

Edito

Un nouvel élan

Les journées de La Rochelle approchent et il faut absolument profiter de cette occasion pour augmenter le nombre des adhérents à l'APMEP dans notre Régionale. La baisse continue des effectifs au plan national depuis plusieurs années est inquiétante et nous ne sommes pas épargnés. C'est aussi le lot de la plupart des associations. Un sociologue expliquerait qu'un individualisme croissant en est la cause principale. Mais doit-on se résigner ? Les membres de notre association sont convaincus de son utilité mais les autres collègues de mathématiques, quand ils n'ignorent pas tout simplement notre existence, sont assez dubitatifs. L'exposé de notre credo ne suffit pas à les convaincre de la nécessité d'une adhésion. Pourtant nous n'avons pas à rougir de notre action. Notre point de vue est écouté au plus haut niveau même s'il n'est pas toujours suivi, et certaines décisions que nous combattons ont ainsi pu être infléchies. Nous sommes, et depuis un siècle maintenant, un interlocuteur respecté des autorités quand il s'agit de discuter de la formation des enseignants, des contenus des programmes, des innovations pédagogiques. La présence régulière du doyen de l'inspection générale de mathématiques aux Journées Nationales de l'association en atteste. Les publications de qualité, l'organisation de conférences ou d'expositions sont autant d'actions qui doivent nous rendre visibles et lisibles. C'est enfin et surtout un espace incomparable d'échange entre collègues.

Et quelle meilleure opportunité que ces Journées de La Rochelle pour l'illustrer ? Nous serons en pleine lumière et il faut exploiter au maximum cette période pour se faire connaître et amener à nous de nouvelles forces. Nous avons en Poitou-Charentes un terreau fertile, l'esprit mutualiste y est enraciné. D'ailleurs, après la Lorraine, notre Régionale est celle où le taux d'adhérents à l'APMEP par rapport au nombre d'habitants est le plus élevé de France. Mais, pour être tout à fait honnête, je devrais plutôt dire le moins faible de France.

Notre Régionale a besoin de davantage d'adhérents, faites adhérer autour de vous et devenons, sinon la première par le nombre, au moins la plus représentative.

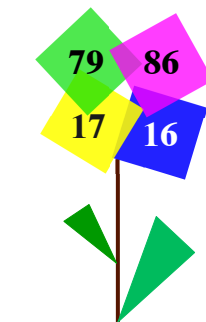
À bientôt à La Rochelle.

Frédéric de Ligt

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie associative : Comité de la Régionale	p. 2
Une nouvelle brochure : JEUX 8	p. 2
Journées Nationales de La Rochelle - 2008	p. 3
Travaux Pratiques en Terminale S	p. 4-5
La mathématique du chat (note de lecture)	p. 5
Ateliers MATH.en.JEANS	p. 6-7
Rubricol'age	p. 7 à 10

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n°74

Octobre 2008

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

APMEP : <http://irem.univ-poitiers.fr/apmep>
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros) + Suppléments : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de LIGT
Comité de rédaction ...	L-M BONNEVAL, F. de LIGT, J. FROMENTIN,
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX

Vie de l'association

Comité du vendredi 29 août 2008

Compte rendu du Comité national du 21 et 22 juin

Les journées de La Rochelle ont été évoquées lors de ce comité. Frédéric a transmis le message du web master de la régionale, Samuel Dussubieux, à savoir que le logiciel d'inscription aux journées nationales qui se transmet de régionales en régionales arrive en fin de vie et qu'il est maintenant devenu trop rigide, une refonte complète serait souhaitable pour les journées 2009 à Rouen. Le bureau national envisage de mettre un étudiant en stage sur la mise au point d'une nouvelle version. La Régionale de Rouen a annoncé le titre qu'elle a donné à ses journées : « Les mathématiques pour explorer, explorer les mathématiques », ainsi que ses dates : du samedi 24 octobre à midi au mardi 27 octobre 2009 à midi. La Régionale d'Ile de France qui prendra la suite a, quant à elle, prévu un tarif d'inscription élevé (environ 40 €) car la location de locaux sur Paris est très onéreuse. La Régionale de Grenoble s'est portée candidate pour les Journées 2011 et celle de Lorraine pour les Journées 2012.

Un ajout notable dans la partie « L'APMEP d'hier à demain » de la plaquette « Visages » a été voté : « *Il est illusoire de penser qu'une moindre présence en classe et plus de temps en autonomie inciteraient au travail personnel : l'autonomie des élèves ne se décrète pas, elle nécessite un apprentissage, long, progressif et accompagné.* ». Après l'annonce récente par le ministre de l'Éducation des pistes envisagées pour sa réforme du lycée, cette phrase paraît prémonitoire.

Lors de ce comité ont été également traités les sujets suivants : bilan des élections au Comité national, nouvelles formules d'adhésion, les nouveaux programmes du primaire et du collège, l'épreuve pratique au bac S, la formation des maîtres.

L'actualité de la rentrée

Les membres du comité ont échangé sur les récentes propositions du ministre de l'Éducation nationale relatives à la réforme du lycée et plus précisément des classes de seconde des LGT. Il en ressort que le Comité régional est en plein accord avec le Comité national et que la plus grande autonomie demandée aux élèves de lycée pour être mieux adaptés à la poursuite d'études dans le supérieur contredit la tendance actuelle du supérieur qui tend à encadrer davantage les étudiants de première année, et que cela ressemble plutôt à un prétexte pour adapter l'organisation du lycée à la baisse programmée des effectifs d'enseignants.

JEUX 8 : la série continue...

Cette brochure a été réalisée dans la même optique que les brochures JEUX 5, JEUX 6 et JEUX 7 par le groupe « JEUX » de l'A.P.M.E.P.

Elle propose 26 jeux déclinés en plus de 150 fiches d'activités, pour un usage individuel, en petits groupes ou en classe entière. Leurs niveaux vont du CP de l'école primaire à la Terminale du Lycée. Ces jeux sont répartis en 7 rubriques : puzzles géométriques, puzzles paradoxaux, repérage, jeux numériques, Q.C.M., sudomaths et jeux à stratégie gagnante.

Cette nouvelle brochure de l'APMEP sera disponible aux Journées de La Rochelle. Prix adhérent 12 €, prix public : 16 €.

Corol'aire

Le nombre de retours suite à l'annonce parue dans le Corol'aire 73 est bien faible (moins d'une dizaine). Les adhérents de la Régionale doivent envoyer un mél pour que le Corol'aire en version électronique leur soit envoyé sinon il ne recevront plus notre publication. Au total seul un peu plus du tiers des adhérents a répondu. Il est prévu de demander au rectorat de pouvoir bénéficier de sa liste de diffusion pour informer les collègues de mathématiques de l'académie de nos conférences et de notre assemblée générale annuelle. La mise en ligne des anciens numéros est reportée car il y a trop de travail en ce moment avec la préparation des Journées de La Rochelle.

Rallye

Des réunions de travail ont été fixées pour la préparation du rallye qui se déroulera le jeudi 19 février : les mercredi 17 septembre, 1 octobre, 26 novembre et 10 décembre. Un bulletin d'inscription imprimable sera disponible sur le site de la Régionale.

Expocube

Expocube a été empruntée par le collège Jean Zay de Niort au mois de juin dernier. Un collège de Loudun et un collège de Cognac ont pris contact avec la Régionale pour l'emprunter à leur tour. Devant le succès de ce genre d'exposition, Chantal Gobin propose de relancer un ancien projet : Epat'Math.

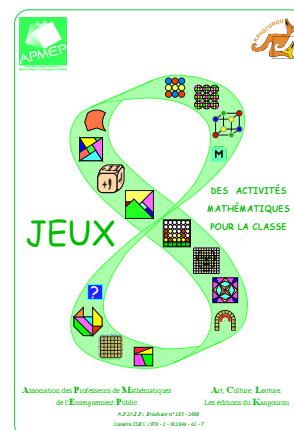
Déménagement des brochures de la Régionale

Courant juillet l'IREM a déménagé dans le bâtiment de physique, les brochures de la Régionale qui étaient hébergées par l'IREM ont suivi et sont maintenant dans ces nouveaux locaux. Un exemplaire des plus récentes brochures sera disposé sur des présentoirs et le stock sera dans la salle voisine.

Compte rendu des cérémonies du 28 juin au collège Henri IV

Jacques Chayé, qui représentait notre Régionale lors de ces cérémonies nous en a fait un rapide compte-rendu. Notre association a été remerciée pour son action dans la préservation du patrimoine bibliothécaire du collège Henri IV qui fêtait ses 400 ans. La convention qui doit nous lier à l'établissement est rédigée mais attend toujours sa signature. Le collège doit la faire voter en conseil d'administration.

Frédéric De Ligt





Journées Nationales 2008

La Rochelle 25-26-27 octobre

« Mathématiques en construction »

La dernière ligne droite !

Les inscriptions ont été saisies tout l'été, et elles sont encore possibles, sur le site <http://irem2.univ-poitiers.fr/jn2008/>. Je rappelle que les étudiants, stagiaires et professeurs d'école bénéficient de droits d'inscription réduits à 16 € (au lieu de 40 € pour les adhérents APMEP, 52 € pour les non-adhérents). Il est possible aussi lors de l'inscription par courrier d'adhérer au tarif préférentiel de 18 €.

Même si vous êtes déjà inscrit, allez voir sur le site : vous y trouverez de précieuses informations.

Pour l'équipe d'organisation, il y a encore du pain sur la planche : attribution des salles, équipement des salles informatiques, assurance du congrès, hébergement des invités étrangers, transports, récupération des brochures pour le stand APMEP National, invitations aux personnalités, repas des exposants, mise en place d'un numéro de téléphone (06 72 24 15 17), confection du livret du congressiste, réalisation des badges et des tickets, emprunt de matériel, arrhes pour les repas et les sorties, produits régionaux, derniers réglages pour les soirées, réalisation des T-shirts, remplissage des enveloppes et des valisettes, etc.

Nous sommes à la recherche de deux types de matériel : des vidéoprojecteurs et des grilles d'exposition type « Beaubourg ». Si vous avez la possibilité d'en emprunter dans votre établissement, contactez-nous (nous pouvons fournir une convention-type et l'attestation d'assurance).

Nous aurons besoin d'un coup de main pendant les Journées pour diverses tâches, par exemple les permanences à l'accueil, l'installation et le démontage des stands et des expositions, l'installation des vidéo-projecteurs dans les salles d'ateliers, le guidage des congressistes, le ménage le samedi soir... : si vous êtes inscrit aux Journées, ou seulement disponible avec un hébergement à La Rochelle, n'hésitez pas à vous proposer (louis-marie.bonneval@libertysurf.fr, 05 49 41 42 19).

Nos prochaines réunions sont ouvertes à tous :

Mercredi 22 octobre à 14 h 30

- soit à POITIERS, à l'IREM (attention : l'IREM est désormais dans le bâtiment de physique, salle 26 au rez-de-chaussée).

- soit à LA ROCHELLE, chez Jean-Pierre et Hélène GUILLARD, 16 rue de Vendôme.

Ces deux réunions en parallèle permettront d'une part de remplir les enveloppes et les valisettes, d'autre part de s'organiser en se répartissant les tâches et les consignes pour les Journées elles-mêmes.

À bientôt !

Louis-Marie BONNEVAL

Rallye Mathématique

Poitou-Charentes

19 février 2009



La Rallye Mathématique de Poitou-Charentes aura lieu le jeudi 19 février. Retenez déjà cette date.

Comme les années précédentes, une recherche documentaire sera annoncée avec l'envoi de l'épreuve d'entraînement et le bulletin d'inscription pour que les élèves aient réuni les documents ou fait le travail demandé avant l'épreuve finale. Après Alicia Boole-Stott en 2007 puis le nombre π en 2008, c'est à nouveau un nombre qui sera mis à l'honneur : le nombre d'or.

Vous recevrez l'ensemble des documents dans la deuxième quinzaine de novembre – guettez ce courrier – et les inscriptions de vos classes devront arriver au plus tard le 19 décembre. Un bulletin d'inscription sera mis en ligne sur le site de la Régionale, mais vous devrez encore nous l'envoyer par La Poste. La préparation des Journées Nationales à La Rochelle ne nous ont pas permis de vous proposer dès cette année une inscription en ligne. Elles ne nous ont pas permis non plus de mettre sur le site les morceaux choisis sur le nombre π que nous vous avions promis en juin dernier. Ce n'est que partie remise.

L'équipe du Rallye

Sourions !

Envoi de Jean PAYS,
Rocheftort.

	INTERN	EXTERN	DP DAN	TOTAL
Fille	0	5	10	15
Garçon	1	4	8	13
Total	1	9	18	28
(Elevés sans sexe inclu)				

TP en Terminale S

Impressions personnelles sur l'expérience de ces épreuves

Nathalie Chevalarias et Nicolas Minet : Lycée Berthelot - Châtellerault

Dans notre lycée, tous les collègues ont participé à la passation des épreuves. Cela a nécessité plusieurs concertations mais, au moins, les collègues de terminale S ne se sont pas sentis isolés et n'ont pas vu tout le poids de cette responsabilité tomber sur leurs épaules. Les épreuves se sont déroulées sur trois demi-journées début juin, les mêmes que celles des TP de physique et de SVT.

Les élèves étaient par groupes de trois ou de quatre et nous disposions de 2 salles informatiques : l'une de 18 postes a accueilli au maximum 12 élèves, l'autre de 12 postes en a accueilli 8. Cela nous a permis d'avoir assez d'espace pour circuler sans gêner et d'avoir des postes en secours en cas de problème informatique. Une pause était prévue tous les deux TP pour pouvoir annoter et noter les élèves, elle a été à peine suffisante pour remplir les fiches « évaluation », car en circulant d'élève en élève, l'expérience a montré qu'il était difficile de prendre des notes pendant la prestation des candidats.

Plusieurs d'entre nous appréhendaient cette épreuve et s'inquiétaient des réactions des élèves. Allaient-ils venir ? Étaient-ils suffisamment formés sur les logiciels ? Finalement, les élèves ont joué le jeu pendant l'épreuve en cherchant sérieusement mais plusieurs ont avoué ne pas avoir révisé telle ou telle partie du programme et la partie « démonstration » s'en est trouvée considérablement réduite.

La prise en main des logiciels, quant à elle, a été très inégale. Il est facile de faire des essais sur un logiciel de géométrie (plane ou dans l'espace) même si on ne l'a utilisé que quelques fois (d'autant plus quand le descriptif de la figure est très guidé). Par contre il est plus difficile de démarrer un fichier sur tableur sans réflexion mathématique préalable.

Certains sujets ont davantage mis en défaut les compétences mathématiques que les compétences TICE qui représentent, rappelons-le, les 3/4 de la note. Difficile d'accepter devoir mettre la moyenne à l'élève de terminale S qui répond : « le théorème de Thalès, je ne sais plus du tout ce qu'il dit ! » alors qu'il a fait une figure et une conjecture correcte !...

La gestion des aides a été parfois difficile. Pour plusieurs sujets nous avons été obligés d'intervenir de nombreuses fois pour que l'élève puisse avancer un minimum. L'intervention portait souvent sur de simples problèmes techniques, des erreurs de syntaxe, des minuscules à la place de majuscules, etc. mais parfois c'était l'aspect mathématique qui posait problème. Pour certains sujets les candidats en oubliaient presque d'appeler l'examineur au moment demandé sur la fiche, puisqu'ils le voyaient déjà régulièrement ! De façon générale, mettre une note aux prestations d'un candidat est resté un travail difficile. Comment juger de l'importance de l'aide apportée ? Jusqu'où cette aide est-elle « normale » ? Comment juger de la réaction d'un élève face à une aide et comment en tenir compte dans la note ? Ce sont des questions qui restent encore en suspens.

Nous avons aussi décidé de choisir des sujets sur chacun des thèmes proposés même si certains nous paraissaient plus difficiles à aborder pour les élèves vu leur connaissance des logiciels ; d'autres étaient plus classiques. Nous avons prévenu les élèves qu'ils pouvaient avoir des sujets de nature et de difficulté très différents et nous leur avons expliqué l'intérêt de l'expérimentation, ce qu'ils ont plutôt bien accepté. Quelques sujets, proches du travail en classe ont été bien traités mais pour certains, nous avons rencontré quelques problèmes... pas toujours là où nous les avions le plus prévu !

Voici trois exemples de sujets qui ont été problématiques pour diverses raisons. (Les énoncés complets sont téléchargeables sur le site académique <http://ww2.ac-poitiers.fr/math/>)

Sujet 026 : Dans le plan orienté, on définit le triangle OAB et on note M le milieu du segment $[AB]$. On construit les triangles AOD et OBC directs, rectangles et isocèles en O .

L'objet du problème est d'étudier les longueurs et les positions relatives des segments $[OM]$ et $[DC]$.

Les élèves ont eu peu de problème avec la figure, mis à part sur la manière de construire un triangle isocèle rectangle. Après questionnement sur ce qu'ils feraient sur feuille, ils créent la figure sans difficulté. Peu pensent à utiliser une rotation pour construire C et D , ce qui ne les aide pas pour la partie « démonstration »...

L'utilisation des logiciels Geogebra ou Geoplan n'est pas équivalente sur ce sujet pour l'affichage des longueurs et des angles qui sont obtenus plus directement sous Geogebra. Cependant, les élèves éprouvent peu le besoin de faire afficher l'angle pour conjecturer l'orthogonalité qu'ils lisent directement sur la figure alors que la « fiche prof » nous incite à le leur demander. Par contre très peu d'élèves voient comment démarrer une démonstration, ils ne pensent pas spontanément aux nombres complexes et quand ils pensent au produit scalaire, ils ne savent pas gérer les calculs (qui sont ici un peu délicats). Même avec des indications, peu sont arrivés au bout de la démonstration, c'est vraiment la partie mathématique qui a posé problème.

Sujet 029 : Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0, 6, 0)$, $B(0, 0, 8)$, $C(10, 0, 8)$. M est un point appartenant au segment $[OB]$. Le plan P passant par M et orthogonal à la droite (OB) coupe la droite (AC) en P .

On note respectivement N et Q les points d'intersection du plan P avec les droites (OC) et (AB) et l'on admet que le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle. En déplaçant le point M , émettre une conjecture quant à la position de ce point rendant maximale l'aire du rectangle.

Les élèves ont pris correctement en main le logiciel même s'ils ne le connaissaient pas ou s'ils le connaissaient dans la version « plan ». Cet aspect-là du sujet nous inquiétait, mais finalement la création de la figure n'a pas posé de problème (elle était très guidée dans l'énoncé) mis à part une petite inquiétude quand ils ne voient pas le plan P s'afficher...

Le plus difficile a curieusement été de reconnaître le théorème de Thalès (même en les aidant à déplacer la figure) et surtout de l'utiliser correctement avec les bons segments !

Pour ceux qui ont obtenu correctement MN, MQ et donc l'aire de MNPQ, très peu ont reconnu une fonction à dériver ou un polynôme du second degré. Beaucoup d'entre eux n'associent pas le maximum à la notion d'étude de fonction. Un élève a même dit « ah ! parce que ça, c'est une fonction ? » en désignant l'expression de l'aire en fonction de z. C'est cependant un élève qui a très bien fait le reste : on lui demande de faire une figure, il la fait, de faire une conjecture il la fait, de calculer MN et MQ, il le fait... il aura donc une note très correcte. Cela nous inquiète fort par rapport aux connaissances mathématiques de certains alors que l'on cherche à évaluer des compétences TICE. Il ne faudrait pas oublier l'essentiel...

Sujet 066 : On considère une suite (S_n) définie par le lancer d'une pièce équilibrée de la façon suivante :

$S_0 = 0$ et $S_{n+1} = S_n + 1$ si on obtient PILE, $S_{n+1} = S_n - 1$ si on obtient FACE.

On note A_n l'événement « obtenir $S_n = 0$ ».

On s'intéresse à la probabilité de réaliser l'événement A_n pour un entier n non nul donné.

Nous savions que des aides seraient nécessaires pour les fonctions du tableur à utiliser (ALEA, SI, NB.SI). Certains élèves ont bien réagi une fois données ces fonctions, mais il est resté des maladroites de syntaxe, en particulier dues à la compréhension de ce que peut-être une « condition » dans la fonction SI. D'autres ne savaient pas du tout quoi faire des aides et sont restés bloqués longtemps. D'un point de vue pratique, ils pouvaient difficilement prévoir de définir la suite en ligne et non pas en colonne pour pouvoir la copier 1000 fois et ils l'ont souvent programmée en deux colonnes : une pour le tirage aléatoire, l'autre pour la suite. Le copier - coller et le comptage des zéros ne s'en est pas trouvé facilité.

Nous avons donc soit imposé directement une présentation en ligne (mais cela a limité la recherche personnelle) soit refait leur programmation en ligne après s'être assurés qu'ils avaient bien compris ce qu'ils avaient fait dans le premier temps. Dans les deux cas, la création du fichier était longue et les élèves ont eu peu de temps à consacrer à la partie « démonstration ». Les indications sur un tel sujet sont chronophages. De ce fait, le 3^{ème} (voire le 4^{ème} élève) se trouve avoir des indications assez tard si on veut que le premier ait eu un temps de réflexion suffisant avant d'avoir une indication. Nous avons dû parfois décaler de quelques minutes la fin de l'épreuve pour finir de voir chacun de manière équitable. L'évaluation chiffrée de ce sujet a été difficile.

En conclusion, si le côté TICE (créer des figures, les déplacer, copier - coller, afficher une courbe...) de cette épreuve a plutôt été bien abordé par les élèves, l'aspect mathématique est resté le plus problématique, que ce soit en amont pour prévoir comment faire une figure, savoir quelle formule entrer au tableur ou que ce soit en aval pour démontrer les conjectures. Après cette expérimentation, saura-t-on pour autant mieux préparer nos élèves cette année que la précédente ? Et à quoi ? Aux logiciels ou aux raisonnements mathématiques ?

Quel en sera l'avenir avec la réforme du lycée ?

Note de lecture

La mathématique du Chat de Philippe Geluck. Par Daniel Justens.

Editions Delagrave-Casterman, février 2008, 15 €, 204 pages couleurs en 19x25,

Daniel Justens est professeur à la Haute École Ferrer de Bruxelles, directeur de l'IREM de Bruxelles et responsable de l'UER mathématiques appliquées. Il nous avait annoncé la parution de son livre. Habitué des Journées Nationales de l'APMEP, les ateliers qu'il y propose sont toujours très attendus ! C'est lors de ces ateliers que nous avons fait sa connaissance. Il avait promis de faire une conférence pour notre Régionale. Elle s'est tenue le 12 mars au L.P.I., sous le titre « La logique du chat ou comment faire des mathématiques sans le savoir ». Le thème en était celui du livre, mais vous en saurez beaucoup plus en le lisant ! De nombreux « strips » (comme on dit en Belgique) en couleurs, dont certains inédits, illustrent abondamment le livre.

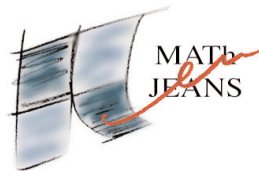
Deux extraits de la quatrième page de couverture : « C'est en lisant les strips du Chat que Daniel Justens fit une découverte fondamentale : les syllogismes et les impasses logiques du félin, dont la fonction première était de faire rire, recelaient en fait tous les fondements des mathématiques modernes... Les mathématiciens découvriront dans ce petit opuscule nombre d'exemples utiles et des sujets de réflexion pour leurs élèves. Et puis, surtout, ils trouveront la réponse à la question qu'on leur renvoie sans cesse et qui les tараude : « À quoi servent les mathématiques ? - À comprendre les albums du Chat, bien sûr ». L'humour est à toutes les pages, la réflexion à chaque strip, les idées lumineuses partout. **Un livre indispensable** pour tous.

Serge Parpay

Une séance de dédicace aura lieu à La Rochelle le lundi 27 octobre à 10 h près de l'accueil.

« Courbes sous contraintes »

Un atelier, un stand et une exposition MATH.en.JEANS sont proposés aux Journées Nationales à La Rochelle.

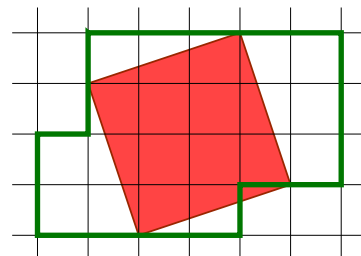


Pour la cinquième année un projet MATH.en.JEANS est mis en place dans l'Académie de Poitiers : cette année 6 élèves du Lycée de l'Image et du Son d'Angoulême et 8 élèves du Lycée Saint-Joseph de Bressuire travaillent sur un même thème « Courbes sous contraintes » se déclinant en deux sujets de recherche :

« Carré dans un lacet maillé »

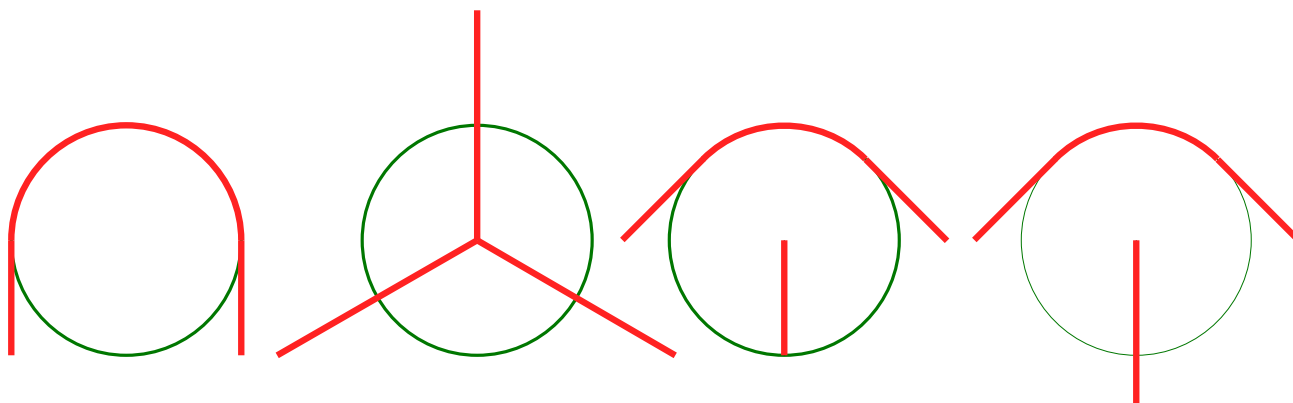
Dans le cadre d'un lacet ordinaire, il a été démontré qu'il existe au moins un carré dont les sommets sont inscrits sur le lacet.

Par contre la question n'est pas résolue dans le cas d'un lacet tracé dans un quadrillage. Un lacet étant construit sur un maillage donné, il s'agit de rechercher s'il existe des carrés dont les sommets sont à la fois sur le lacet et sur les nœuds d'un maillage.



« Le rayon ne passe pas »

Un cercle étant donné, peut-on trouver une courbe telle que aucune droite ne puisse traverser le disque sans traverser aussi la courbe ? Peut-on trouver une courbe de longueur plus petite ?



La première figure est minimale parmi les courbes composées d'une seule partie. Parmi trois autres figures proposées par des élèves l'une n'est pas satisfaisante. Le record est actuellement d'environ 4,6 (à partir d'un cercle de rayon 1).

Après la présentation par Camille Laurent, les élèves se sont mis au travail et se sont progressivement appropriés ces sujets à raison d'une rencontre par semaine. Fin novembre une première rencontre entre les groupes des deux établissements dans les locaux de l'IREM a permis un échange des premiers essais et des premières idées.

Début mars dans les locaux du Laboratoire de Mathématique de l'Université de Poitiers au Futuroscope la seconde rencontre a permis de présenter les résultats, encore à l'état d'ébauche, devant des chercheurs et étudiants.

Fin mars un colloque « graines de maths » a regroupé la centaine de projets dans les locaux de l'Université Paris - Diderot. Une présentation commune a été réalisée sous forme d'animation pour le premier problème et sous forme d'exposé en amphi pour le second. Ce fut aussi l'occasion pendant les trois jours du colloque de découvrir d'autres ateliers mathématiques et d'écouter des conférences faites par de vrais mathématiciens : Pierre Encrenaz intervient sur « à la découverte de Titan avec la sonde Cassini », Nicole Poussineau sur les mathématiques et la circulation sanguine, Marie-Hélène Mourgues sur « mathématiques et modèles ».

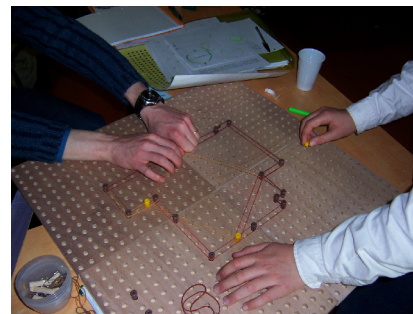
Camille Laurent est enseignant chercheur de Mathématiques à l'Université de Poitiers ; il est le "pilote", le "tuteur", de ces projets MATHs.en.JEANS ; en juillet et août il propose à l'équipe des enseignants qui encadrent des idées de sujets ; vers la mi-septembre il présente dans chacun des établissements les problèmes retenus aux élèves intéressés, c'est aussi l'occasion de faire une conférence à des classes ; lors de chacun des deux "séminaires" il coordonne et éclaire les recherches des élèves des groupes jumelés ; lors du colloque à Paris il vient donner un coup de main pour "monter" la présentation commune de 20 minutes ; dans le cours de l'année il répond aux sollicitations, sur les sujets, des enseignants mais aussi des élèves.

L'année s'est terminée par une publication. Les élèves des deux Lycées ont présenté leurs travaux à « Exposciences » à Niort et, à cette occasion, les participants ont pu « manipuler des mathématiques », c'est-à-dire, avec des tenons et des élastiques, sur une planche trouée, ils ont pu chercher à matérialiser les carrés dans un lacet donné : le jury a remis le prix du CNRS pour ce projet jumelé. St Jo de Bressuire a aussi présenté le projet au concours « Faites de la science » à Poitiers.

Ces deux ateliers se déroulent dans le cadre d'Ateliers Scientifiques et Techniques, ce qui permet d'obtenir quelques HSE et une dotation de la Région pour le fonctionnement.

Lors des Journées APMEP à La Rochelle, un atelier sera consacré à MATH.en.JEANS à partir des travaux d'un groupe du Lycée de Haute Altitude de Briançon ; un stand et une exposition permettront aux intéressés de découvrir des posters et la démarche mise en œuvre à l'occasion.

Pour tout contact : Cédric Jossier cedricjossier@free.fr et Gilles Maréchal gilles.marechal@ac-poitiers.fr



Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lecture, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.
Frédéric de Ligt

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Rigueur et simplicité ne font pas toujours bon ménage quand on aborde le thème des angles. Serge Parpay nous propose de réconcilier les points de vue :

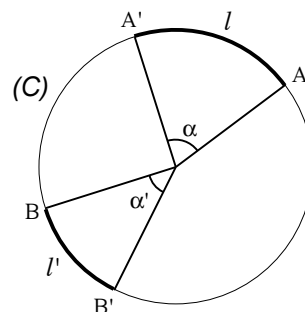
Cohérence et tolérance : longueurs et mesures d'arcs de cercle.

Préliminaire (sans volonté de provocation) : la théorie des angles est délicate ; la littérature concernant le sujet est importante, parfois délirante (pour une personne « simple »). Restons simples et n'en parlons plus !

Dans ce qui suit L et A seront les symboles des longueurs et des mesures d'arcs (ou éventuellement de mesures d'angles si on se réfère aux angles au centre correspondants) pour l'écriture des équations de dimensions.

Soit un cercle (C) de centre O de rayon R . u étant l'unité de longueur, la circonférence de (C) a une longueur $L = 2\pi R$, soit, écrit « à l'ancienne », $L_u = 2\pi R_u$; par exemple si u est le mètre (m), si $R = 3$, $L_m = 2\pi 3_m = 6\pi_m$.

Les longueurs des arcs d'un cercle sont proportionnelles à leurs mesures (« nécessité géométrique » aussi théorique qu'évidente). Une unité d'arc v étant choisie, soit deux arcs $\widehat{AA'}$ et $\widehat{BB'}$ du cercle (C) de longueur l et l' , de mesures α et α' , on a $\frac{l}{l'} = \frac{\alpha}{\alpha'}$. On a $\frac{L}{L} = \frac{A}{A}$; l'équation de



dimensions est vérifiée.

On peut choisir différentes unités v : le radian (rad), le degré (°), le grade (gr), le millièm (μ), le

tour (tr). Le tableau ci-dessous établit la correspondance entre la longueur l d'un arc $\widehat{AA'}$ et la longueur L du cercle (C) et les mesures des arcs α et α' associés (la dernière ligne définit les unités).

		radian	degré	grade	millièm	tour
l	α	a	b	c	d	e
$L = 2\pi R$	α'	2π	360	400	6400	1

On en déduit la formule de calcul $l = \frac{\alpha}{\alpha'} 2\pi R$ en fonction de l'unité d'arc choisie, l'unité de longueur étant par ailleurs définie :

radian : $l = \frac{a}{2\pi} 2\pi R$; degré : $l = \frac{b}{360} 2\pi R$; grade : $l = \frac{c}{400} 2\pi R$; millièm : $l = \frac{d}{6400} 2\pi R$; tour : $l = \frac{e}{1} 2\pi R$.

Dans chaque cas, la fraction correspond à des rapports d'arcs ; l'équation de dimensions $\frac{L}{L} = \frac{A}{A}$ est respectée. Dans les formules suivantes, ce rapport est considéré comme un nombre. Formules pour les calculs pratiques (après simplification des calculs) :

radian : $l = a R$; degré : $l = \frac{\pi b}{180} R$; grade : $l = \frac{\pi c}{200} R$; millièm : $l = \frac{\pi d}{3200} R$; tour : $l = 2\pi e R$.

Il faudrait être tolérant pour les formules de calcul « à l'ancienne » du type : $l_{cm} = \frac{\pi d_{\mu}}{3200} R_{cm}$ et $l_{dm} = a_{rad} R_{dm}$ et ne pas chicaner sur la cohérence pour les dimensions, cohérence qui importe peu dans ces calculs. Mémorisons la formule $l = a.R$ et n'en parlons plus. Comme dit Léa Broutille : « *Pourvu que ça tourne à peu près rond !* ».

Des problèmes

74-1 de Jean Christophe Laugier (Rochefort) :

Points sur un même demi-cercle

- 1) Quelle est la probabilité que trois points placés au hasard sur un cercle soient situés sur un même demi-cercle de ce cercle ?
- 2) Plus généralement quelle est la probabilité que n points placés au hasard sur un cercle soient situés sur un même arc de mesure α de ce cercle ($0 \leq \alpha \leq 2\pi$) ?
- 3) Passons à la dimension supérieure : quelle est la probabilité que 4 points placés au hasard sur une sphère soient situés sur un même hémisphère de cette sphère ?

Plus généralement, quelle est la probabilité que n points placés au hasard sur une sphère soient situés sur un même polygone sphérique convexe de mesure s de cette sphère ($0 \leq s \leq 4\pi$) ?

N.B. Je n'ai pas la réponse à la question 3 !

74-2 de Frédéric de Ligt (Montguyon) :

Trouver tous les triangles à côtés entiers qui possèdent deux angles dont l'un est le double de l'autre.

74-3 de Louis Rivoallan (Rochefort) :

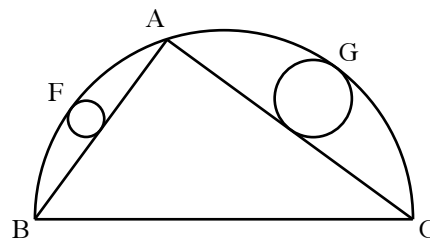
Les points A, B, C et D sont placés dans cet ordre sur un même cercle de centre O. Sachant que O est l'isobarycentre de ces quatre points, que peut-on dire du quadrilatère ABCD ?

74-4 de Jacques Chayé (Poitiers) :

Dans l'énoncé ci-dessous, le vocabulaire, les notations et les formulations de l'époque ont été conservés.

Exercice n° 338 extrait des « Problèmes de mathématiques » par Ernest Lebon (Armand Colin, 1898)

A étant un point quelconque d'une demi-circonférence BAC, par les points milieux des côtés BA et AC du triangle BAC, on construit deux cercles tangents aux droites BA et AC et aux arcs BFA et AGC. Soient β et γ les rayons de ces cercles et r le rayon du cercle inscrit au triangle BAC. Démontrer que l'on a la relation : $8\beta\gamma = r^2$.



Des solutions

71-3 de Dominique Gaud :

Un triangle ABC étant donné, est-il possible de construire un point M sur le côté [BC] de telle sorte que les cercles inscrits dans les triangles ABM et ACM aient le même rayon ?

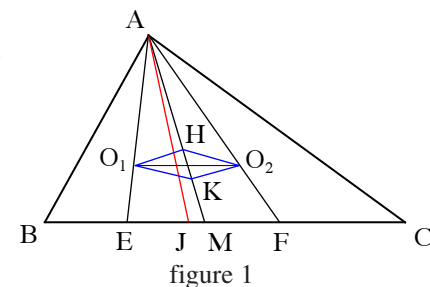
Les contributions à ce problème ont été abondantes et variées. Faute de place, je n'ai pas pu reproduire dans leur intégralité les courriers reçus, en revanche toutes les méthodes proposées sont présentées. Pour une meilleure lisibilité, les différentes notations des auteurs ont été harmonisées. N.d.l.r.

Solution de Louis Rivoallan

On note O_1 et O_2 les centres respectifs des cercles inscrits dans les triangles ABM et ACM. On note E et F les intersections respectives des droites (AO_1) et (AO_2) avec [BC]. Soit H et K les projetés orthogonaux respectifs de O_1 et O_2 sur (AM). Pour la figure souhaitée, on a donc O_1H et O_2K de la même longueur, puisqu'il s'agit des rayons des cercles inscrits, et les droites (O_1H) et (O_2K) sont parallèles puisque perpendiculaires à la même droite (AM). Par conséquent O_1KO_2H est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en leur milieu. Soit O ce point. La distance de O_1 à (BC) étant égale à la distance de O_2 à (BC), puisqu'il s'agit encore une fois du rayon du cercle inscrit, la droite (O_1O_2) est donc parallèle à (BC). L'homothétie de centre A qui transforme O_1 en E, transforme donc aussi O_2 en F et le milieu O de $[O_1O_2]$ en M, qui s'avère être le milieu de [EF].

En bricolant avec Géogébra, j'ai constaté que $AE^2/AB = AF^2/AC$. Pour le démontrer, je me suis placé dans un repère orthonormé...

L'auteur présente ensuite une démonstration analytique de cette égalité de rapports.



Il reste à faire la construction du point M. Il suffit pour cela de construire le point E. On note J le pied de la bissectrice de l'angle $\hat{A}$. Soit C' le point de la demi-droite [AJ] tel que $AC'/AC = AB/AC = k$ (construction classique).

On a donc $k^2 = AB/AC$ et par suite $k = AE/AF$. De plus $(\widehat{AF,AE}) = (\widehat{AC,AJ})$. Dans la similitude de centre A, d'angle $(\widehat{AC,AJ})$ et de rapport k, F a pour image E, C a pour image C', C' a pour image B et B a pour image B' (construction classique). Par suite la droite (BC) a pour image la droite (B'C'). Le point E appartient donc à la fois à (BC) et à l'image de (BC) par la similitude, autrement dit, E est l'intersection de (BC) et de (B'C').

Solution de Daniel Daviaud

Partant du fait établi dans la solution de Louis Rivoallan, à savoir que (AM) est la médiane issue de A du triangle AEF, Daniel Daviaud propose une variante plus calculatoire pour obtenir la position du point M (voir la figure 1).

Posons, comme il est d'usage, $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$. Posons ensuite $u = BE$, $w = EM = MF$, $v = FC$, $m = AM$ et $y = BM$.

1) Expression de m^2 en fonction de a, b, c et y.

La relation d'Al Kashi donne dans ABM $m^2 = c^2 + y^2 - 2cy \cos \hat{B}$ et dans ABC $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \hat{B}$.

Donc $m^2 = y^2 - y(c^2 + a^2 - b^2)/a + c^2$.

2) Seconde expression de m^2 en fonction de a, b, c et y.

Par les bissectrices, $u/c = w/m = v/b$. De $u/c = w/m$, on tire $w/m = (u+w)/(c+m) = y/(c+m)$. De $w/m = v/b$, on tire $w/m = (v+w)/(b+m) = (a-y)/(b+m)$. D'où $y/(c+m) = (a-y)/(b+m)$ ou encore $y(b+m) = (a-y)(c+m)$. Finalement $m = [ac - (b+c)y] / (2y - a)$ et donc $m^2 = [ac - (b+c)y]^2 / (2y - a)^2$.

3) Equation en y.

En égalisant les deux expressions de m^2 , il vient : $(2y - a)^2 \left[y^2 - y \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{a} \right) + c^2 \right] = [(b+c)y - ac]^2$, de degré 4. Voici alors

le boulot de Dérive : $y = a$ ou $y = 0$ ou $y = \frac{a^2 - b^2 + c^2 \pm |b-c|\sqrt{(b+c)^2 - a^2}}{2a}$. En divisant le polynôme de degré 4 par $y(y-a)$

on obtient une équation de degré 2, ce qui prouve que les solutions sont constructibles à la règle et au compas.

Comme $a^2 - b^2 + c^2 = 2ac \cos \hat{B}$ et $(b+c)^2 - a^2 = b^2 + c^2 - a^2 + 2bc = 2bc \cos \hat{A} + 2bc = 2bc(1 + \cos \hat{A}) = 4bc \cos^2 \left(\frac{\hat{A}}{2} \right)$, d'où

en simplifiant $y = c \cos \hat{B} \pm \frac{|b-c| \cos(\hat{A}/2) \sqrt{bc}}{a}$. Si on note Q le pied de la hauteur

issue de A, on a $BQ = c \cos \hat{B}$. On prendra alors la solution avec + si $c < b$ et celle avec - si $c > b$. Et pour le reste on fait des constructions auxiliaires à la Descartes.

Solution de Frédéric de Ligt

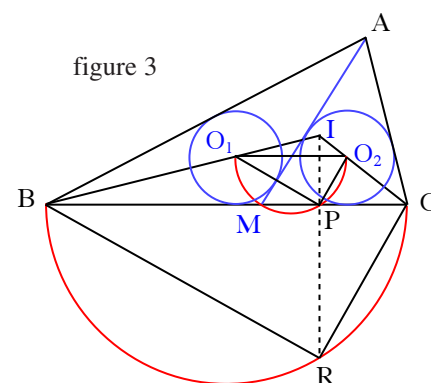
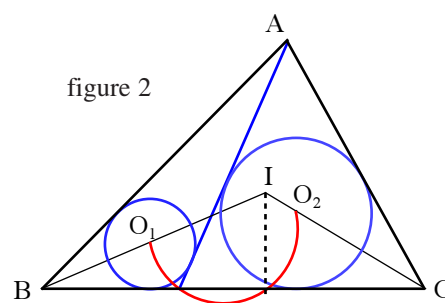
Dans le dossier « Jeux Math' » de *Pour la science* d'avril-juin 2008, en parcourant l'article de Pierre Tougne intitulé « Les joies du pliage », je tombe sur la présentation du résultat suivant : « Soit ABC un triangle quelconque et M un point arbitraire intérieur au côté [BC]. Construisez les centres O_1 et O_2 des cercles inscrits aux triangles ABM et AMC. Le cercle de diamètre $[O_1O_2]$ coupe [BC] en M (en effet

(MO_1) et (MO_2) sont les bissectrices intérieure et extérieure de l'angle $\widehat{BMA}$, donc

l'angle $\widehat{O_1MO_2}$ est droit) et en un deuxième point P...fixe quel que soit M. On peut même préciser la position de ce dernier point : c'est le point de contact du cercle inscrit à ABC (de centre I) avec le côté [BC] » (figure 2). Suit une démonstration à l'aide d'un pliage due à J. Justin. L'article donne aussi une piste pour une démonstration plus classique. Je vous laisse le plaisir de découvrir par vous-même une preuve de cette propriété. Celle-ci va me servir d'appui pour proposer une construction assez simple du point M quand les rayons des cercles inscrits sont égaux.

Construction du point M (figure 3).

Le point I, centre du cercle inscrit à ABC est construit, il se projette orthogonalement sur le côté [BC] en P. Le demi-cercle de diamètre [BC] rencontre la demi-



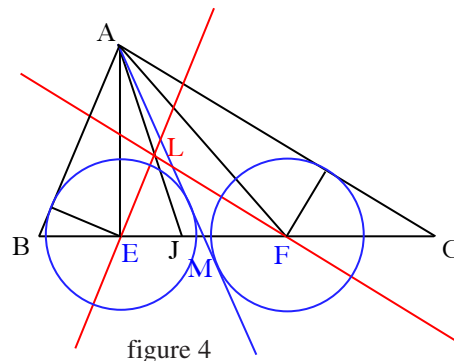
droite [IP] en R. Le point P se projette sur [BI] parallèlement à (RB) en O_1 et sur [IC] parallèlement à (RC) en O_2 . Le point M cherché est le second point d'intersection du demi-cercle de diamètre $[O_1O_2]$ avec le côté [BC]. Pour justifier cette construction, il faut tout d'abord rappeler l'égalité des rayons des cercles inscrits ce qui entraîne que $[O_1O_2]$ est parallèle à [BC] et considérer enfin l'homothétie de centre I qui amène R en P et qui donc, grâce à ses propriétés de conservation, transforme le triangle rectangle BRC en le triangle rectangle O_1PO_2 .

Solution de Jean Cordier

L'auteur de la solution qui suit a aussi proposé une solution par l'analytique donnant en finale une équation de degré 2. Il obtient le rayon dans le cas particulier de « cercles intérieurs au triangle ». Sa méthode permet d'envisager les cas de cercles tangents aux prolongements des côtés, les points E, F et M pouvant sortir du triangle. Les calculs sont un peu longs et la place a manqué pour les présenter. N.d.l.r.

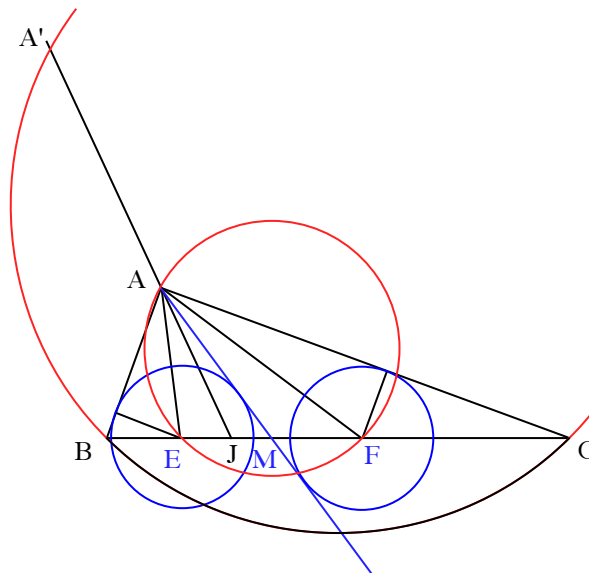
On a transformé le problème par une homothétie de centre A qui a envoyé les centres des cercles sur la droite (BC) et on cherche donc à résoudre un problème où les centres et M sont à chercher sur [BC]. On suppose le problème résolu.

On trace la parallèle issue de E à la droite (AB) et celle issue de F à (AC). Elles se coupent en L qui est équidistant de (AB) et (AC), et L est donc sur la bissectrice (AJ) de l'angle $\hat{A}$. Soit l'homothétie h de centre J telle que $h(E) = B$, alors par le parallélisme, $h(L) = A$ et $h(F) = C$ (figure 4).



Calcul d'angle et image d'un cercle (figure 5). En A, un calcul simple montre l'égalité angulaire $\widehat{EAF} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$. Construisons le cercle (T) circonscrit au triangle AEF. Posons $A' = h(A)$. L'image (T') du cercle (T) est circonscrite au triangle (A'BC) image du triangle (EAF). On a bien sûr l'égalité d'angles $\widehat{BA'C} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$. Et cette égalité dit que le point A' est sur un arc inclus dans (T') dont les points N vérifient $\widehat{BNC} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$. Le point A' est ainsi dans l'intersection d'un tel arc et de la droite (AJ). Et c'est l'obtention du point A' qui est à la base de ce qui suit.

Construction du point M en partant du triangle ABC. Afin de construire A', on construit à la règle et au compas les arcs formés des points N tels que $\widehat{BNC} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$ (il y a deux arcs symétriques par



rapport à (BC)) et on construit (AJ) la bissectrice de $\widehat{BAC}$ qui coupe les arcs en questions en des points A' cherchés. On prend un des points A'. L'homothétie h' (inverse de h) de centre J telle que $h'(A') = A$ permet, par parallélisme, de construire les images par h' de B et C, donc les points E et F. On achève la construction par les cercles et la droite (AM) qui leur est tangent.

Assemblée Générale de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes

Mercredi 3 décembre à 14 h 30, au Lycée de l'Image et du Son d'Angoulême

suivie d'une conférence de Mustapha RAÏS, professeur honoraire de la Faculté des Sciences de Poitiers.