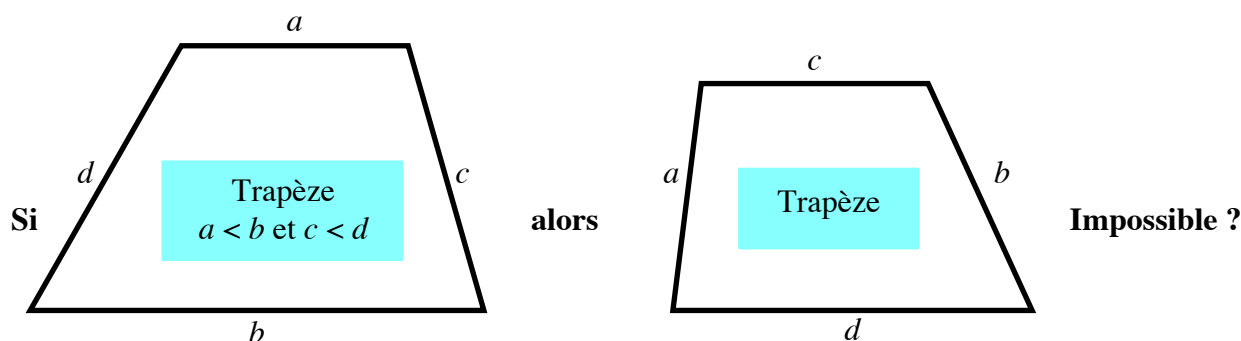


Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Des problèmes

83-1 de Serge Parpay (Niort) :



83-2 de Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Dimensions intérieures

Ce carré est partagé en 4 rectangles. À l'intérieur de chacun d'eux est indiqué son périmètre. Retrouver la longueur du côté du carré ainsi que les dimensions (longueur et largeur) du rectangle de périmètre 1.

1	2
3	4

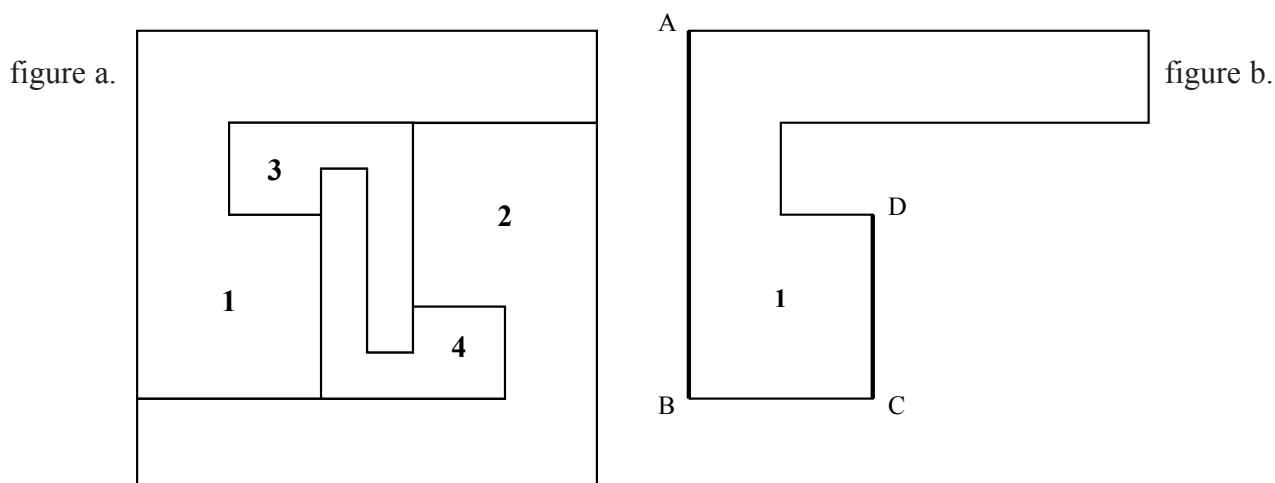
83-3 de Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Un pavage original

Carl Lage est un céramiste créatif. Il a trouvé une nouvelle décoration pour ses nouveaux carreaux rectangulaires. Sur son carreau (figure a.) apparaissent quatre motifs, numérotés ici 1, 2, 3 et 4, tous de **même forme** et il y a seulement deux tailles de motif. Les grands motifs 1 et 2 sont identiques, de même que les petits motifs 3 et 4.

Pour des raisons esthétiques il a choisi $AB = 2CD$ (figure b.).

Si je vous dis que $BC = 9$ cm et que $AB = 12$ cm, pouvez-vous donner la longueur et la largeur du carreau ?



Des solutions

81-2 de Louis Rivoallan :

Quels sont les couples d'entiers naturels (a,b) avec $1 < a \leq b$ tels que :

$$11 \times \text{ppcm}(a,b) - 109 \times \text{pgcd}(a,b) = 1$$

Solution de Frédéric de Ligt

L'identité de Bézout permet de dire que les entiers $\text{ppcm}(a,b)$ et $\text{pgcd}(a,b)$ sont premiers entre eux. Comme d'une façon générale $\text{pgcd}(a,b)$ divise $\text{ppcm}(a,b)$, alors $\text{pgcd}(a,b) = 1$ c'est-à-dire que a et b sont premiers entre eux. L'équation est ramenée à $11ab = 110$ ou encore $ab = 10$. Les couples $(1, 10)$ et $(2, 5)$ sont donc les seules solutions possibles.

81-3 de Frédéric de Ligt :

Ma calculatrice est dans un piteux état. Les seules touches d'opération à fonctionner sont les touches $+$, $-$, et $1/x$ permettant d'additionner, de soustraire et d'inverser. Puis-je quand même obtenir le produit de deux nombres donnés ?

Solution de Stéphane Saint-Jean :

$$\text{Calcul du carré d'un nombre : } B^2 = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-B} + \frac{1}{1+B}} - \frac{1}{\frac{1}{1-B} + \frac{1}{1+B}}$$



Statue d'Etienne Bézout à Nemours.
Au fait, doit-on écrire Bézout ou Bezout ?



$$\text{Le produit se calcule alors ainsi : } C \times D = \frac{1}{\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right)^2 - \frac{1}{C^2} - \frac{1}{D^2}} + \frac{1}{\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{D}\right)^2 - \frac{1}{C^2} - \frac{1}{D^2}}$$

Pour appliquer cette procédure il ne faut pas que C ou D vaille 0, 1 ou -1 mais, dans ce cas, le produit est vite calculé. Il ne faut pas non plus que $\frac{1}{C} + \frac{1}{D} = \pm 1$ pour pouvoir le mettre au carré. Mais, dans ces deux derniers cas, on calcule facilement $C \times D$ en effectuant $C + D$ ou $-(C + D)$.

Solution de l'auteur :

$$\text{Calcul de la moitié d'un nombre : } \frac{A}{2} = \frac{1}{\frac{1}{A} + \frac{1}{A}}$$

$$\text{Calcul du carré d'un nombre : } B^2 = 1 + \frac{1}{\frac{1}{B-1} - \frac{1}{B+1}} + \frac{1}{\frac{1}{B-1} - \frac{1}{B+1}}$$

On peut maintenant calculer le produit de deux nombres de la façon suivante :

$$C \times D = \frac{(C + D)^2 - C^2 - D^2}{2}$$



Quelles sont les restrictions à apporter dans le choix des nombres C et D pour obtenir $C \times D$? Il ne faut pas que C ou D vaille 0, 1 ou -1. Ce qui n'est pas bien grave.

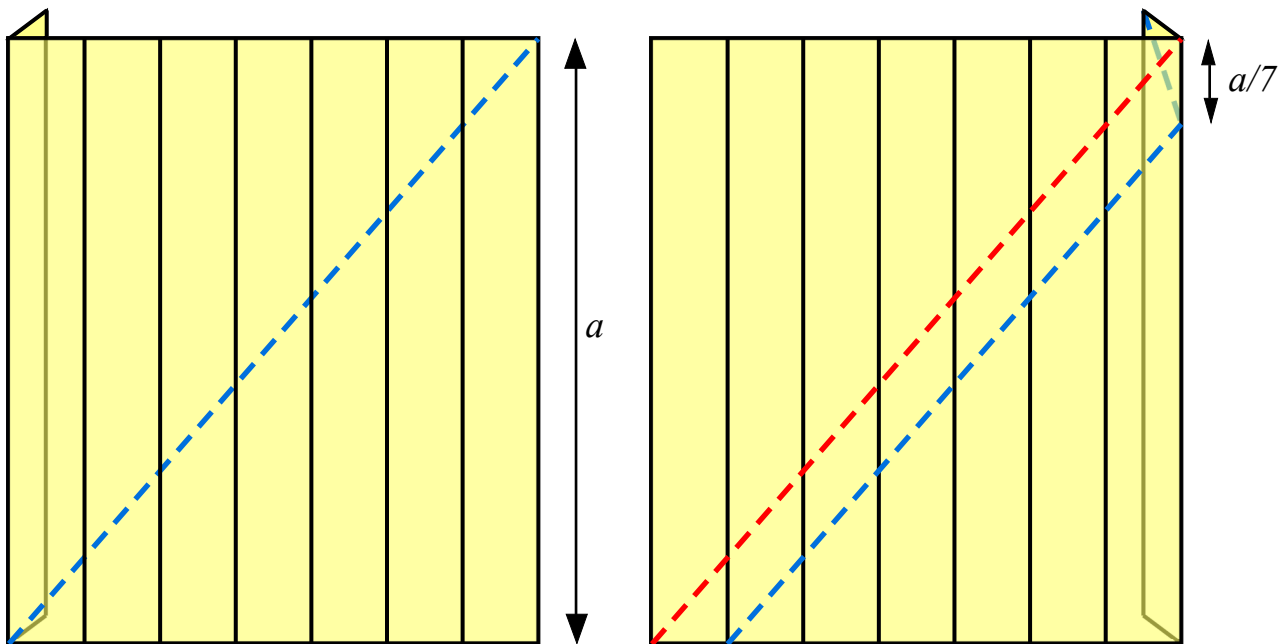
Plus embêtant. Il ne faut pas non plus que $C + D$ vaille 1 ou -1 afin de pouvoir effectuer le calcul de $(C + D)^2$. Si $C + D = 1$, on calcule alors $C \times D$ en effectuant $C - C^2$ et si $C + D = -1$, on calcule $C \times D$ en effectuant $-(C + C^2)$.

81-4 de Frédéric de Ligt :

On dispose d'une feuille carrée de côté a . A l'aide uniquement de pliages il faut faire apparaître un segment de longueur $a/7$.

Solution de l'auteur :

Il est facile de réaliser un pliage qui partage le carré en huit bandes identiques. On rabat alors la première bande et on plie ce qui est maintenant un rectangle selon une de ses diagonales. On déplie le tout et on procède de même après avoir rabattu cette fois la dernière bande. Un segment de longueur $a/7$ est matérialisé sur la longueur du rectangle.



82-1 de Serge Parpay :

Un défi délicat : “...The challenge was to express any whole number using the number 2 precisely four times, and using well-known mathematical symbols. The first numbers are easy : $1 = (2 + 2) / (2 + 2)$; $2 = (2/2) + (2/2)$; $3 = (2 \times 2) - (2 / 2)$; $4 = 2 + 2 + 2 - 2$. Soon, the game becomes much more difficult, even for Göttingen's finest's mathematical minds. They spent hundreds of hours playing the game with ever-higher numbers – until Dirac found a simple and general formula enabling any number to be expressed using four 2s, entirely within the rules. He had rendered the game pointless.” The Strangest Man. The Hidden Life of Paul Dirac, Quantum Genius. Graham Farmelo.

Solution de l'auteur :

“Dirac's formula is $n = -\log_2 \left[\log_2 \left(\sqrt{\dots \sqrt{2}} \right) \right]$, where the ellipsis denotes the taking of n square roots. The

story is related in Casimir (1984 : 74 - 5), where the author asserts that Dirac killed the game using only three 2s. Each symbol in the formula is very common in mathematics, so Dirac's solution is within the rules of the game.” The strangest Man. The Hidden Life of Paul Dirac, Quantum Genius. Graham Farmelo.

Et pour clore la rubrique :

Nicolas Minet nous transmet un extrait de la copie d'un élève de première S troublé par un rapprochement entre le nombre de la Bête et le nombre d'Or :

3b) Es rapports sont égaux au nombre d'or qui vaut 1,618.
Une approximation a été établie : $-2 \sin(666) = 1,618$
Mystère dont j'aimerais bien trouver une explication rationnelle.