Edito

Le grand bazar

La situation actuelle n'est guère réjouissante. De la maternelle à l'université, les réformes sont bien mal engagées.
À l'école primaire les nouveaux programmes sont trop ambitieux et trop vagues, sans qu'il ait d'ailleurs été jugé nécessaire d'y adjoindre des documents d'accompagnement. Les évaluations du socle passées en ce début d'année par les élèves de CM2 ont été mal conçues ou mal programmées, c'est au choix. Un tiers des questions testait des compétences qui n'avaient pas encore été travaillées. La place des problèmes était réduite à la portion congrue, alors que c'était pourtant le point faible des élèves français qui avait été relevé lors des enquêtes internationales. La mise en place du socle n'avait-elle pas été impulsée afin d'améliorer nos résultats ?
Au collège, la situation est plus simple mais pas plus claire. Le socle est en panne et nous ne savons toujours pas comment il va s'intégrer dans notre enseignement. Alors chacun bricole dans son coin.
Au lycée, la réforme est reportée pour approfondir les discussions avec les acteurs concernés. Peut-être aurait-il fallu y songer plus tôt ? En attendant les programmes du collège ont changé mais pas ceux du lycée. Et le temps va cruellement manquer pour aménager une transition. Espérons que ce moratoire permettra au moins d'aboutir à un plan d'ensemble du futur lycée et pas seulement au plan du premier étage.
À l'université, la réforme de la formation des enseignants fait l'objet d'une contestation ferme et massive. Ne plus rémunérer les élèves professeurs, c'est encore accroître la difficulté pour les étudiants issus des familles modestes de choisir notre métier, c'est se priver de la diversité et d'une richesse humaine. Quant au compagnonnage, tel qu'il est conçu, ce n'est pas une formation, tout au plus est-ce une mesure d'économie. Un temps plein pour le débutant, quelques ficelles données par un « aîné », et c'est parti ! Une entrée aussi brutale dans le métier va provoquer de nombreux dégâts. Tous les « aînés » le savent. Et ma liste des critiques contre cette réforme pourrait encore s'allonger, mais je vais m'arrêter là.
Sur tous ces dossiers, l'APMEP a interpellé le ministère et a fait des propositions raisonnables. Face au mécontentement général, l'heure est peut-être venue pour ce dernier d'écouter les professionnels de terrain et surtout d'en tenir compte.

Frédéric de Ligt

P-S : Mon édito, écrit il y a une quinzaine de jours, est déjà daté au moment de la publication de ce bulletin. Mais l'actualité va trop vite ! Il faudrait éditer un quotidien pour rester dans la course. Il n'empêche que le grand bazar demeure un invariant.

SOMMAIRE

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

n°76

Mars 2009

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros) + Suppléments : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de LIGT
Comité de rédaction ...	F. de LIGT, N. MINET, J. FROMENTIN,
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Dépôt légal	Mars 2009

Vie de l'association

Comité de la Régionale du mercredi 21 janvier 2009

La séance est ouverte à 14 h 45.

Nouveau Comité.

Louis-Marie Bonneval laisse son poste de vice-président tout en restant membre du comité. Nicolas Minet lui succède. De même Jacques Chayé, qui continue à faire partie du comité, ne souhaite plus s'occuper des brochures et cède sa place à Karine Sermanson. Caroline Ducos quitte le comité et Dominique Gaud accepte de la remplacer pour les contacts avec la presse de la Vienne. Jean-Marie Parnaudeau va quant à lui s'occuper du secteur Lycée en remplacement de Nicolas Minet et Dominique Gaud. Nausica Marlin remplace Chantal Gobin, qui reste membre du comité, comme secrétaire de l'association. Jacques Germain va progressivement prendre en charge la maintenance du site de Régionale en remplacement de Samuel Dussubieux qui quitte le comité. Vincent Fielbard qui vient de prendre sa retraite souhaite quitter le comité, Vincent Ricomet sera désormais notre représentant pour la Charente Maritime.

Le nouveau bureau élu est le suivant :

Frédéric de Ligt est reconduit à la présidence, Nicolas Minet prend la vice-présidence, Nathalie Chevalarias continue à s'occuper de la trésorerie et Nausica Marlin prend en charge le secrétariat.

Bilan des adhésions.

Les chiffres du national ne sont pas encore redescendus. Il faut encore un peu attendre pour voir si les journées de La Rochelle ont eu un effet sur le niveau des adhésions.

Le point sur les réformes en cours.

Le programme pour les nouveaux BEP en 3 ans ne sont toujours pas sortis. Ce qui commence à devenir problématique. Pour la formation initiale, la masterisation se fait dans la plus grande confusion, la vitesse de la réforme ne permet pas un travail de qualité. Que dire de la réforme des lycées ?

Proposition de la Régionale de Lille.

Dominique Cambresy de la Régionale de Lille souhaite pouvoir disposer des fichiers réalisés par l'Espace Mendes France à l'occasion de l'exposition montée en partenariat avec notre Régionale intitulée « Jeux, nombres et formes » afin de pouvoir dupliquer les panneaux. L'EMF a donné son accord, notre comité aussi. Il reste à avoir celui de la famille du dessinateur Claude Jolly qui était l'auteur des illustrations du Challenge.

Rallye.

Les grèves dans les lycées ont perturbé les inscriptions des classes de seconde. Il n'y a eu que 11 classes inscrites. En revanche il y a eu une forte progression des inscriptions des classes de sixième (71). Il y a environ 4500 participants cette année au rallye.

Site de la Régionale.

Samuel Dussubieux ne souhaite plus s'occuper du site de la Régionale. Notre site étant hébergé par le serveur de l'IREM, Samuel en étant l'administrateur, il va nous falloir changer d'hébergeur. Jacques Germain va travailler aux différentes possibilités.

Suivi des journée de La Rochelle.

Jacques Chayé et Louis-Marie Bonneval nous annoncent que les bénéfices des journées seront moindre que prévues. Aux alentours de 2 000 €. Ce qui est bien peu en comparaison de leur succès. La charge du bulletin vert spécial journées qui nous incombe grève nos recettes de 12 000 €. Frédéric de Ligt est chargé de contacter le bureau national pour trouver une solution qui permette d'amoindrir son coût pour notre Régionale.

Conférences.

Louis-Marie Bonneval fera une conférence le mercredi 15 avril à 15 h au Lycée Jean de Macé de Niort sur le thème des probabilités. Frédéric Testard, de l'université de La Rochelle s'est proposé pour présenter une conférence sur le théorème de Fermat. Elle devrait se dérouler à La Rochelle probablement le mercredi 10 juin.

Calendrier.

Les deux prochains comités se dérouleront les mercredis 18 mars et 24 juin à l'IREM.

Collège Henri IV.

Jacques Chayé et Louis-Marie Bonneval vont reprendre contact rapidement avec le collège Henri IV pour continuer à recenser et restaurer le fond scientifique de la bibliothèque de l'établissement. Ils souhaiteraient que des bénévoles s'associent à eux pour mener cette tâche à bien dans un délai raisonnable.

Maths à l'Espace Mendès-France.

Entre le 16 novembre 2009 et le 4 avril 2010, l'EMF organise son action scientifique autour des mathématiques. Notre association a été contactée pour proposer le thème et des animations. Le sujet retenu par le Comité serait celui du calcul sous toutes ses formes (algorithmes, machines…).

Soutien au chantier Gamelin.

Le Comité a décidé de faire un don de 100 € à l'association qui s'est constituée après le suicide de Monsieur Gamelin, afin de venir en aide aux employés du chantier naval de La Rochelle qui nous ont si gentiment accueillis pendant nos Journées Nationales.

La séance est levée à 17 h 30.

Adhésion à l'APMEP

Fin janvier, vous étiez 55 à n'avoir pas renouvelé votre adhésion à l'APMEP. Nous espérons que c'est un simple oubli.

Si donc vous n'avez pas encore renvoyé votre bulletin de ré-adhésion, reçu sous enveloppe, avec le BGV n° 142, fin septembre dernier, faites-le dès maintenant, sans attendre la relance du secrétariat national. Cette relance coûte à notre Association !

Signalez à vos collègues non adhérents qu'ils peuvent trouver un bulletin d'adhésion sur le site de l'APMEP.

Comité de la Régionale du mercredi 18 mars 2009

La séance est ouverte à 14 h 55

Le point sur la préparation de l'exposition à l'Espace Mendès France (EMF) sur le thème du calcul

Un groupe de travail s'est réuni le 18 février dernier pour répartir les tâches en vue de la préparation de l'exposition sur le calcul commandée par l'Espace Mendès France de Poitiers. Des pôles ont été retenus et les rôles de chacun distribués. Une autre réunion de travail est programmée le 1 avril à l'IREM et une rencontre avec des responsables de l'EMF est prévue le 16 avril. Frédéric de Ligt est chargé de demander aux instances nationales s'ils peuvent nous attribuer une subvention afin de nous aider financièrement à organiser cette exposition.

Participation à la coupe Euromath*

Une proposition pour une participation financière à la coupe Euromath est soumise au comité. Son coût important (plus de 800 €) et la santé précaire de notre trésorerie nous obligent à ne pas y donner suite (vote à l'unanimité).

Renouvellement de l'adhésion au CIJM

Approbation du comité pour le renouvellement de l'adhésion de 50 € au CIJM que nous soutenons et qui fournit des lots pour notre rallye.

Expocube et Challenge à Lille

Après accord avec la famille du dessinateur des fiches du « Challenge », Claude Jolly, aujourd'hui décédé, et accord avec l'EMF, notre partenaire, nous autorisons la Régionale de Lille à reproduire à ses frais nos expositions « Expocube » et « Challenge » à condition que le logo de notre Régionale figure sur les panneaux dupliqués.

Bilan des adhésions

Le bilan des adhésions pour notre Régionale parvenu en janvier 2009 est le suivant : 121 adhérents individuels et 13 établissements. À comparer avec les 132 adhérents individuels et les 11 établissements à la même époque l'an passé. Ce bilan n'est pas définitif puisqu'en avril nous parvient une seconde liste qui complète celle de janvier. Ainsi en avril dernier la Régionale enregistrait 179 adhérents individuels et 20 établissements. Quoiqu'il en soit l'incidence des journées de la Rochelle sur le nombre des inscriptions à l'APMEP dans notre Régionale s'est avérée décevante.

Corol'aire

Une insertion dans le BGV 144 a été réalisée afin de rappeler à nos adhérents de se signaler s'ils ne recevaient pas le Corol'aire par mél.

Rallye

Ce 18 mars des membres de l'équipe rallye se sont réunis dans les locaux de l'IREM pour répartir les tâches de correction. Le 8 avril prochain aura lieu à Niort la délibération pour désigner les classes lauréates. Il n'y a eu que 10 classes de seconde qui ont participé au rallye cette année. Il semblerait que la date retenue du 19 février ait posé des problèmes de calendrier aux lycées intéressés (bacs blancs, épreuves communes des classes de seconde…). Il faudra en tenir compte pour la prochaine édition.

Site de la Régionale

Jacques Germain travaille à la mise en place d'un nouveau site de la Régionale. Des administrateurs ont été désignés et la maquette présentée a été discutée. Ce site, sous spip, devrait bientôt se substituer à l'actuel site hébergé par le serveur de l'université. Son adresse : http://apmep.poitiers.free.fr.

Préparation du comité national du 21 et 22 mars

L'ordre du jour du prochain Comité National porte sur le nouveau programme de seconde, la réforme des lycées et la mastérisation.

À la demande de notre Régionale, il sera soumis au vote du National la question suivante : « faut-il poursuivre l'édition d'un BV spécial journée et, si oui, qui le prend en charge, le National ou la Régionale organisatrice ? ». En effet le coût d'un BV, qui est de l'ordre de 12 000 €, est imputé sur les bénéfices de la Régionale organisatrice des journées (de même que le BGV qui précède les Journées, mais son coût est moindre, environ 3 000 €). Notre bénéfice n'ayant pas été à la hauteur de nos espérances et de notre réussite, faute de subventions publiques suffisantes, nous avons sollicité les instances nationales de notre association. Nous avons ainsi obtenu une réduction du montant de la facture en réclamant un petit BV (8 000 €), quoiqu'il en soit la décision du comité national du 21 mars arrivera de toute façon trop tard pour nous.

Suivi des Journées de La Rochelle

Les comptes ne sont pas tout à fait arrêtés mais il semblerait que le bilan des Journées s'établisse autour de 7 500 €, vente de brochures comprises. Ce n'est pas fameux si l'on sait qu'il s'agit actuellement de notre principale source de financement et qu'il faudrait tenir une bonne dizaine d'années avant de pouvoir organiser d'autres Journées. Des sources de financement nouvelles doivent impérativement être trouvées.

Louis-Marie Bonneval et Jean-Paul Guichard supervisent la publication du BV 483 spécial Journées de La Rochelle.

Proposition de Nicolas Minet pour l'organisation d'une journée de la Régionale

Nicolas Minet nous propose justement d'organiser, comme cela se pratique dans d'autres Régionales, une « Journée de la Régionale » à l'occasion de notre assemblée générale, avec une conférence, des ateliers. L'idée va être explorée sérieusement.

Conférences

La conférence de Louis-Marie Bonneval : « Géométrie ou probabilité : une même démarche de modélisation ? » se déroulera à 15 h au lycée Jean Macé de Niort. Jacky Citron accepte de s'occuper de l'organisation de la conférence de Frédéric Testard à La Rochelle le 10 juin qui traitera du théorème de Fermat.

L'ordre du jour étant épuisé à 17 h, le comité s'autorise à fêter dignement le départ à la retraite du toujours très actif Jacques Germain.

* Cette Coupe EuroMath, dans laquelle des Régions de France et d'Europe s'affrontent sur des problèmes de mathématiques ludiques, est organisée par le CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques) à l'occasion du Salon des Jeux et des Mathématiques qui a lieu, chaque année, fin mai, sur la Place Saint-Sulpice à Paris. Ce Salon est ouvert au grand public, et L'APMEP nationale, par l'intermédiaire des membres se son groupe « JEUX », y tient régulièrement un stand « Les jeux de l'APMEP ». Par la pratique, les visiteurs peuvent découvrir qu'on peut faire des mathématiques à partir de jeux distribués dans le commerce ou réalisés artisanalement.

Rallye Mathématique Poitou-Charentes

Le Rallye Mathématique de Poitou - Charentes s'est déroulé normalement le jeudi 19 février 2009.
Ce sont en définitive 67 classes de 6ème, 46 classes de 5ème, 34 classes de 4ème et 23 classes de 3ème dans 34 collèges qui ont participé à cette édition 2009. Cette participation est très encourageante au niveau des collèges. En revanche, seules 10 classes de 2nde dans 6 lycées ont participé. Cette période de l'année qui précède les vacances d'hiver est très chargée en lycée et n'a donc pas été propice au rallye. Les établissements ayant participé recevront le palmarès dans la deuxième quinzaine du mois de mai et nous en ferons état dans le Corol'aire n° 77 de juin prochain.

L'équipe du Rallye

Arithmétique impertinente

Jean-Louis Fournier est connu aujourd'hui pour avoir reçu le prix Femina 2008 pour « Où on va papa ? », petit livre bouleversant à lire absolument.
Mais sait-on que cet humoriste, qui a travaillé avec Desproges, avait écrit en 1993 une savoureuse « Arithmétique appliquée et impertinente » (éd. Payot) ?
En voici deux extraits :

Miss Périgord a un tour de poitrine supérieur de 2/15 à celui de Miss Aveyron. Miss Somalie a un tour de poitrine inférieur de 3/15 à celui de Miss Aveyron. On demande de combien (en fraction) le tour de poitrine de Miss Somalie est inférieur à celui de Miss Périgord.

À l'occasion de la semaine de la légitime défense, le supermarché fait une promotion sur les armes. Les revolvers à 300 $ sont vendus 4/5 de leur prix. Les fusils à 1 200 $ sont vendus 2/3 de leur prix. Tout acheteur d'une commande supérieure à 2 000 $ se voit offrir un piège à loup d'une valeur de 180 $. Quelle sera, en fraction du total, l'économie réalisée sur l'achat de 2 fusils et 3 revolvers ?

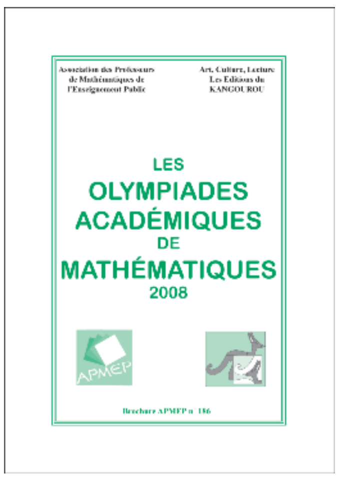
Cette mine de problèmes originaux et motivants se doit de figurer dans tous les CDI...
Ajoutons qu'il en existe une version vidéo.

Louis-Marie Bonneval

Brochures APMEP

Comment se les procurer ?

La Régionale de Poitou - Charentes, comme toutes les autres Régionales, possède un stock de brochures APMEP. Vous pouvez vous les procurer sans frais de port si vous pouvez venir les prendre à l'IREM de Poitiers où elles sont entreposées. Vous pouvez aussi les commander auprès de Karine SERMANSON (05 49 91 84 21 – karine.sermanson@ac-poitiers.fr) qui vous les enverra avec frais de port ou qui vous les apportera à l'occasion d'une réunion (Assemblée Générale, conférence...) organisée par la Régionale. Dans ce dernier cas, tâchez de passer votre commande assez tôt pour que la Régionale puisse éventuellement renouveler son stock.
Cet achat de brochures auprès de notre Régionale est à privilégier car il permet d'alimenter nos finances. En effet, chaque Régionale reçoit du National un quota de brochures gratuites dont la vente est faite entièrement au bénéfice de la Régionale. Si la Régionale dépasse son quota, les brochures sont fournies par le National avec une ristourne de 50 %, frais de port en sus, ce qui reste un gain important pour la Régionale. Notre Régionale, avec en particulier l'organisation du Rallye, a besoin d'une trésorerie conséquente. Donc n'hésitez pas à passer par elle pour l'achat des brochures APMEP.



Dernières brochures*

Ce sont les prix adhérents qui sont signalés.
Comment faire du calcul un jeu d'enfant - n° 179 / 18 €
Calcul mental et automatismes (niveau lycée) – n° 180 / 10 €
Des nombres au collège – n° 181 / 7 €
Olympiades académiques de mathématiques 2007– n° 182 / 9 €
Jeux 8 : Des activités mathématiques pour la classe – n° 185 / 12 €
Les olympiades académiques de mathématiques 2008 - n° 186 / 12 €
*Voir la présentation de ces brochures dans la plaquette « Visages 2008-2009 » ou sur le site de l'APMEP http://www.apmep.asso.fr/

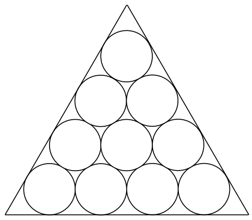
RU-BRI-COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.
Frédéric de Ligt

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Des problèmes

76-1 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Dans une urne contenant N boules, n d'entre elles sont blanches. On extrait p boules de cette urne et, sans les regarder, on les dépose dans une seconde urne. On tire maintenant une boule de la seconde urne. Quelle est la probabilité qu'elle soit blanche ?



76-2 *de Jacques Chayé (Poitiers)* :
On considère des disques de même diamètre entassés en n rangées à l'intérieur d'un triangle équilatéral (dans la figure ci-contre, $n = 4$). Soit A l'aire du triangle et A_n l'aire totale des disques.
Quelle est la limite de A_n/A quand n tend vers l'infini ?

Que se passe-t-il si le triangle est remplacé par un carré (les disques étant entassés en n rangées de n disques) ?

76-3 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :
Soit un point A extérieur à une droite d. On dispose d'une règle non graduée et d'un compas. Avec ces instruments, on veut tracer la perpendiculaire à la droite d passant par A.
a) En utilisant le compas trois fois.
b) En utilisant le compas deux fois.
c) En utilisant le compas une seule fois.

Des solutions

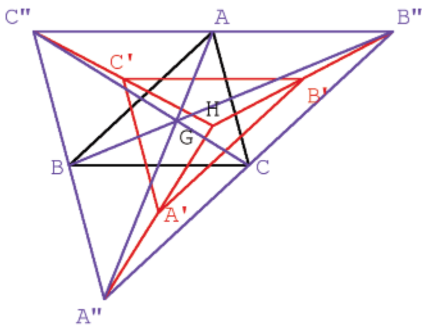
72-1 *de Jacques Chayé* :
Un cercle de rayon 1 est centré sur l'axe de la parabole ayant pour équation $y = x^2$ par rapport à un repère orthonormé. Préciser l'ordonnée h du centre I de ce cercle ($h > 1$) s'il est tangent à la parabole en deux points M et M'.

Solution de l'auteur :
1ère méthode :
Le cercle de centre I et de rayon 1 admet pour équation : $x^2 + (y - h)^2 = 1$. Le demi-cercle supérieur n'est pas concerné ici car les coefficients directeurs des tangentes à la parabole sont de même signe que ceux des tangentes au demi-cercle inférieur (coefficients positifs dans le premier quadrant, négatifs dans le deuxième). L'équation de ce demi-cercle peut s'écrire : $y = h - \sqrt{1 - x^2}$. Posons $f(x) = x^2$ et $g(x) = h - \sqrt{1 - x^2}$. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 2x$; g est dérivable sur]-1 ; 1[et $g'(x) = x / \sqrt{1 - x^2}$. On a $f'(x) = g'(x)$ si et seulement si $2 = 1 / \sqrt{1-x^2}$ (le cas où $x = 0$ est exclu puisque $h > 1$) cette équation équivaut à $1 - x^2 = 1/4$ c'est-à-dire à : $x = \sqrt{3} / 2$ ou $x = -\sqrt{3} / 2$; or, $f\left(\sqrt{3} / 2\right) = f\left(-\sqrt{3} / 2\right) = 3 / 4$ et $g\left(\sqrt{3} / 2\right) = g\left(-\sqrt{3} / 2\right) = h - 1 / 2$. Le cercle répondra à la question si et seulement si $3/4 = h - 1/2$, c'est-à-dire $h = 5/4$.
2ème méthode :
Soit M (u ; u^2) un point de la parabole. La normale en M à la parabole admet l'équation : $y - u^2 = -(x - u)/2u$ qui peut s'écrire : $y = -x/2u + u^2 + 1/2$. L'ordonnée du point d'intersection P de cette normale avec Oy est égale à $u^2 + 1/2$.
Donc $PM^2 = u^2 + 1/4$. Or $u^2 + 1/4 = 1$ équivaut à $u = \sqrt{3} / 2$ ou $u = -\sqrt{3} / 2$.
Conclusion : le point P est centre d'un cercle solution à condition que son ordonnée soit égale à : $\left(\sqrt{3} / 2\right)^2 + 1 / 2 = 5 / 4$.

73-2 *de Louis Rivoallan* :
ABC est un triangle non rectangle d'orthocentre H ; A', B', et C' sont les centres respectifs des cercles circonscrits aux triangles BCH, ACH et ABH. Montrer que ABC et A'B'C' ont même aire.

Solution de l'auteur :
Soit un triangle ABC non rectangle. On note H son orthocentre et G son centre de gravité. Soit A', B' et C' les centres des cercles circonscrits aux triangles HBC, HCA et HAB. De ce fait les droites (A'B'), (B'C') et (C'A') sont les médiatrices respectives de [HC], [HA] et [HB]. Soit h l'homothétie de centre H et de rapport 2. On note A'', B'' et C'' les images respectives par h de A', B' et C'. La droite (A''B'') est donc parallèle à la droite (A'B') et donc perpendiculaire à [HC]. Par suite elle est également parallèle à (AB). Le milieu de [HC] a pour image C. Par suite (A''B'') est la parallèle à (AB) passant par C. De même

(B''C'') est la parallèle à (BC) passant par A et (C''A'') la parallèle à (CA) passant par B. De ce fait les quadrilatères A''BAC, B''CBA et C''ACB ayant leurs côtés opposés parallèles deux à deux sont des parallélogrammes. Des égalités vectorielles montrent alors que A est le milieu de [B''C''], B le milieu de [C''A''] et C celui de [A''B'']. Le point H apparaît alors comme étant le point d'intersection des médiatrices de A''B''C'' et, puisqu'il est invariant par *h*, c'est aussi le centre du cercle circonscrit à A'B'C'. Soit M le milieu de [BC]. Le point G étant le centre de gravité de ABC, on a $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$.



Le quadrilatère ABA''C étant un parallélogramme de centre M, on a $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MA''}$. On en déduit que $\overrightarrow{GA''} = -2\overrightarrow{GA}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{GA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA''}$. Si on appelle *g* l'homothétie de centre G et de rapport –1/2, A est l'image de A'' par *g* et de même B et C sont les images respectives de B'' et C'' par *g*. Cela montre que par $g \circ h$, A'B'C' a pour image ABC. Or la composée de deux homothétie de rapport 2 et –1/2 est une symétrie centrale. Par suite A'B'C' et ABC sont isométriques et ils ont donc la même aire.

Remarque : cette symétrie centrale a pour centre le milieu de [OH], O étant le centre du cercle circonscrit à ABC. Ce point est le centre du cercle des 9 points du triangle ABC et ce cercle est aussi le cercle des 9 points du triangle A'B'C'.

73-3 et 75-3 *de Jean Cordier* :

Sur un triangle quelconque ABC on place les points I sur (BC), J sur (AC) et K sur (AB) de telle sorte que IJK forme un triangle équilatéral dont les sommets se lisent dans le même sens que ceux du triangle initial.

1) Quel est l'ensemble des centres de gravité des triangles IJK ?

2) Soit *f* la fonction donnant l'aire du triangle IJK. Cette fonction admet-elle une valeur minimale ? Peut-on alors construire le triangle correspondant à la règle et au compas ?

Solution de Louis Rivoallan :

Soit un triangle direct. Montrons tout d'abord qu'il est toujours possible de construire un triangle équilatéral direct tel que $I \in (AC)$, $J \in (AB)$ et $K \in (BC)$. Il faut distinguer deux cas :

ABC est équilatéral. Soit O son centre. Pour tout point I de (AC) on considère la similitude de centre O qui transforme A en I. Cette similitude transforme B en J et C en K et il est élémentaire de voir que le triangle IJK répond au problème posé. Par ailleurs, le centre de IJK est O. Lorsque I décrit la droite (AC), l'ensemble des centres des triangles IJK est donc réduit au point O. L'aire minimale du triangle IJK est obtenue lorsque OI est minimale c'est-à-dire lorsque I est le projeté orthogonal de O sur [AC]. Puisque ABC est équilatéral, I est alors le milieu de [AC].

ABC n'est pas équilatéral. L'un des trois angles de ce triangle n'est donc pas égal à $\pi / 3$. Supposons que cela soit l'angle $\widehat{ABC}$. Soit I un point quelconque de (AC). Dans la rotation de centre I et d'angle $\pi / 3$, la droite (AB) a pour image une droite (A'B') qui est sécante à (BC) puisque $\widehat{ABC} \neq \pi / 3$. Soit K le point d'intersection de (A'B') avec (BC) et soit J son antécédent. Par construction, IJK est un triangle équilatéral qui répond aux conditions posées. Si on note O le centre de IJK, quel est l'ensemble que décrit O lorsque I décrit (AC) ? Considérons un repère orthonormé direct. On a A(a ; a') ; B(-1 ; 0) et C(0 ; 0). Il existe des réels t et k tels que $\overrightarrow{CI} = t\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BJ} = k\overrightarrow{BA}$. Par suite des coordonnées de I sont (ta ; ta') et celles de J sont ($-1 + k(a + 1)$; ka'). On calcule alors les coordonnées du point K, image de J par la rotation de centre I et d'angle $\pi / 3$ (par exemple en utilisant les nombres complexes). Puisque K appartient à (BC) son ordonnée est 0. Cela permet d'obtenir une relation $k = f(t)$, où f est une fonction affine. Dès lors, les coordonnées de I, J et K sont donc des expressions où n'apparaissent que des fonctions affines de la variable t ; il en sera de même pour leur isobarycentre, ce qui permet d'affirmer que celui-ci décrira une droite lorsque I décrit (AC). L'aire de IJK est proportionnelle à OI^2. Or les coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ sont des fonctions affines de t. Par suite OI^2 est une expression de type trinôme du second degré, strictement positif, qui admet un minimum absolu. La valeur de t_0 qui réalise ce minimum est celle qui annule la dérivée de cette fonction trinôme. Le nombre t_0 s'exprime uniquement à l'aide de sommes, de produits et de quotients faisant intervenir les nombres a et a' et des constantes. Par conséquent ce nombre t_0 est constructible à la règle et au compas, et le point I pourra l'être également, ainsi que les points J et K correspondant. Mais cela ne va pas être très drôle à faire !

Solution de l'auteur :

Soit un triangle ABC quelconque et les droites qui prolongent les côtés.

Quel est l'ensemble des centres de gravité des triangles équilatéraux directs (IJK) tels que I appartient à (BC), J à (AC), K à (AB) ? On note « Tr-éq » la propriété « être une solution du problème ». L'idée de base est la suivante : soit deux triangles « Tr-éq », il existe une similitude directe qui transforme l'un en l'autre et le centre de cette similitude est indépendant des deux triangles choisis.

Partie 1 : A, B, C étant donnés, on peut construire un point O se projetant orthogonalement en E_1, F_1, G_1 sur les côtés de ABC et le triangle $E_1F_1G_1$ est équilatéral direct. Pour le démontrer, on va construire une figure homothétique de la figure ci-contre. On ne discutera pas la construction qui apparaît en pointillé sur la figure :
On construit un point O_1 quelconque et (d_1), (d_2), (d_3) respectivement orthogonales à (BC), (AC), (AB). Soit E un point de (d_1) (Noter que E pourrait être situé « au-dessus » de O_1 sur la figure). L'image de (d_2) par la rotation R de centre E d'angle 60° est une droite qui coupe (d_3) en un point G. Soit F l'antécédent de G par R. Le triangle équilatéral (EFG) est direct. On trace en E, F et G une parallèle respectivement à (BC), (AC), (AB) et ces trois droites se coupent en des points définissant un triangle homothétique de (ABC). Cette homothétie permet la construction de E_1,F_1,G_1 de la figure 1.

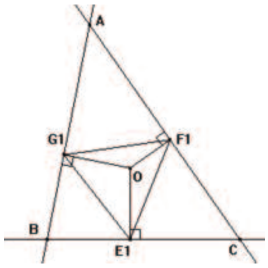


Figure 1

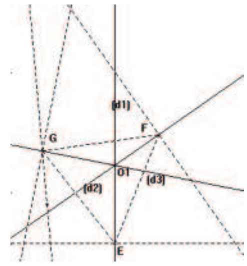
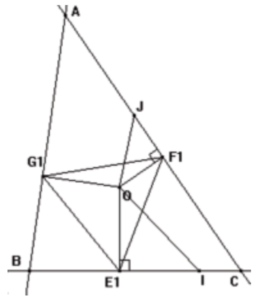
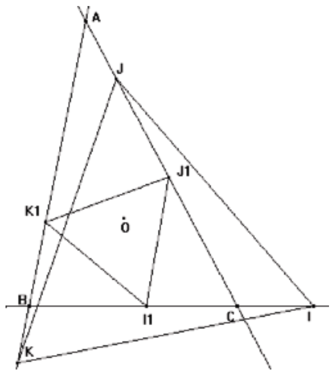


Figure 2

Partie 2 : Une même similitude de centre O d'angle t variable permet d'écrire des équations paramétriques des droites (d) = (BC), (d') = (AC) et (d'') = (AB). D'abord pour (d) = (BC) : soit un point I sur (d), il existe une et une seule similitude directe notée St de centre O d'angle t, de rapport r telle que : I = St(E_1) et il y a bijection entre les points I de (d) et les couples (t, r). Une équation de la droite (d) avec t pour paramètre est donc I = St(E_1) avec t dans] –π, π [(Équation 1). (Note : r dépend de t)
Passons à la droite (d') = (AC) : soit la similitude S's directe d'angle s de centre O telle que S's(E_1) = F_1. Alors, l'image de (d) par S's est (d'), donc le point J défini par J = S's(I) = S's(St(E_1)) parcourt (d'). Or S's et St commutent car elles ont même centre, donc on a : J = St(S's(E_1)), et on obtient une équation paramétrique de (d'') : J = St(F_1) (t varie) (Équation 2). C'est bien St qui est dans cette seconde équation paramétrique. De même pour (d'').



Partie 3 : **Étude du lieu demandé** : figure ci-contre. Les équations ci-dessus permettent d'engendrer tous les triangles solutions. D'une part St transforme ($E_1F_1G_1$) en un triangle semblable (IJK) direct, donc en une solution, d'autre part on les aura toutes, car tout point I de (d) sera concerné, et il existe un seul triangle « Tr-éq » ayant un sommet en I comme le montre la méthode de construction donnée dans le lemme 1, mais appliquée cette fois aux trois droites non concourantes du triangle (ABC). Le lieu des centres de gravité des triangles « Tr-éq » peut s'obtenir en établissant une équation paramétrique de ce lieu. Soit w_1 le centre de gravité du triangle ($E_1F_1G_1$), son image par St est le centre de gravité w du triangle (IJK). Donc w = St(w_1) (t variant) est une équation du lieu cherché, c'est une droite passant par w. On la tracera sur la figure.
Recherche d'un triangle « Tr-éq » d'aire minimale (existence et unicité)
$E_1F_1G_1$ est l'unique triangle d'aire minimale car le rapport de similitude de St est OJ/OJ_1 strictement plus grand que 1 (à cause de l'angle droit en J_1). D'où le résultat.



Note 1. On pourrait se poser la question des coordonnées barycentriques de O.
Note 2. L'utilisation d'un logiciel de « géométrie dynamique » permet de voir qu'avec les triangles « indirects », on obtient pour lieu une seconde droite. Il semblerait que les deux lieux soient des droites parallèles.

74-2 *de Frédéric de Ligt* :
Trouver tous les triangles à côtés entiers qui possèdent deux angles dont l'un est le double de l'autre.
Je notais en commentaire de la solution apportée par Louis Rivoallan dans le numéro 75 du Corol'aire : « *La question n'est pas totalement résolue car on peut se demander quels sont les triplets d'entiers qui vérifient cette relation* ». Louis Rivoallan a répondu à cet appel.

Complément de Louis Rivoallan
J'ai repris cet exercice. Tout d'abord, on peut remarquer que si $(a\ ;\ b\ ;\ c)$ est une solution, alors pour tout entier k, $(ka\ ;\ kb\ ;\ kc)$ est aussi une solution. On va donc rechercher les triplets $(a\ ;\ b\ ;\ c)$ avec pgcd $(a\ ;\ b\ ;\ c) = 1$. Posons $d = a + c$. Puisque c est non nul, on a $a < d$. Pour un nombre b donné, il faut donc analyser sa décomposition en un produit de deux facteurs inégaux. Le nombre de diviseurs de b^2 étant impair, pour chaque diviseur de b^2 inférieur à b, il existe un autre diviseur de b^2 supérieur à b tel que leur produit est b^2. Soit u = pgcd $(a\ ;\ d)$. On peut alors écrire $b^2 = u^2a'd'$ avec pgcd $(a'\ ;\ d') = 1$. Donc u^2 divise b^2 et par conséquence, u divise b. Par suite u divise a, b et d, donc u divise leur pgcd. Puisque celui-ci, par hypothèse, est égal à 1, alors $u = 1$, autrement dit a et d sont premiers entre eux. Soit p un facteur premier entrant dans la décomposition de b. Dans la décomposition première de b^2 son exposant est pair. Ce nombre ne peut apparaître simultanément dans la décomposition de a et de d et par suite a et d sont des carrés. Posons $m = \sqrt{a}$ et $n = \sqrt{d}$. Alors $b = mn$, avec m et n entiers premiers entre eux et $m < n$, $a = m^2$ et $d = n^2$. La réciproque est évidente. L'ensemble des triplets $(a\ ;\ b\ ;\ c)$ vérifiant $b^2 = a(a + c)$ est $(km^2\ ;\ kmn\ ;\ kn^2 - km^2)$, où m et n sont des entiers premiers entre eux et $m < n$.

La Régionale A.P.M.E.P.
de Poitou-Charentes
vous invite à participer
à la conférence

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public

Géométrie ou probabilités : une même démarche de modélisation ?

Louis-Marie BONNEVAL

ancien professeur au lycée Victor Hugo (Poitiers)
et animateur IREM

Si les statistiques inférentielles déconcertent parfois les enseignants que nous sommes, c'est qu'elles traitent de la *modélisation*, qui en principe concerne le physicien plutôt que le mathématicien.
Or la question « Ce dé est-il régulier ? » ressemble à la question « Cet hexagone est-il régulier ? ».
Approfondir cette analogie entre les probabilités et la géométrie peut donner à chacun de ces deux domaines un éclairage inhabituel. Et peut-être suggérer quelques pistes pédagogiques.

POUR AFFICHAGE

NIORT
le mercredi **15 avril 2009**
à 15 h
Lycée Jean Macé
rue Gustave Effel