Edito

C'est parti !

Avant de prendre la mer, le régatier prépare soigneusement son bateau. Il lui faut penser à tout car pendant la course il devra juste se débrouiller avec ce qu'il a embarqué. Quand le départ est donné, une appréhension l'envahit. N'a-t-il rien oublié ? N'a-t-il pas présumé de ses forces ? Mais l'heure n'est plus au doute et, pour s'en convaincre, il lui suffit de se répéter : « C'est parti ! ».

Nous en sommes là. Le BGV spécial Journées Nationales n°140 vient de paraître. Notre BGV. Les inscriptions sont désormais ouvertes. Après deux ans d'un travail qui a mobilisé tous les membres de l'équipe sous la houlette de Louis-Marie Bonneval, nous sommes maintenant totalement engagés. Pour nous aussi, « c'est parti ! ».

Nous comptons très fort sur vous, membres de la Régionale, pour être à nos côtés les 25, 26 et 27 octobre prochains afin d'accueillir en nombre les collègues venus de la France entière et même d'au-delà. Réservez dès aujourd'hui vos conférences, vos ateliers, vos sorties sur le site http://irem2.univ-poitiers.fr/jn2008/ (un grand merci à Samuel Dussubieux pour toutes les heures qu'il a passées à sa mise en place). Parlez-en autour de vous. N'oubliez pas de préciser que l'Inspection Régionale de mathématiques a inscrit ces journées au PAF et qu'il sera donc possible, en s'y inscrivant à la rentrée, de bénéficier du remboursement des frais de déplacement, ce qui n'est pas négligeable en ce moment. Faites circuler aussi l'information auprès des professeurs des écoles : des ateliers leur sont particulièrement destinés. Placez l'affichette qui accompagnait le BGV dans votre établissement… Il faut se mobiliser tous pour faire de ces rencontres une réussite.

Pour le moment, tout le Comité s'associe à moi pour vous souhaiter de bonnes et reposantes vacances.

A bientôt, à La Rochelle !

Frédéric De Ligt

DERNIER COROL'AIRE VERSION PAPIER

- Voir page 2 -

SOMMAIRE

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

APMEP

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

n°73

Juillet 2008

Dispensé de timbrage

Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

P PRESSE DISTRIBUÉ PAR LA POSTE

DÉPOSÉ LE 09-07-2008

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Abonnement 1 an (4 numéros) + Suppléments : 8 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de LIGT
Comité de rédaction …	L-M BONNEVAL, F. de LIGT, J. FROMENTIN,
Imprimerie …………..	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur ……………….	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social ………….	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX

Comité du mercredi 18 juin 2008

1) Préparation du comité national du 21 et 22 juin.
Le comité n'a pas de modifications particulières à soumettre au Comité National concernant la plaquette « Visages de l'APMEP ». Il demande par contre à Frédéric de Ligt, représentant de la Régionale au Comité National, d'intervenir lors de cette réunion pour dénoncer la présentation des probabilités dans les documents officiels et dans les manuels scolaires.

2) Partenariat avec le collège Henry IV.
Une équipe de la Régionale (Jacques Chayé, Louis-Marie Bonneval, Jean-Paul et Jacqueline Guichard), en collaboration avec un atelier scientifique animé par Mr Gacougnole, a entrepris de restaurer le très riche fond scientifique du collège Henry IV de Poitiers. Le recensement des livres anciens est déjà bien avancé. Le vendredi 6 juin, une délégation de l'IREM et de l'APMEP, accueillie par un membre de l'administration du collège, est venue assister à une présentation des travaux déjà réalisés. Une convention de partenariat a été établie et sera signée lors du prochain C.A du collège. Le 28 juin prochain seront fêtés officiellement les 400 ans du collège. L'APMEP est invitée à la cérémonie et sera représentée par Jacques Chayé qui est un ancien élève de l'établissement.

3) Corol'aire.
Une trésorerie au plus bas et un coût d'expédition en forte augmentation nous obligent à prendre une décision que nous aurions voulu éviter. Le Corol'aire n°73 sera le dernier numéro expédié en version papier. Il ne sera pas expédié aux 44 personnes qui n'ont pas renouvelé leur adhésion en 2008. À partir du numéro 74, tous les exemplaires seront envoyés par courrier électronique. Le Corol'aire 73 précisera bien aux adhérents qui n'avaient encore fait le choix d'un envoi par Internet la démarche à suivre pour le recevoir par mèl.
Par ailleurs les numéros $n - 4$ du Corol'aire vont être mis en ligne de façon systématique sur le site de la Régionale et ils seront en accès libre.

4) Olympiades.
61 élèves (56 S et 5 ES) ont participé à cette épreuve. La qualité des copies des élèves de la filière S a surpris les correcteurs par leur bonne rédaction. En revanche les compositions des élèves de la section ES n'ont pas été de qualité suffisante pour mériter un prix. La remise officielle des prix s'est déroulée le 28 mai à la chapelle du CRDP de Poitiers en présence du Recteur Cadet. Il y eu 5 lauréats.

5) Expérimentation TP au bac S.
Nathalie Chevalarias a fait un compte rendu au Comité de l'expérimentation menée dans son établissement. Elle présentera ses remarques dans un article du Corol'aire 74.

6) Projet Descartes.
Jacques Borowczyk, de l'académie d'Orléans-Tours et ancien militant de notre Régionale, propose un partenariat avec notre Régionale autour d'une journée d'étude consacrée à René Descartes qui se déroulerait dans sa « ville natale », Descartes, située dans le nord de la Creuse. Des contacts seront pris avec lui lors des journées de La Rochelle pour en discuter la faisabilité.

7) Fond Louis Comtet.
Le professeur Louis Comtet (faculté d'Orsay), désormais à la retraite, souhaite céder une partie de sa belle bibliothèque mathématique. Plusieurs contacts ont été pris avec lui pour dire que la Régionale était intéressée.

8) Rallye.
Voir l'article page 3.

9) Calendrier.
Le comité se réunira le vendredi 29 août à 10 h à La Rochelle et laissera la place, une heure plus tard, à une réunion de préparation des Journées. L'Assemblée Générale est fixée le mercredi 3 décembre à Angoulême au lycée Guez de Balzac à 14 h 30.

DERNIER COROL'AIRE PAPIER.

Notre journal était déclaré à la CPPAP* et de ce fait bénéficiait d'un tarif de Presse auprès de La Poste. L'agrément de la CPPAP se terminait en mai dernier, et, pour l'envoi de ce numéro, il aurait fallu que nous déposions à nouveau une demande d'agrément à la CPPAP : un lourd dossier à réunir et à remplir, que la préparation des Journées Nationales ne nous permettait pas de faire. De plus, la trésorerie de la Régionale est au plus bas, et si nous comptions sur l'organisation des Journées Nationales pour réapprovisionner notre caisse, nous risquons fort de déchanter vu les faibles subventions que nous glanons auprès des collectivités territoriales et des partenaires privés traditionnels de l'Éducation Nationale. Nous avons donc « jeté l'éponge » auprès de la CCPPAP et nous envoyons ce dernier numéro au tarif écopli.
Dorénavant, nous enverrons le Corol'aire par Internet comme nous avons commencé à le faire depuis le n° 70. Il faut donc IMPÉRATIVEMENT que vous nous donniez votre mél, si vous ne l'avez pas encore fait pour continuer à le recevoir gratuitement. Transmettez-le nous par mél à l'adresse électronique de la régionale (voir page 1) en précisant bien votre nom et votre adresse pour la mise à jour de notre fichier d'adhérents.
Si vous voulez toujours le recevoir en version papier, nous vous demandons de nous renvoyer le coupon ci-dessous accompagné d'un chèque d'un montant de 8 Euros (pour couvrir les frais de reprographie et d'envoi de 4 numéros et de 2 à 3 suppléments) à l'ordre de APMEP Régionale de Poitou-Charentes, et à l'adresse de l'IREM, siège social de la Régionale (voir page 1).

* Commission Paritaire de Presse et d'Agence de Presse

Réception de COROL'AIRE par courrier

Nom : .... Prénom : ....

Adresse postale : ....

....

désire recevoir Corol'aire en version papier à l'adresse ci-dessus.
Je joins un chèque de 8 € à l'ordre de APMEP, Régionale de Poitou-Charentes.

À envoyer à :
APMEP, Corol'aire
IREM - Faculté des Sciences,
40 Avenue de Recteur Pineau,
86022 Poitiers Cedex

Journées Nationales 2008
La Rochelle 25-26-27 octobre
« Mathématiques en construction »

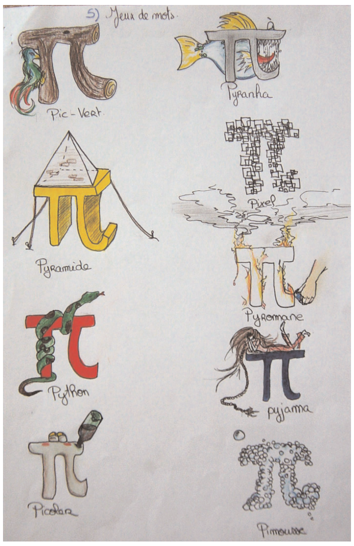
C'est parti pour les inscriptions !

Le site http://irem2.univ-poitiers.fr/jn2008/ est opérationnel depuis le 1er juin, grâce au travail acharné de notre webmestre et de tous ceux qui ont saisi les données. Allez le voir, vous constaterez la richesse des activités proposées : dix conférences, une centaine d'ateliers, cinq expositions, un bon nombre d'exposants, des sorties pour les accompagnants, des spectacles et des sorties pour tous… Tout cela résulte d'un gros travail en amont, des équipes conférences-ateliers, exposants-expositions, loisirs-sorties, repas-hébergement…
Le BGV spécial n° 140 est arrivé chez tous les adhérents. Lui aussi est le fruit d'un gros travail. Vous y trouverez toutes les informations utiles. Il contient une affichette : pensez à la mettre en bonne place dans votre établissement.
Il est recommandé de s'inscrire le plus tôt possible, car cela facilite le lourd travail de validation des inscriptions (d'ailleurs les droits d'inscription seront plus élevés après le 13 septembre). Cela facilitera aussi votre recherche d'hébergement. Signalons que nos Journées sont inscrites au PAF académique : nous vous recommandons de vous y inscrire aussi par ce canal à la rentrée ; cela devrait vous permettre d'être remboursé de vos frais de déplacement ; mais attention : l'inscription au PAF ne dispense pas de l'inscription directe (en ligne ou par bulletin papier).
Pendant ce temps, les contacts continuent : avec le Pôle sciences et la Ville de La Rochelle pour régler les problèmes pratiques (équipement des salles, transports …), avec l'IUT pour disposer de salles supplémentaires, avec les financeurs pour obtenir les (maigres) subventions promises, avec les inspecteurs et IEN pour diffuser l'information, avec les exposants…
Un appel a été lancé aux chefs d'établissement de La Rochelle pour leur demander de nous prêter du matériel (vidéo-projecteurs, grilles d'exposition…) : nous comptons sur les collègues de mathématiques de ces établissements pour appuyer cette demande.
Nous lançons aussi un appel à tous les collègues de La Rochelle ou des environs : nous aurons besoin d'un coup de main sur place pendant les Journées pour diverses tâches (accueil, secrétariat, matériel, accompagnement de sorties…).
N'hésitez pas à vous proposer ! Mieux : venez à la prochaine réunion :

Vendredi 29 août de 11 h à 17 h au Pôle sciences de La Rochelle, salle C01 du bâtiment d'Orbigny

Louis-Marie BONNEVAL (louis-marie.bonneval@libertysurf.fr)

Rallye Mathématique Poitou-Charentes



Les résultats du Rallye ainsi que les lots pour les classes lauréates, ont été envoyés dans les établissements participants en mai dernier. Les épreuves, les solutions et le palmarès sont sur le site de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes (voir l'adresse page 1).
Les dessins - jeux de mots demandés sur le nombre PI ont séduit particulièrement les élèves, et nous avons pu apprécier leur imagination et leur humour comme le montre l'image ci-contre. Nous comptons faire un dossier « spécial PI » sur le site de la Régionale. Mais, avec la préparation des Journées de La Rochelle qui nous mobilise beaucoup, vous devrez certainement patienter un peu !
L'équipe du Rallye s'est réunie fin juin pour préparer l'édition 2009. L'épreuve aura lieu le jeudi 19 février, dans la semaine qui précède les vacances d'hiver. Retenez déjà cette date.

Prix académiques de l'édition 2008 :

6ème A du collège Marguerite de Valois d'Angoulême (Monsieur Rolland)
5ème du collège de l'Union-Chrétienne de Poitiers (Madame Ressegand)
4ème B du collège de Saint-Porchaire (Madame Apparailly)
3ème 2 du collège Élysée Mousnier de Cognac (Madame Parcelier)
2nde 10 du lycée Valin de La Rochelle (Monsieur Souder)

La place nous manque pour mettre les prix départementaux. Vous les trouverez sur le site de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes.

Mention spéciale pour la qualité et l'originalité du dossier fourni

6ème C du collège Hélène de Fonsèque de Surgères (Madame Pacaud)
2nde 7 du lycée Guez de Balzac d'Angoulême (Madame Marlin)

Du côté de l'IREM

Redynamiser l'enseignement des mathématiques

La recherche menée à l'IREM depuis quelques années, en lien avec d'autres équipes IREM et en partenariat avec l'INRP (recherche AMPERES, voir le site educmath : http://educmath.inrp.fr) est fructueuse tant du point de vue théorique que dans nos classes.
Nos interventions ont été très appréciées, lors d'un colloque à l'INRP, les 13 et 14 juin dernier à Lyon, y compris par des équipes étrangères (Espagne, Belgique)…
Rappelons que nous proposons une nouvelle dynamique qui articule le déroulement de l'année sur l'étude de grandes questions en intégrant les compétences du programme. L'organisation des chapitres d'un enseignement traditionnel en est donc modifiée et l'intégration des différentes connaissances du programme évite le morcellement trop souvent constaté.
Surtout, les mathématiques enseignées prennent du sens, ne se réduisent pas à des savoirs purement scolaires, mais constituent une véritable formation scientifique puisqu'elles répondent à de véritables questions…
Nous avons ainsi pu enseigner en totalité le programme de l'année de 6$^{\text{ème}}$ et une grande partie de celui de 2$^{\text{nde}}$, avec expérimentation dans différents collèges et lycées.
C'est une mise en œuvre ambitieuse, fonctionnelle, qui reste à partager dès l'année prochaine par des stages public désigné « Redynamiser l'Enseignement des Maths » (est prévu un stage par département pour chacun des deux niveaux : 6$^{\text{ème}}$ et 2$^{\text{nde}}$).
Pour que ces stages aient plus d'impact et d'intérêt pour les participants, nous souhaitons, sans exclure des inscriptions isolées, promouvoir celles de collègues d'un même établissement en vue d'une mise en pratique de la réflexion proposée. C'est pourquoi, nous vous proposons d'en discuter en équipe d'enseignement et de vous faire connaître si vous souhaitez y participer.

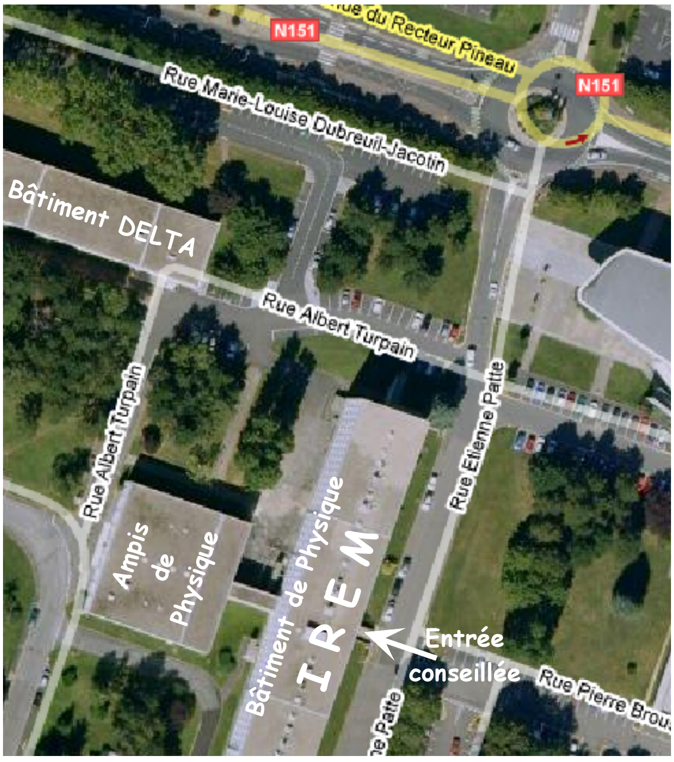
Stages 2008-2009

Comme chaque année, il vous faudra à la rentrée, penser à vous inscrire aux stages de formation continue. Soit inscription directe sur le site du rectorat, pour les « stages d'offre », soit en vous signalant auprès des IPR, en général via le coordonnateur Maths de votre établissement, pour les stages « public désigné ».
Attention, les délais sont courts (du 3 au 19 septembre pour les stages d'offre). Or nous avons tous à la rentrée d'autres préoccupations. C'est pourquoi, je vous invite à y réfléchir avant.
Vous trouverez la description des stages, sur le site de l'académie, et sur celui de l'IREM (www.irem.univ-poitiers.fr).
À noter, le stage « Colloque Mathématiques en Construction », qui correspond aux Journées APMEP de La Rochelle. Il permet d'obtenir le remboursement du déplacement (un trajet aller-retour) pour ces Journées, sous réserve de vous inscrire avant le 19 septembre, d'une part à ce stage d'offre (sur le serveur académique) et d'autre part aux Journées elles-mêmes (sur http://irem2.univ-poitiers.fr/jn2008/)

L'IREM déménage…

Le bâtiment Delta, ancien bâtiment de maths du campus, sera à partir de la prochaine rentrée consacré à la PVP « Préparation à la Vie Professionnelle » des étudiants, avec notamment l'IFEP (Interface Faculté Entreprises) dans les actuels locaux de l'IREM. En conséquence, l'IREM rejoint début juillet les actuels locaux de l'IFEP, au rez de chaussée du bâtiment de physique (voir plan).
L'adresse reste la même : 40 avenue du Recteur Pineau, 86022 Poitiers CEDEX.
Le téléphone également : 05 49 45 38 77.
Ce déménagement me permet de rappeler que l'IREM mène des recherches sur l'enseignement des mathématiques. C'est donc d'abord un lieu d'interrogations sur l'état de cet enseignement et sur les moyens de l'améliorer, et ses équipes participent aux formations (initiale et continue) des enseignants.
C'est aussi un centre de ressources avec une bibliothèque, ouverte à tous (rappelons que son catalogue est consultable sur le site de l'IREM, http://irem.univ-poitiers.fr). On y trouve des ouvrages sur l'histoire des mathématiques (notamment des textes anciens), sur la didactique et plus généralement sur l'enseignement. Et, bien entendu, les brochures ou autres publications de l'IREM, ou du réseau des IREM.

Jean Souville, Directeur de l'IREM des Poitiers



Tribune libre, *égalitaire et fraternelle.*

Voici le courrier que nous avons reçu. Ne doutant pas de l'honnêteté intellectuelle de l'auteur de la lettre, nous publions avec plaisir la recension d'humeur et d'humour qu'il a jointe à son courrier.

Chers Collègues et Amis,

Belinda Fram-Heto, qui ne manque jamais de plaisanter, m'a rappelé l'autre jour la sentence : « Pour que l'école dure, amis, donnez ! ». Pierre Dac ou Francis Blanche, je ne sais plus, l'avaient méchamment brocardée : « Pour que les cols durs, ami-donnez ». Manque de sérieux des deux côtés !
Par contre, je viens de prendre connaissance de la recension du prof. Ila Ransor concernant un livre récemment paru. Je m'empresse de vous en faire part connaissant votre intérêt pour tout ce qui a trait à l'éducation.
Cordialement,

Serge Parpay, 3 mai 2008.

Médard Cause : « Pédagogie de rupture ».

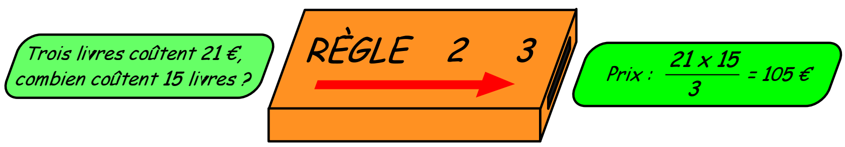
Pédagogues de base ou public non averti, voici un livre qui arrive à point pour justifier un retour vers les antiques « fondamentaux » conformément au souhait de notre ministre de l'Éducation. Médard Cause reprend avec bonheur ses clefs de la réussite à l'école. On nous a leurrés depuis 1968 ! Oui, il est grand temps de reprendre les recettes antérieures de notre vieille République, recettes que même le maréchal Pétain avait conservées malgré son peu de sympathie pour la Troisième. Oui, dans toutes les disciplines, particulièrement en français et en mathématiques, la pédagogie doit se « *rétro-renouveler dans une rupturance constructive* », lumineuse formule néologique de l'auteur. Et, scrogneugneu !, n'oublions pas la discipline tant méprisée depuis cette année fatidique.
En ce qui me concerne, je ne commenterai ici que la partie du livre consacrée aux mathématiques. En son temps, le ministre Allègre, et content de l'être, avait dit tout le mal qu'il en pensait. Regrettons qu'il ne soit pas rentré au gouvernement dans la deuxième fournée, où il semblait pourtant vouloir s'y distinguer à nouveau.
Donc, assez de mathématiques tordues et superflues. Finis les groupes suspects et, qui sait, terroristes, les anneaux inutiles puisque non olympiques, les corps commutatifs, quelle horreur !, les matrices hermitiennes car hermétiques, les homographies au nom fâcheux, sans parler des cercles osculateurs, des conoïdes, etc… ; chassés les logarithmes népériens (John Napier n'était même pas français !) qui permettaient aux potaches débraillés des plaisanteries du style : « *J'sais pas c'que c'est cette Hélène de Troie,* [ln(3)], *beurk !* », vulgarité déplacée à notre époque où la politesse et la présentation de nos élites sont un exemple pour la « France d'en bas » ; finie la trigonométrie et ses formules alambiquées, on laisse arc-cosinus fatigant au point qu' « *on fuirait en prenant la tangente et en fronçant les sinus* », comme dit ma compagne Léa Broutille ; finis tant d'autres abstraits sujets, ne concernant que des chercheurs qui coûtent cher à notre nation.
Mais Médard Cause n'est pas qu'un contempteur de cette dérive psycho-pseudo-pédagogique, il est un zélateur du renouveau. Son livre rappelle tout ce qui fit la gloire de nos ancêtres, bien qu'il ne remonte pas aux Gaulois, et qui va devenir l'enseignement de demain. Citons les multiples règles sur les fractions, les parties aliquotes, les problèmes de robinets, de croisement ou de rencontre de trains, l'extraction des racines carrées et même cubiques, les intérêts simples ou composés, la règle d'escompte et les placements (utile actuellement en cette grande période de la spéculation mondiale), la règle des moyennes, la règle d'alliage et la règle de fausse position… Il réserve, c'est bien le moins, et plus que nécessaire, une place de choix à la mythique règle de trois (simple ou composée) qui permet de résoudre de nombreux problèmes. Notre auteur, adepte du progrès, en profite pour recommander des outils et machines simples et efficaces pour favoriser l'exécution de tâches pratiques, papier millimétré ou non, crayon, gomme, règle, double-décimètre, compas et cite la fameuse « règle 2 3 », tel est son nom, décrite dans l'encart ci-dessous. On m'a dit qu'un ministre a buté, lors d'une émission de télévision, sur un problème semblable à celui donné dans cet encart : je ne peux le croire ; aussi, par délicatesse, je tairai son nom afin de ne pas contribuer à propager cette indigne rumeur.
Cet article peut paraître long et technique, mais il concerne un livre fondamental. Ce livre devrait être dans toutes les têtes, dans toutes les mains, dans toutes les bibliothèques, même universitaires. Bien qu'il ne vaille pas cher, regrettons qu'il ne soit pas remboursé par la Sécurité Sociale.

Prof. Ila Ransor, 22 mars 2008.

La machine « REGLE 2 3 »

Cette machine est un merveilleux petit outil pour résoudre aisément de délicats problèmes qui s'avèrent compliqués pour beaucoup de nos concitoyens, même les plus instruits. Vous écrivez l'énoncé sur un carton spécial. Vous introduisez ce carton sur la gauche de la machine. La machine traite le problème et renvoie la solution au dos du carton comme l'illustre le schéma ci-dessous.

Machine en vente dans les magasins spécialisés.



RU-BRI-COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous.
Frédéric de Ligt

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Des problèmes

73-1 *de Jean Christophe Laugier (Rochefort)* :
Exercice tiré du *recueil d'exercices de Mathématiques de Première de A.Combes (1967)*

Soit un triangle ABC équilatéral et M un point situé sur le petit arc $\overset{\frown}{AB}$ du cercle circonscrit au triangle ABC.
Montrer que MC = MA + MB.
N.B. Dans l'énoncé original, il y a évidemment une question préliminaire (cet exercice s'adresse à des élèves de Première !) que j'ai supprimée pour que cet énoncé soit plus excitant ou *sexy* comme dirait l'Inspecteur Moisan !

73-2 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :
ABC est un triangle non rectangle d'orthocentre H ; A', B' et C' sont les centres respectifs des cercles circonscrits aux triangles BCH, ACH et ABH. Montrer que ABC et A'B'C' ont la même aire.
Dans le prolongement de l'exercice précédent, Louis Rivoallan a observé, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, la particularité suivante :
Pour tout point M intérieur à un triangle ABC, en notant A', B' et C' les centres respectifs des cercles circonscrits aux triangles BCM, ACM et ABM, il semblerait que l'aire de ABC soit toujours inférieure ou égale à celle de A'B'C'. Cela reste à établir.

73-3 *de Jean Cordier (Mignaloux Beauvoir)* :
Sur un triangle quelconque ABC on place les points I sur (BC), J sur (AC) et K sur (AB) de telle sorte que IJK forme un triangle équilatéral dont les sommets se lisent dans le même sens que ceux du triangle initial.
Quel est l'ensemble des centres de gravité des triangles IJK ?
Soit *f* la fonction donnant l'aire du triangle IJK. Cette fonction admet-elle une valeur minimale ? Peut-on alors construire le triangle correspondant à la règle et au compas ?

Des solutions

N.d.l.r. La solution de Louis Rivoallan au problème 71-3, annoncée dans le précédent Corol'aire, est reportée au prochain numéro afin de la réunir avec les diverses contributions qui nous sont parvenues depuis sur ce difficile mais stimulant exercice proposé par Dominique Gaud.

68-4 *de Jacques Chayé* :

Soit a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle et soit $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$. Démontrer que $\frac{3}{2} \leq S \leq 2$.

Solution de Jean Christophe Laugier :
N.d.l.r. Jean Christophe Laugier revient sur cet exercice pour proposer une troisième solution.
Démontrons tout d'abord que $3/2 \leq S$.

On peut écrire : $S = \left(\frac{a+b+c}{b+c} - 1\right) + \left(\frac{a+b+c}{c+a} - 1\right) + \left(\frac{a+b+c}{a+b} - 1\right) = (a+b+c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) - 3.$

Puisque la fonction *x* Æ 1/*x* est strictement convexe sur]0 ; +•[, on a donc $\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) \geq 3\,\frac{1}{\frac{(b+c)+(c+a)+(a+b)}{3}}$.

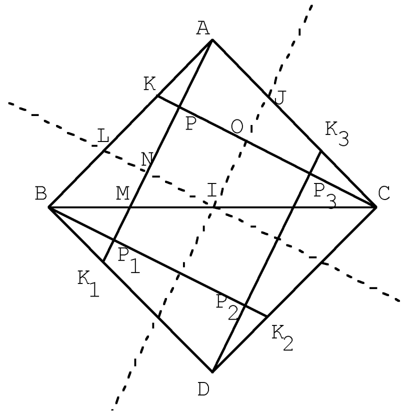
D'où S ≥ (a + b + c) x $\frac{9}{2(a+b+c)}$ - 3 soit S ≥ $\frac{3}{2}$ et l'égalité sera atteinte lorsque b + c = c + a = a + b c'est à dire a = b = c.

Montrons à présent que S ≤ 2. Puisque a, b, c représentent les côtés d'un triangle, on a : a ≤ b + c, b ≤ c + a, c ≤ a + b.
Effectuons le changement de variables défini par : a' = b + c – a ; b' = c + a – b ; c' = a + b – c.
Soit a = (b' + c') / 2 ; b = (c' + a') / 2 ; c = (a' + b') / 2 (a', b', c' ≥ 0).

Il vient S = $\frac{b'+c'}{b'+c'+2a'} + \frac{c'+a'}{c'+a'+2b'} + \frac{a'+b'}{a'+b'+2c'}$. Comme a', b', c' ≥ 0, on a donc S £ $\frac{b'+c'}{b'+c'+a'} + \frac{c'+a'}{c'+a'+b'} + \frac{a'+b'}{a'+b'+c'} = 2.$
Plus précisément, si a', b', c' > 0, alors S < 2. L'égalité S = 2 ne peut donc être atteinte que si l'un des nombres a', b', c' est nul. Supposons par exemple a' = 0 ; il vient S = 1 + $\frac{c'}{c'+2b'} + \frac{b'}{b'+2c'}$ et l'on voit aisément que S = 2 lorsque b' = 0 ou (exclusif) c' = 0. Donc S = 2 lorsque deux nombres exactement parmi a', b', c' sont nuls c'est à dire lorsque le triangle de côtés a, b, c est dégénéré avec deux sommets confondus.

69-2 *de Gilles Auriault* :
ABC est un triangle rectangle isocèle en A. K et J sont au tiers des longueurs des côtés respectifs [AB] et [AC] à partir de A. L est le milieu de [KB], I est le milieu de [BC] et M est le milieu de [BI]. Démontrer que INPO est un carré (autre question qui présente moins d'intérêt : calculer l'aire de INPO en fonction de celle de ABC).

Solution de Frédéric de Ligt :



On complète la figure en un carré ACDB de centre I. Soit r la rotation de centre I qui amène A en B, on note tout d'abord $K_1 = r(K)$, $K_2 = r(K_1)$ et $K_3 = r(K_2)$. On établit que M est bien l'intersection de $[AK_1]$ et de [BC] : $[BK_1]$ est parallèle à [AC], $BK_1 = AC/3$ et on a bien BM = MC/3. P est donc le point d'intersection de [CK] avec $[AK_1]$. On note maintenant P_1 celui de $[AK_1]$ avec $[BK_2]$, P_2 celui de $[BK_2]$ avec $[DK_3]$ et P_3 celui de $[DK_3]$ avec [CK], on a alors $P_1 = r(P)$, $P_2 = r(P_1)$ et $P_3 = r(P_2)$ et $PP_1P_2P_3$ est donc un carré de centre I. Dans le trapèze KPP_2B, L est le milieu de [KB] et I est le milieu de $[PP_2]$ donc les droites (LI) et (BP_2) sont parallèles. Dans le trapèze KBP_1P, L étant le milieu de [BK], la droite (LN) étant parallèle à la droite (BP_1) alors N est le milieu de $[PP_1]$. Par ailleurs $r^{-1}(L) = J$ d'où $r^{-1}(N) = O$ et donc O est le milieu de $[PP_3]$. INPO est finalement un carré qui représente 1/5 du carré ACDB.

71-1 *de Jacques Chayé* :
Soit ABC un triangle isocèle de base [BC] fixe. Le sommet A est variable sur une demi-médiatrice d de [BC]. La bissectrice de l'angle en B du triangle coupe [AC] en P. Le point M est le milieu du segment [BC].
1°) Montrer que, quand le point A tend vers le point M, le point P tend vers un point P_0 que l'on précisera.
2°) Quel est l'ensemble décrit par P quand A décrit d ?

Solution de Louis Rivoallan :

1) P étant le pied de la bissectrice issue de B, il est le barycentre du système {(A ; CB) ; (C ; BA). En passant aux limites, on a $\lim\limits_{A\to M} Bary\{(A;CB) ; (C;BA)\} = Bary\{(M;CB ; (C;BM)\}$. Puisque M est le milieu de [BC], on a $P_0 = Bary\{(M ; 2) ; (C ;1)\}$.

On en déduit que P_0 est au tiers de [BC] en partant de C.

Prenons un repère orthonormé $(M;\vec{i},\vec{j})$ tel que les coordonnées de B et C soient respectivement (-1 ; 0) et (1 ; 0), et soit 2θ la mesure de $(\overrightarrow{BM} ; \overrightarrow{BA})$, avec $0<2\theta<\frac{\pi}{2}$. Les coordonnées de A sont alors $(0 ; \tan 2\theta)$, et les équations des droites (AC) et (BP) sont respectivement $y = -\tan 2\theta(x-1)$ et $y = \tan\theta(x+1)$. Le point P a donc pour coordonnées les solutions du système formé par les deux équations précédentes. Si on pose $t = \tan\theta$, on obtient $x = \frac{1+t^2}{3-t^2}$ et $y = \frac{4t}{3-t^2}$ avec $t \in]0;1[$. On en déduit alors l'équation cartésienne de la courbe $y = \sqrt{(3x-1)(x+1)}$ avec $x \in]\frac{1}{3} ; 1[$ qui est une partie d'hyperbole.

71-2 *de Frédéric de Ligt* :

À partir d'un triangle ABO isocèle et rectangle en O, on construit d'une part un arc de cercle de centre O et d'extrémités A et B et d'autre part un demi-cercle de diamètre [AB]. Ces deux arcs de cercle délimitent alors une lunule. La médiatrice de [AB] coupe [AB] en I, l'arc de cercle en D et le demi-cercle en C. M est un point quelconque du demi-cercle. Le segment [OM] coupe l'arc de cercle en L. La droite perpendiculaire à [AB] passant par M coupe le segment [AB] en N. Il s'agit d'établir l'égalité des aires de la portion de lunule AML et du triangle ANO.

Solution de Serge Parpay :

Lunule et triangle

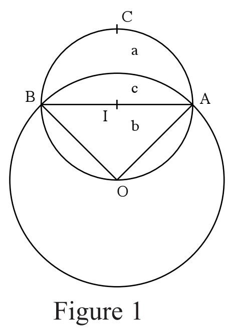


Figure 1

1) Soit le cercle (I) de centre I de diamètre [AB], le diamètre [OC] perpendiculaire à [AB], le cercle (O) de centre O de rayon [OA] (figure 1).

Soit les deux lunules a et c et le triangle b, d'aires respectives *a*, *c*, *b*.

On a : $a + c = \frac{1}{2}\pi IA^2$ et $b + c = \frac{1}{4}\pi OA^2 = \frac{1}{4}\pi\left(IA\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi IA^2$; en conséquence, on a $a = b$.

La lunule a et le triangle b ont même aire.
Remarque : cet exercice est classique.

2) On reprend les données de 1) pour la figure 2.

Soit M un point du cercle (I) tel que $\left(\overline{IA},\overline{IM}\right) = \theta,\ 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, N pied de la perpendiculaire abaissée de M sur [IA] et K inter-

section de (OM) avec (AB).
On détermine ainsi les domaines a et c d'aires respectives *a* et *c* et les triangles IKM, KON et NOA, d'aires respectives *d*, *e* et *b* *(pour la clarté de la figure le segment [NM] n'a pas été tracé).*

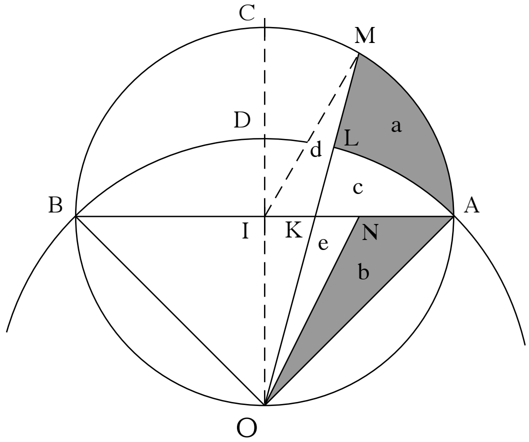


Figure 2

$\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM}\right)=\frac{\theta}{2}$, (angle inscrit pour le cercle (I) interceptant le même arc que l'angle au centre $\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IM}\right)$).

On a $a+d+c=\theta\cdot IA^2$ et $c+e+b=\frac{\theta}{2}OA^2=\frac{\theta}{2}\left(IA\sqrt{2}\right)^2$, d'où

$a+d+c=c+e+b$, soit $a+d = e+b$.

Le triangle IOM est isocèle, donc $\left(\overrightarrow{OK},\overrightarrow{OI}\right)=\left(\overrightarrow{MI},\overrightarrow{MK}\right)$, (MN) et (IO) sont parallèles, donc $\left(\overrightarrow{OK},\overrightarrow{OI}\right)=\left(\overrightarrow{MK},\overrightarrow{MN}\right)$ (angles alternes - internes).

$\left(\overrightarrow{MI},\overrightarrow{MK}\right)=\left(\overrightarrow{MK},\overrightarrow{MN}\right)$, (MK) est bissectrice de $\left(\overrightarrow{MI},\overrightarrow{MN}\right)$, H étant le pied de la perpendiculaire abaissée de K sur IM, on a KH = KN. (figure 3)

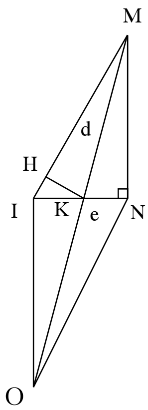


Figure 3

$d=\frac{1}{2}\cdot MI\cdot KH$ et $e=\frac{1}{2}\cdot NK\cdot IO$, donc $d = e$. Par suite $a = b$.

Remarque : l'égalité des aires d et e pourrait aussi être montrée en utilisant le fait que (MK) est bissectrice du triangle MIN ,et donc que IK/KN = MI/MN, soit $\frac{1}{2}\cdot IK\cdot MN=\frac{1}{2}\cdot KN\cdot IO$.

Les deux domaines a et b de la figure 1 ont même aire.

3) On reprend les données de 1) pour la figure 4.

Soit M un point du cercle (I) tel que $\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IM}\right)=\theta$, $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$, L et N sont définis comme dans 2).

On détermine les domaines a, b, a' et b' d'aires respectives *a, b, a'* et *b'*.
En utilisant le résultat obtenu en 2), le point B jouant de rôle du point A de la figure 2, on montre que *a' = b'*.
En utilisant le résultat obtenu en 1) , on a $a + a' = b + b'$, et par suite $a = b$.
Les deux domaines a et b de la figure 3 ont même aire .
Remarque : On pourrait directement raisonner sur la figure 2 comme sur la figure 1 à partir des mêmes domaines, mais avec l'égalité
$a + c - d = c + b - e$.
Si l'on voulait garder l'égalité a + c + d = c + b + e, il faudrait considérer les domaines orientés ; dans ces conditions une seule démonstration suffirait pour 2) et 3).

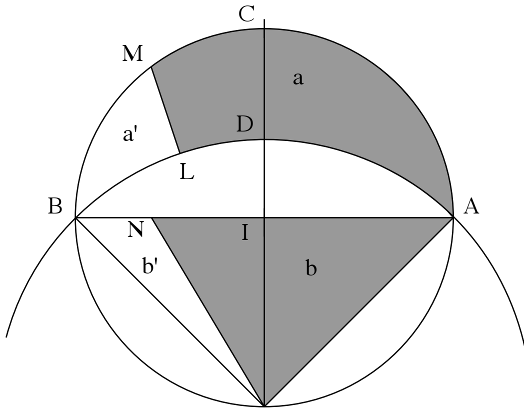


Figure 4

4) Dans le cas « médian », M est en C et L en D (fig.2 ou fig.3) ; on a, en reprenant les notations de la figure 3, $a = a' = b = b'$.
Les domaines ont même aire.

5) Conclusion : quelle que soit la position de M sur le demi-cercle, le domaine limité par l'arc $\overset{\frown}{AM}$, le segment [ML] et l'arc $\overset{\frown}{LA}$ a même aire que le triangle OAN.

Remarque *: cette aire est égale à* $\mathcal{A}=\frac{1}{2}\cdot IO\cdot AN$. *Elle est proportionnelle à AN.*

Soit a la mesure en radians de l'angle $\widehat{AOM}$, $0 \le a \le \pi/2$, la mesure de l'angle $\widehat{MIA}$ est 2α. En orientant la droite (BA) de B vers A, on a $NA = IA - IN = IA\left(1-\cos 2\alpha\right)=2IA\times\sin^2\alpha$, et donc, dans les deux cas de figures (fig.2 et fig.3), AN = 2 IA $\sin^2\alpha$.
Comme IO = IA, $\mathcal{A} = IA^2.\sin^2\alpha$.

Serge Parpay

Commentaire : cet exercice intéressant a été traité ci-dessus « à l'ancienne ». Notre collègue s'est aidé des figures géométriques (c'est le style « on voit que...»). Qui s'en plaindra ? Bien sûr, voilà — pour reprendre une formule qui fait florès — des mathématiques moins « sexy » que mon amie Léa Broutille, mais enfin !

Prof. Ila Ransor

DERNIER COROL'AIRE VERSION PAPIER - Voir page 2