul le numéro de l'exercice apparaissait, mais il n'y avait aucune réponse d'écrite !

Je pense que l'expression « $B(x) > 0, x$ » les a grandement déstabilisés :

certain y ont vu le réel $0, x$ (« zéro virgule x ») sans en comprendre le sens !

la notation « $x - >$ » a pu être interprétée comme un signe de soustraction suivi d'un signe « supérieur » et n'avait pas davantage de sens. Il fallait y voir le symbole « associé à » mais les espaces pouvaient être gênants dans la compréhension !

Là où le bât blesse, c'est que jusqu'ici **dans les programmes, il n'était fait nulle part mention de ces logiciels de calculs formels**. Pour ma part, je n'en ai jamais utilisé avec mes élèves de Terminale ES ! Par contre dans les programmes de Terminale ES soumis à consultation au printemps 2011, on peut lire ceci :

EXERCICE 4 (6 points)
Commun à tous les candidats

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[0, 1; 10]$ par :

$$B(x) = 10 \times \frac{1 + \ln x}{x}.$$

Si $B(x)$ est positif, il s'agit d'un bénéfice ; s'il est négatif, il s'agit d'une perte.

1. Coraline utilise un logiciel de calcul formel. A plusieurs reprises, elle entre une commande, et le logiciel renvoie une réponse. Elle obtient l'écran suivant :

(Commande)	$B(x) := 10 * ((1 + \ln(x)) / x)$
(Réponse 1)	$x - > 10 * \left(\frac{1 + \ln x}{x} \right)$
(Commande)	deriver(B(x), x)
(Réponse 2)	$\frac{10}{x^2} + \frac{10 * (1 + \ln(x))}{x^2} * (-1)$
(Commande)	resoudre(B(x) - 0, x)
(Réponse 3)	$[\exp(-1)]$
(Commande)	resoudre(B(x) > 0, x)
(Réponse 4)	$[x > \exp(-1)]$
(Commande)	maximum(B(x), [0, 1; 10])
(Réponse 5)	10

(a) Traduire sur le graphique donné en annexe, illustrant la courbe représentative de la fonction B , les réponses 3, 4 et 5 renvoyées par le logiciel de calcul formel.

(b) Justifier la réponse 3 renvoyée par le logiciel de calcul formel. Interpréter cette valeur en terme de résultat mensuel pour l'entreprise.

2. (a) Démontrer qu'une primitive de la fonction B sur l'intervalle $[0, 1; 10]$ est la fonction F définie sur $[0, 1; 10]$ par

$$F(x) = 5 \ln x (\ln x + 2)$$

(b) Calculer $\int_{0,5}^{1,5} B(x) dx$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-3} près.
Ce nombre représente le bénéfice mensuel moyen en milliers d'euros lorsque l'entreprise produit et vend chaque mois un nombre d'objets compris entre 50 et 150.

3. Pour quel nombre d'objets le bénéfice mensuel B est-il maximal ? Justifier la réponse par un calcul.

Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation.

En particulier, lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel limite le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.

L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

Donc doit-on considérer que les programmes soumis à consultation sont ceux qui font foi le jour du bac ? Je trouve anormal qu'on interroge les élèves (surtout le jour du bac) sur des parties qui ne sont même pas au programme !

Pour le moment et jusqu'à nouvel ordre le programme actuel est celui du BO datant du 30 août 2001. Je vous invite à le lire pour voir que nulle part on ne mentionne les logiciels de calculs formels !

Cet exercice a sonné comme un avertissement pour nous autres enseignants de Mathématiques : « il faut **dès maintenant** utiliser des logiciels de calcul formel ».

MATH EN MARCHÉ

Journées Nationales de l'A.P.M.E.P.
à Grenoble du samedi 22 au mardi 25 octobre 2011

<http://www.jngre2011.fr/index2.php>



Des évaluations à tous crins

Ce petit texte témoigne du sentiment d'un enseignant de mathématiques d'un collège de l'académie sur le thème de l'évaluation, sentiment qui est bien sûr en partie lié à une situation particulière d'un professeur dans un établissement, quoique... Les établissements scolaires qui se dirigent peu à peu vers l'autonomie sont encore soumis heureusement à des règles et des directives communes. Je les applique en fonctionnaire zélé, mais certaines d'entre elles me posent problème.

Dans notre société d'aujourd'hui, il faut bien reconnaître que l'évaluation devient omniprésente, ce qui ne semble pas forcément contestable, a priori. On veut connaître les performances de tel ou tel dispositif. Tout doit être maîtrisé et étalonné. Il s'agit par exemple de classer les hôpitaux, les lycées ou de mesurer l'audience d'une émission de radio. Ainsi, les décideurs peuvent en principe dans le meilleur des cas, arbitrer, réguler, ajuster. L'école n'échappe pas à cette règle. Les systèmes éducatifs sont ainsi comparés à travers des enquêtes comme PISA. L'OCDE compare aussi les systèmes éducatifs dans des rapports. Les projets d'établissements sont aussi évalués par les inspections académiques pour savoir si les mesures mises en œuvre ont permis les progrès des élèves, etc. La finalité, sans doute caricaturale de ma part, est l'attribution des moyens ou la justification de la nécessité de réformes. Dans quels buts ?

Dans les classes aussi, les tâches d'évaluation des élèves exigées par l'institution explosent littéralement. On doit désormais décider d'attribuer une note de vie scolaire à chaque élève de collège, chaque trimestre ; on doit évaluer les compétences des élèves à maîtriser les Technologies de l'Information et de la Communication et plus largement les compétences du socle commun. Et bien sûr, pour la plupart d'entre nous, les évaluations « classiques » perdurent. Je me tairai sur ces dernières. À force de tout évaluer, sans cesse, ne perd-t-on pas de vue l'essentiel de notre métier ?

La note de vie scolaire

Depuis plusieurs années, chaque élève de collège se voit attribuer une note évaluant son comportement, note qui apparaît sur ses bulletins conformément à une directive institutionnelle. Dans mon collège, cette note comporte deux volets. La vie scolaire de l'établissement évalue l'élève sur dix points après avoir recensé ses retards non justifiés, son comportement déviant dans les couloirs, dans la cour de récréation ou au réfectoire, ses heures de retenues... Le professeur principal de la classe propose également une note sur dix points après avoir relevé les observations dans le carnet de correspondance et après avoir repéré les éléments du bulletin qui pourraient éventuellement se révéler problématiques pour les apprentissages tels que les bavardages, le manque de concentration, la passivité, l'absence de curiosité... Il me semble qu'une telle évaluation pose problème pour plusieurs raisons. En effet, il n'y a jamais eu dans la classe ou en étude de véritable formation sur une façon idéale de se comporter. Existe-t-elle vraiment d'ailleurs ? Oui, bien sûr, on sait ce que cela signifie d'être poli et bien élevé. Mais, est-il vraiment nécessaire d'attribuer pour autant une note chiffrée à l'éducation des parents en quelque sorte ou bien à des caractères d'élèves, bien diffi-

ciles à appréhender ? D'autre part, que fait-on d'une telle note ? Aucune régulation et remédiation ne sont prévues. Aucune explication sur tel ou tel comportement n'est recherchée puisque les raisons sont souvent complexes et extérieures à l'école. **Il semble que cette note ne soit destinée qu'à motiver certains élèves** : les plus « stables » ; les plus réservés, les plus insolents, les plus turbulents d'entre eux le resteront. Pour finir sur ce sujet, il arrive en conseil de classe que telle ou telle proposition de note change après l'intervention d'un professeur mécontent, ce qui confère à la note un caractère éminemment scientifique et qui révèle aux représentants des parents et aux délégués des élèves notre professionnalisme en matière d'évaluation !

Le Brevet Informatique et Internet

Depuis quelques années, on évalue dans les collèges les compétences informatiques des élèves à travers une plate-forme qui s'appelle GIBII et qui est hébergée par la MATICE. On ne peut pas contester qu'il est important que les élèves soient formés et accompagnés dans ces nouvelles technologies qui peuvent totalement les dépasser. Il s'agit pour les enseignants d'accorder en tout sur les quatre années passées au collège vingt-neuf items pour chaque élève. Ce dernier formule lui-même la demande de validation d'un item lorsqu'il pense maîtriser la compétence correspondante : c'est le fonctionnement dans mon établissement. Cette prise en charge des élèves de leurs propres acquis est une excellente chose sur le papier, mais dans la réalité, qu'en est-il vraiment ? Il faut bien reconnaître après plusieurs années de fonctionnement et d'expérience que cette validation, dans mon établissement, se fait surtout en fin d'année de troisième par une poignée de professeurs courageux qui constatent assez souvent que les demandes de validation des élèves sont plagiées et proviennent de blogs spécialement conçus pour leur permettre de valider leur Brevet Informatique et Internet sans avoir eu besoin d'être formés. L'ont-ils été d'ailleurs ? Par exemple, la confusion entre un moteur de recherche et un navigateur est courante, mais le temps presse... Il faut que nos chers troisièmes aient leurs B2I pour pouvoir obtenir leurs brevets. Alors, on clique, on clique (en bon professionnel ?) pour qu'ils obtiennent le sésame. Parfois, on clique tellement (attention aux tendinites) qu'on valide des items qui ne sont jamais apparus dans nos séquences pédagogiques, mais la simple déclaration de l'élève dans GIBII nous suffit, car **il n'y a que le résultat qui compte : l'attestation que l'élève a son diplôme ; peu importe ce qu'il sait vraiment.**

Le socle commun de compétences

Le socle commun de compétences a fait son apparition au collège et son évaluation est maintenant à l'ordre du jour. Ce socle qui tente de révéler les points forts de chaque élève et de faire travailler ses points faibles pour faire progresser notamment l'acquisition des connaissances est aussi, il me semble, un dispositif très louable bien que sa mise en œuvre pose des difficultés. Mais, là encore, l'évaluation dans mon collège, tourne au désastre. Pour valider finement les compétences des élèves, nous avons installé le logiciel « Sacoche », puisque

nous ne voulions pas de « Cerise », qui devrait être payant, paraît-il (l'acquisition d'une sacoche de cerises aurait été beaucoup plus avisée !). Cette nouvelle usine à gaz de plus ne sert qu'à égarer certains d'entre nous dans des clics interminables sans réfléchir vraiment à une modification des pratiques qui permettrait de faire travailler les compétences. À la fin de l'année, juste avant le conseil de classe du dernier trimestre, nous nous réunissons pour attribuer le socle commun de compétences aux élèves de troisième, sans consulter le travail effectué par les collègues sur la plate-forme « Sacoche ». J'ai l'impression désagréable que cette attribution se fait « à la louche » ; les élèves et les parents en sont à peine informés. Mais **les élèves peuvent passer sereinement les épreuves du Diplôme National du Brevet puisqu'ils ont obtenu dans leur grande majorité le socle commun de compétences ...**

Je termine donc ce témoignage pour **déplorer finalement toutes ces évaluations mais en aucune façon les sujets qu'elles tentent d'évaluer, sauf peut-être pour le comportement des élèves.** Ces plates-formes dans lesquelles on clique à tour de bras sont extrêmement chronophages. Quelle énergie et quel temps perdus ! **Imaginons une école dans laquelle cette énergie et ce temps soient passés à réfléchir avec les collègues, à préparer des cours, à discuter avec les élèves, à les former.** Ne serait-ce pas plus bénéfique pour notre système éducatif ? Dans les quelques formations que j'ai pu suivre sur

le thème des compétences, de longues discussions assez stériles et ennuyeuses se portaient sur l'utilisation des outils comme GIBII ou CERISE, sur la forme de l'évaluation, sur la définition d'une compétence mais très rarement sur le fond. Quelles séquences pédagogiques doit-on élaborer pour que les élèves acquièrent des compétences et des connaissances ? Quels contenus doit-on enseigner ? Comment doit-on travailler avec les élèves ? Il me semble qu'une erreur est commise par l'institution, celle d'espérer piloter ce qui se passe dans les classes à partir de l'évaluation. Cela peut peut-être fonctionner pour le Baccalauréat et le Diplôme National du Brevet. La forme des exercices dans ces examens incite probablement les enseignants à entraîner leurs élèves d'une certaine façon. Par contre, je n'ai pas l'impression dans mon collège que l'évaluation du B2I et celle du socle commun de compétences aient induit un changement significatif dans les pratiques. Il me semble que nous évaluons beaucoup trop sans rien évaluer finalement. En plus, cela ne nous sert pratiquement jamais à faire progresser les élèves. Il faut aussi dire que nous sommes assommés par tellement de tâches. Je me demande aussi, **ce que deviendraient les élèves, si on passait tout notre temps à les former sans les évaluer.** Pour finir, je voulais préciser que je n'ai voulu choquer aucun collègue dans ce texte et que ma provocation ne visait que moi-même qui applique toutes ces directives sans sourciller.

Tina VOLEAU

Les expositions de la Régionale vous attendent.

Les deux expositions « Expocube » et « Comment tu comptes ? », réalisées par la Régionale en collaboration avec l'Espace Mendès France, sont encore disponibles pour cette année scolaire. Vous pouvez les emprunter en prenant contact avec Frédéric de Ligt à sa **nouvelle adresse électronique** frederic.deligt@gmail.com.



Les deux expositions sont visibles sur le site de la Régionale apmep.poitiers.free.fr à la rubrique « exposition ». Le tarif de location est de 40 € par semaine pour chacune d'elles.



L'exposition « Comment tu comptes ? » est empruntée par un établissement de Niort la semaine du 20 au 25 février. Elle sera sur Niort et disponible la semaine précédente, du 13 au 18 février. Un établissement de ce secteur peut donc la réserver dès maintenant. Elle sera acheminée sans frais de transport.

JEUX 9

Une nouvelle brochure de l'APMEP, de nouvelles activités pour la classe

Cent quatre-vingt-douze pages au format A4 sous la forme de quatre-vingt seize feuillets non reliés qui peuvent être facilement photocopiés pour une utilisation directe en classe.

Comme les précédentes, cette brochure propose des activités ludiques, bien sûr, mais toujours à objectifs pédagogiques. Ce sont seize jeux regroupant près de quatre-vingt-dix activités dans les trois grands domaines : numérique, géométrie et logique. Ces fiches d'activités sont accompagnées d'une présentation précisant les objectifs pédagogiques, des solutions attendues et, lorsque l'activité le demande, des planches permettant de réaliser facilement le matériel nécessaire à son déroulement.

Prix public : 16 € ; **prix adhérent : 12 €.**

Commandez-la à la Régionale de Poitou-Charentes.



L'œil le plus juste ne vaut pas la règle. Proverbe chinois

Un courrier de Serge Parpay

Un exercice de seconde du Rallye Poitou-Charentes 2011 (« Les disques magiques de Roger Penrose ») proposait à partir d'un disque découpé en secteurs de retrouver tous les nombres 1, 2, ..., en prenant soit les nombres de chacun des secteurs, soit la somme des nombres inscrits dans deux ou plusieurs secteurs consécutifs. Ainsi, pour le disque de la figure 3, on peut retrouver tous les nombres de 1 à 21. Il était demandé de reconstituer les disques pour les cas d'un disque de 2 secteurs (nombres 1 à 3), d'un disque de 3 secteurs (nombres 1 à 7), d'un disque de 4 secteurs (nombres 1 à 13). Pourquoi ces nombres 3, 7, 13 ? Quel est le cas suivant ?

Dans le livre de Roger Penrose « *À la découverte des lois de l'univers* », les « disques magiques » étaient présentés d'une façon plus complexe, en lien avec les plans projectifs finis.

À l'intérieur d'un cercle (figure 1) tourne un disque divisé en secteurs séparés par des flèches (figure 2). Pour la position de la figure 3, on obtient sur le cercle, au bout des flèches, les nombres 0, 1, 4, 14, 16. Une rotation de $5\pi/21$ donne les nombres 5, 6, 9, 19, 0. Une rotation de $11\pi/21$ donne les nombres 11, 12, 15, 4, 6. Pour chacun des nombres p du cercle, par exemple 11, il n'y a qu'une rotation possible amenant une flèche sur p , l'autre sur 0, et la somme des nombres des secteurs consécutifs concernés est p ; par exemple : pour 14, les secteurs 1, 3, 10 donnent bien $1 + 3 + 10 = 14$, et pour 11, les secteurs 2, 5, 1, 3 donnent bien $2 + 5 + 1 + 3 = 11$.

Voici à titre d'information d'autres disques : (1, 2, 7, 4, 12, 5), (1, 2, 10, 19, 4, 7, 7, 9, 5), (1, 2, 4, 8, 16, 5, 18, 9, 10). Et il y en a d'autres encore plus grands !

Roger Penrose précise que les « disques magiques » sont équivalents à ce qu'on appelle les « ensembles différence parfaits ».

Il renvoie aux livres de J.Howie, « *On the SQ-universality of T6 groups* », *Forum Math1*, p.269-271, et de J.W.P. Hirschfeld, « *Projective Geometry over Finite Fields* », Clarendon Press, Oxford (2^{ème} édition) que des lecteurs plus savants voudront peut-être consulter. Bon courage et bien amicalement !

PS : Je ne sais pas si de telles manipulations sont susceptibles d'intéresser les élèves ; quoiqu'il en soit, elles sont plutôt curieuses et sortent de l'ordinaire.

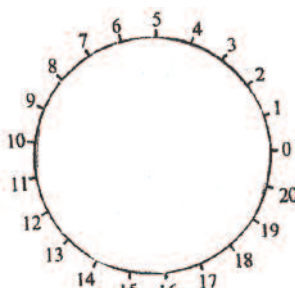


Figure 1

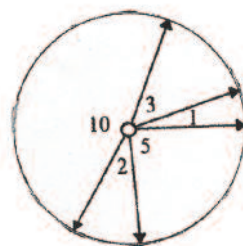


Figure 2

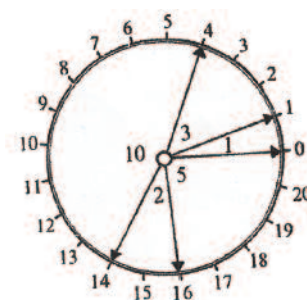
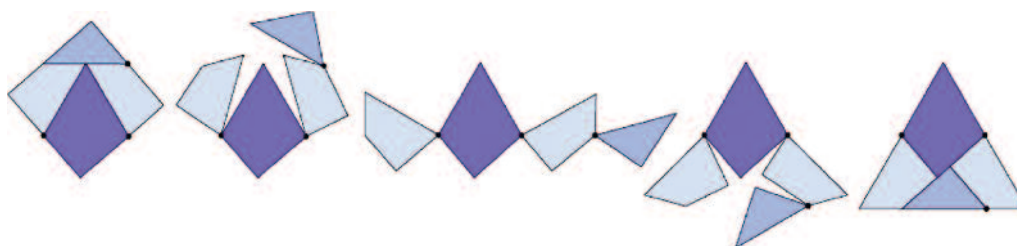


Figure 3

Des problèmes

86-1 de Serge Parpay (Niort)

Henry Ernest Dudeney (ci-contre) est connu pour ses énigmes et ses puzzles. Le puzzle ci-dessous fut présenté en 1905 à la Royal Society de Londres. Un assemblage articulé de trois quadrilatères et un triangle peut se déformer et donner soit un triangle équilatéral soit un carré. Les figures ci-dessous sont des étapes de la transformation. On peut construire soi-même un tel puzzle (en imaginant les articulations). Une étude des figures sera suivie de constructions géométriques à la règle et au compas **uniquement**, puis évidemment du découpage.



À vous de jouer !

Il est possible de calculer les caractéristiques de chacune des pièces du puzzle, mais le calcul est parfois laborieux. Rien ne vaut, pour « un vieux nostalgique », la bonne vieille géométrie.

86-2 de Serge Parpay (Niort)

Montrer que la fonction $((a + b)^2 + 3a + b)/2$ fournit une correspondance 1-1 explicite entre les nombres naturels et les couples (a, b) de nombres naturels.

« À la découverte des lois de l'univers », Roger Penrose (Editions Odile Jacob-Sciences).

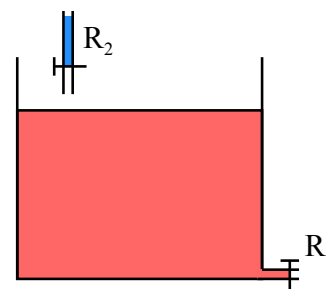
86-3 de Jacques Chayé (Poitiers)**Une manière de mettre de l'eau dans son vin**

Une cuve contient un volume V de vin.

On répète plusieurs fois l'opération suivante :

1. Prélèvement dans la cuve d'un volume v à l'aide du robinet R_1 .
2. Introduction d'un volume v d'eau à l'aide du robinet R_2 .
3. Homogénéisation du mélange.

Quel est le volume d'eau dans la cuve à la fin de la $n^{\text{ième}}$ étape ?



Des solutions

81-1 de Louis Rivoallan**La boîte de diapos**

La boîte de diapositives est rectangulaire ($n \times m$) et elle est remplie entièrement. Les diapositives sont rangées dans l'ordre chronologique « horizontalement », numérotées $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots$ sur la première ligne, puis $n ; (n + 1) ; \dots$ sur la deuxième ligne, $(2n) ; (2n + 1) ; \dots$ sur la troisième ligne et ainsi de suite.

Il s'agit désormais de la classer dans l'ordre chronologique, mais cette fois-ci, « verticalement », la première colonne étant $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots ; m - 1$, la seconde $m ; (m + 1) ; \dots$, la troisième $2m ; (2m + 1) ; \dots$ et ainsi de suite. Si je prends la diapositive numéro u_0 , dans la configuration initiale, elle va prendre la place de la diapositive u_1 , qui elle-même prendra la place de la diapositive $u_2 \dots$

Peut-on définir simplement la fonction $u_{p+1} = f(u_p)$?

À quelle condition, si $u_0 \neq 1$ et $u_0 \neq n \times m$, la boîte sera-t-elle bien rangée après exactement $n \times m - 2$ manipulations ?

Solution de Frédéric de Ligt

La diapositive numéro $mk + r$ ira à la place de la diapositive numéro $k + nr$ pour tout k compris entre 0 et $n - 1$ et pour tout r compris entre 0 et $m - 1$ (bornes comprises). Donc si $u_p = mk + r$ alors $u_{p+1} = k + nr$. En notant $[]$ la partie entière d'un nombre, on a $[u_p / m] = k$ et $r = u_p - m[u_p / m]$. $u_{p+1} = [u_p / m] + n(u_p - m[u_p / m])$.

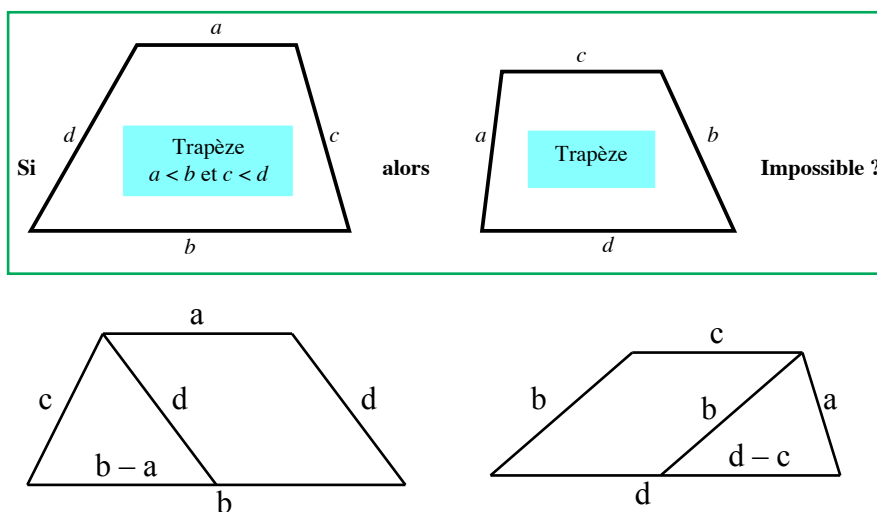
Et finalement, l'expression de $f : u_{p+1} = f(u_p) = n u_p - [u_p / m](mn - 1)$.

Pour ranger la boîte en $nm - 2$ manipulations, il faut et il suffit que les diapositives numéro 0 et $nm - 1$ soient les deux seules diapositives qui restent à leur place ou, dit autrement, que f n'admette que ces deux points fixes. Une condition nécessaire et suffisante est donc que $mk + r \neq k + nr$ ou encore que $(m - 1)k \neq (n - 1)r$, ce qui peut se traduire par $(m - 1)$ et $(n - 1)$ premiers entre eux.

83-1 de Serge Parpay**Solution de l'auteur**

On suppose que les deux trapèzes existent et on partage alors chacun en un triangle et un parallélogramme comme indiqué sur les figures ci-contre.

L'inégalité triangulaire donne dans les deux triangles : $c + (b - a) > d$ et $a + (d - c) > b$ mais $c + b$ ne peut à la fois être strictement plus grand et strictement plus petit que $a + d$. Les deux trapèzes ne peuvent donc exister simultanément.

**84-3 de Louis-Marie Bonneval**

Tout le monde connaît le principe de la roulette russe. On peut y jouer sans danger avec un dé ordinaire : les deux joueurs lancent alternativement le dé, le premier qui sort le 6 a perdu. Quel est le risque de perdre de chacun ?

Solution de Louis Rivoallan

Un calcul à l'aide de probabilités conditionnelles montre que la probabilité que le premier joueur perde est la somme des termes d'une suite géométrique de raison $(5/6)^2$ et de premier terme $1/6$, tandis que la probabilité que ce soit le second qui perde est la somme des termes d'une suite géométrique de raison $(5/6)^2$ également mais de premier terme $5/36$. Tous calculs faits, on trouve respectivement $6/11$ pour le premier et $5/11$ pour le second. Le petit programme écrit en Turbo Pascal « valide » cette réponse :

```

Program roulette_russe;
Uses Crt; {pour utiliser des procédures existantes dans cette bibliothèque} Const n = 1000000; {nombre de parties à effectuer}
Var
A_joue, fini: Boolean; {fini est vrai lorsque une partie est terminée; A_joue est vrai lorsque c'est le joueur A qui joue}
a,b: longint; {a est le nombre de parties perdues par A, b est le nombre de parties perdues par B}
BEGIN {début du programme}
a:=0;b:=0; {initialisation des compteurs}
Randomize; {initialisation du générateur de nombres aléatoires}
Repeat {chaque boucle correspond à une partie jouée}
A_joue:=TRUE; {initialisation de A_joue, puisque c'est A qui joue le premier}
Repeat {chaque boucle correspond à un lancer de dé, ou de tir au pistolet, au choix}
fini:= random(6)=1; {le nombre aléatoire est 0;1; ...; 5. Si le nombre aléatoire est 1, le joueur a perdu}
If fini Then
Begin If A_joue then a:=a+1 Else b:=b+1 End {Lorsque la partie est finie, on regarde qui l'a perdue}
Else A_joue:= Not A_joue; {et si elle n'est pas finie, c'est au tour de l'autre de jouer}
Until fini; {la partie est finie, on passe à la suivante}
Until a+b=n; {tant qu'on n'a pas effectué toutes les parties, on continue, sinon on s'arrête}
writeln((a/n - 6/11)); {pour tester l'hypothèse}
Repeat until KeyPressed; {astuce pour pouvoir lire sur l'écran}
END

```

Solution de l'auteur

Appelons A le premier joueur, B le second. Nous supposons bien entendu que le dé est régulier. Notons respectivement SA et SB les événements « A sort 6 le premier », « B sort 6 le premier », p et p' leurs probabilités.

1ère méthode

Si A ne tire pas 6 au premier coup, B se trouve dans la situation de A au début du jeu. Autrement dit, en notant E l'événement « Le 6 ne sort pas au premier coup », $P_E(SB) = P(SA)$. Or SB implique E, donc $P(SB) = P(E \cap SB) = P(E)P_E(SB)$.

D'où $p' = \frac{5}{6}p$. D'autre part $p + p' = 1$, car la probabilité que le 6 ne sorte pas est nulle (c'est $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^n$).

On en déduit que $p = \frac{6}{11}$ et $p' = \frac{5}{11}$.

2ème méthode

Appelons D la durée de la partie, c'est-à-dire le rang de la première apparition du 6. D suit la loi géométrique de paramètre $1/6$:

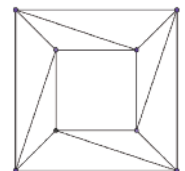
$$P(D = n) = \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \text{ pour tout } n \text{ naturel non nul.} \quad p = P(D \text{ est impair}) = \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{2k} = \frac{1}{6} \times \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{25}{36}\right)^k = \frac{6}{11}.$$

$$p' = P(D \text{ est pair}) = \frac{1}{6} \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^{2k+1} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{25}{36}\right)^k = \frac{5}{6} p = \frac{5}{11}.$$

85-1 de Frédéric de Ligt

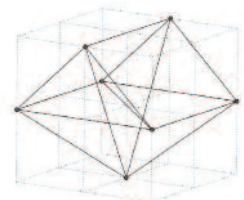
« Perdez un point ! ? »

Dans la figure ci-contre, les 8 points sont reliés entre eux par des segments. De chaque point partent quatre segments et les segments ne se croisent pas. Est-il possible de réaliser une figure qui vérifie la même propriété mais composée cette fois de seulement 7 points ?



Non solution de Bruno Alaplantive

Je ne trouve pas d'argumentation satisfaisante à une réponse négative ; ce dont je m'excuse *platement*. Mais il m'apparaît qu'à la Région de la bravitude, on ne soit pas tenu à la planitude (pour ne pas dire platitude ; ce qui en constituerait assurément)... !!! Auquel cas une solution possible est donnée ci-contre.



Solution de l'auteur

Pour prouver l'impossibilité de réaliser la liaison demandée entre 7 points on va montrer un peu plus et se passer de la contrainte de n'utiliser que des segments pour s'en tenir à de simples arêtes. C'est alors en fait une conséquence du célèbre théorème de Kuratowski (1930) :

Un graphe est planaire si et seulement si il contient un sous-graphe qui est une subdivision de $K_{3,3}$ ou de K_5 .

Nous n'utiliserons ici qu'une partie (assez facile à démontrer) de cette étonnante propriété :

Un graphe dont un des sous-graphes est une subdivision de $K_{3,3}$ n'est pas planaire.

Quelques éclaircissements

- Ajouter des sommets sur les arêtes d'un graphe G le transforme en un graphe G' appelé subdivision de G . Il est assez intuitif de voir que si G n'est pas planaire, G' ne l'est pas non plus.
- Le graphe K_5 qui ne nous servira pas est formé de cinq points où chacun des points est relié à tous les autres. Il part donc quatre arêtes de chaque sommet.
- Le graphe $K_{3,3}$ est représenté ci-contre. Vous aurez sans doute reconnu une configuration classique dont on peut montrer sans trop de difficulté, en travaillant la formule d'Euler, qu'elle n'est pas planaire (c'est le fameux problème insoluble des trois maisons qu'il faut relier à l'eau, au gaz et à l'électricité sans que les raccordements ne se croisent).



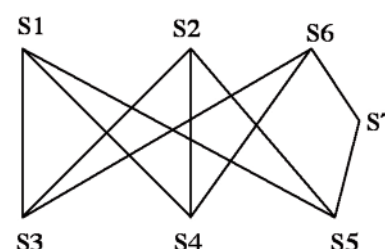
Revenons maintenant au problème posé. Puisque les sommets ne sont pas tous reliés entre eux (sinon il partirait 6 arêtes de chaque sommet), on peut en trouver deux, disons $S1$ et $S2$, qui ne sont pas reliés entre eux. Notons alors $S3, S4, S5, S6$ et $S7$ les autres sommets. Comme $S1$ et $S2$ sont tous deux reliés à quatre des ces cinq sommets, ils en ont donc au moins trois en commun.

Premier cas. S'ils en ont quatre en commun, disons $S3, S4, S5$ et $S6$ alors le dernier sommet $S7$ est aussi obligatoirement relié à ces quatre sommets. Il apparaît donc dans ce cas un sous-graphe du type $K_{3,3}$ constitué des deux triplets de points $\{S1 ; S2 ; S7\}$ et $\{S3 ; S4 ; S5\}$. Par conséquent il se trouve toujours au moins deux arêtes qui se croisent.

Second cas. S'ils en ont seulement trois en commun, disons $S3, S4$ et $S5$, le sommet $S1$ est alors relié à $S6$ ou $S7$, choisissons $S6$, $S2$ est donc relié à $S7$.

- Dans le cas où $S6$ et $S7$ ne sont pas reliés entre eux, ils sont donc tous deux reliés à $S3, S4$ et $S5$. Les deux triplets de points $\{S1 ; S2 ; S7\}$ et $\{S3 ; S4 ; S5\}$, par exemple, sont les sommets d'un graphe de type $K_{3,3}$. La conclusion est la même qu'auparavant.

- Dans le cas où $S6$ et $S7$ sont reliés entre eux, ils sont aussi tous deux reliés à deux des trois points $S3, S4, S5$. Ils ne peuvent avoir qu'un seul de ces points en commun car dans le cas où ils auraient les deux mêmes en commun il n'arriverait que deux arêtes sur le troisième sommet alors que tous les autres sommets seraient déjà saturés. Disons que $S6$ est relié à $S3$ et $S4$ alors que $S7$ est relié à $S4$ et $S5$. Le graphe obtenu contient alors un sous-graphe (figure ci-contre) qui est une subdivision de $K_{3,3}$. La conclusion est identique aux cas précédents.



26^{ème} Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques Quarts de finale

Organisé par la FFJM (Fédération Française des Jeux Mathématiques), ce 26^{ème} championnat est à nouveau ouvert aux Écoles (classes de CE2 et de CM), aux Collèges et aux Lycées.

Pour les Écoles, l'inscription d'une classe aux quarts de finale nécessite une participation d'au moins 7 élèves. Pour un effectif inférieur, les élèves peuvent participer individuellement. La participation financière est de 18 € par classe.

Pour les Collèges et Lycées, les élèves peuvent participer en plus (ou uniquement) au championnat des Jeux littéraires. Pour que l'inscription de l'établissement soit valide, il faut qu'il y ait au moins 12 participants en tout (championnat mathématique seul, championnat littéraire seul ou les deux). La participation financière par collégien est de 2 € pour une épreuve et de 3 € pour deux épreuves. Pour les lycéens, elle est respectivement de 2,50 € et de 4 €.

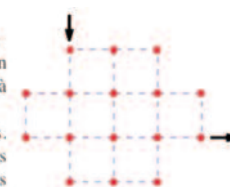
Vous pouvez télécharger les bulletins d'inscription ainsi que les énoncés de ces quarts de finale sur le site de la FFJM (ffjm.org) en bas de la page d'accueil. Ce bulletin est à renvoyer avant le 31 décembre pour les Collèges et Lycées, avant le 15 janvier pour les Écoles à l'adresse suivante :

Championnat FFJM, 8 rue Bouilloux-Laffont, 75015 Paris.

Contact : Patricia Maltempi 01 44 26 08 37 (les Lu. et Me. entre 9h et 16h), pmaltempi@wanadoo.fr

4 - LABYRINTHE (coefficient 4)

Vous rentrez dans le labyrinthe en haut à gauche et vous en sortez à droite en bas (voir les flèches). Vous devez suivre les pointillés. Vous devez passer par chacun des seize sommets sans passer deux fois au même endroit. Dessinez le chemin que vous allez suivre.



5 - LE FER À CHEVAL (coefficient 5)

On découpe le fer à cheval de la figure en traçant deux droites. Combien de morceaux peut-on obtenir, au maximum ?

