André-Louis Cholesky, un mathématicien de chez nous

C'est par hasard que j'ai appris que le Cholesky de la « Méthode Cholesky » qui figure dans tous les cours d'analyse numérique, n'était pas un mathématicien de l'Est comme je l'avais supposé mais un ingénieur militaire français né en 1875 à Montguyon en Charente-Maritime et mort à la guerre en 1918. Comme j'habite Montguyon, j'ai voulu en savoir davantage sur le personnage. Après une recherche sur Internet, j'ai trouvé un professeur de mathématiques de l'université des sciences et technologies de Lille, Claude Brezinski, qui s'est intéressé de façon approfondie à l'histoire de Cholesky et je lui ai demandé s'il pouvait nous en apprendre davantage sur ce mathématicien méconnu. C'est ce qu'il est venu faire fort gentiment le 1er décembre dernier au lycée de Bellevue de Saintes devant une assistance assez clairsemée (les mauvaises conditions météorologiques expliquent sans doute cela) à l'occasion de l'assemblée générale de notre Association.

Claude BREZINSKI

L'exposé qu'il nous a présenté était d'une grande clarté, sans technicité excessive, illustré par de nombreux documents d'époque. Nous avons pu découvrir entre autre le manuscrit original où le polytechnicien, militaire de carrière, spécialisé en topographie, décrit pour la première fois la méthode qu'il a découverte. Ce manuscrit, qui vient d'être retrouvé récemment, est daté du 2 décembre 1910. Le jour de la conférence nous étions à la veille du centenaire de l'écriture de ce texte qui n'a jamais fait l'objet d'une publication. Il a fallu attendre 1924 pour qu'un certain commandant Benoît présente ses travaux :

Le Commandant d'Artillerie Cholesky, du Service géographique de l'Armée, tué pendant la grande guerre, a imaginé, au cours de recherches sur la compensation des réseaux géodésiques, un procédé très ingénieux de résolution des équations dites normales, obtenues par application de la méthode des moindres carrés à des équations linéaires en nombre inférieur à celui des inconnues. Il en a conclu une méthode générale de résolution des équations linéaires. On sait que la compensation d'un réseau géodésique a pour but de tirer des valeurs angulaires d'observation un système corrigé tel que toutes les vérifications de figures soient satisfaites et que la figure géométrique ainsi obtenue déforme aussi peu que possible celle que donneraient les valeurs d'observation. Ces conditions de figure : fermeture des angles des différents triangles, égalités des longueurs obtenues pour un même côté quel que soit l'enchaînement suivi, donnent lieu à des équations dites de condition qui, développées par rapport aux corrections, peuvent être limitées au 1er ordre de petitesse. On a, en somme, à résoudre un système de p équations linéaires entre les n corrections angulaires, devenues les véritables inconnues, n étant plus grand que p, sans quoi il serait inutile de procéder à des observations, le problème serait indéterminé. On s'impose la condition supplémentaire, déjà mentionnée, de déformer le moins possible la figure d'observation, c'est-à-dire de satisfaire aux équations avec les valeurs les plus petites possibles des inconnues. On pourrait, pour cela, exprimer que la somme des valeurs absolues des inconnues est minima : mais cette condition ne se prête pas à une résolution algébrique commode et c'est la principale raison pour laquelle on préfère appliquer la méthode des moindres carrés de Legendre, qui donne d'ailleurs, en principe, le système correctif le plus probable...
En somme, les calculs très complexes par les méthodes ordinaires, y compris celle de Gauss, et qui nécessitent autant de tableaux distincts que d'inconnues à éliminer, d'où une complication d'écriture extrême, deviennent, par la méthode Cholesky et l'emploi de la machine à calculer, relativement aisés et beaucoup plus courts. Ils sont présentés sur un seul tableau, où l'ordre de formation est facile à reconnaître et où les opérations sont toujours les mêmes. On peut, avec cette méthode, aborder facilement des résolutions à 40 ou 50 inconnues, qui auraient demandé des semaines de travail ardu par les procédés antérieurs.

En quoi consiste cet ingénieux procédé ? Je laisse la parole à notre conférencier :
La méthode des moindres carrés amène à résoudre l'équation Ax = c où A est une matrice symétrique définie positive. La factorisation de Cholesky consiste à chercher une matrice, L, triangulaire inférieure, telle que ce système s'écrive $LL^Tx = c$. En posant $y = L^Tx$, ce système devient $Ly = c$. Sa résolution, simple puisque L est triangulaire, fournit y. Ce vecteur y étant calculé, on résout le système $L^Tx = y$, ce qui donne x.

Cette méthode est encore largement utilisée de nos jours nous a enfin précisé Monsieur Brezinski pour conclure son riche exposé.

Frédéric de Ligt

Rallye Mathématique Poitou-Charentes

10 mars 2011

Comme les années précédentes, le Rallye est organisé par l'APMEP avec le soutien et l'aide des IPR et de l'IREM. Tous les établissements publics et privés de l'Académie ont reçu l'épreuve d'entraînement et le bulletin d'inscription dans la deuxième quinzaine de novembre. Les inscriptions commencent à arriver et nous espérons que le thème retenu cette année : « La magie des maths » incitera de nombreuses classes à participer.
La date limite d'inscription a été fixée au 15 décembre. Mais nous pourrons encore recevoir les inscriptions **par mél** jusqu'au 11 janvier. Un bulletin d'inscription est téléchargeable sur le site de la Régionale (adresse ci-dessous).
Devant l'ampleur de la tâche au niveau de la correction des dossiers–réponses, nous avons, cette année, légèrement modifié les modalités de l'épreuve. Considérant que la rédaction est un élément essentiel, nous avons maintenu la réalisation d'un dossier sur le thème de la recherche documentaire : « La magie des maths ». Par contre, pour les autres questions, les classes auront seulement à compléter un bulletin – réponse.
Toutes les anciennes épreuves et leurs solutions, ainsi que l'épreuve d'entraînement de l'édition 2011, sont sur le site de la Régionale (http://apmep.poitiers.free.fr/) que nous vous invitons à consulter.