Edito

PISA 2006

Les résultats de PISA 2006 (Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves) viennent de tomber début décembre. L'enquête lourde portait cette année sur les sciences, mais l'écrit et les mathématiques étaient aussi testés. Il faut bien le reconnaître, les scores en mathématiques des élèves français âgés de 15 ans sont bien médiocres et, qui plus est, en recul par rapport à ceux de PISA 2003. Faut-il incriminer les élèves, les professeurs, les méthodes d'apprentissage, les structures, les facteurs sociaux, le financement public, l'enquête elle-même ? Après avoir lu des avis de tous bords sur la question, je n'ai guère été plus avancé, tant la subjectivité et souvent aussi la mauvaise foi sont de rigueur quand il s'agit de parler de notre système éducatif. Je suis remonté à la source pour voir à quoi ressemblait ce fameux rapport de l'OCDE (disponible sur Internet à l'adresse www.pisa.oecd.org). Il est indéniable qu'une grande rigueur a été apportée à cette étude dans le choix des items et dans leur analyse. Pouvait-il d'ailleurs en être autrement pour continuer à faire participer les 30 pays de l'OCDE, auxquels sont venus s'ajouter 27 autres pays, représentant au total 90 % de l'économie mondiale ? On a dit parfois que le type de questions posées était plutôt dans l'esprit anglo-saxon, ce qui aurait déstabilisé les élèves français ; l'examen des quelques exemples présentés dans le rapport me paraît contredire cette opinion. Je crois qu'il ne faut pas se voiler la face. Les dernières conclusions du groupe EVAPM vont d'ailleurs dans le même sens. Il y a en moyenne une baisse des compétences de nos élèves en mathématiques et la part des élèves en difficulté dans notre pays a encore augmenté. Les causes en sont multiples mais le risque est grand de voir des groupes de pression s'emparer de l'une d'elles pour la monter en épingle et proposer à l'opinion des solutions radicales. Quelles qu'elles soient, leurs solutions seraient vouées à l'échec, faute d'avoir pris le problème dans sa globalité.

Et l'APMEP dans tout ça ?

Nous sommes une association de professeurs, nous ne sommes ni un syndicat ni un parti politique, pourtant la question des compétences des élèves est au cœur de notre métier, de notre engagement. Nous avons des propositions concrètes à avancer, à notre échelle bien sûr. Il serait peut-être temps que les décideurs nous écoutent un peu plus !

Mais cette mauvaise nouvelle ne m'empêchera pas de vous souhaiter, au nom de tout le Comité de la Régionale, une heureuse année 2008.

Frédéric de Ligt.

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie associative : La Rochelle 2008 et Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 2
Assemblée Générale et conférence	p. 3
Achat de brochures APMEP	p. 4
Corol'aire par courrier électronique	p. 4
L'enseignement des maths dans la presse	p. 5
Future évaluation EVAPM	p. 5
Rubricol'age	p. 6 à 8

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

APMEP

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

n°71

Décembre 2007

Dispensé de timbrage

Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

PRESSE
DISTRIBUÉ PAR
LA POSTE

DÉPOSÉ LE 21-12-07

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1,5 € .
Abonnement 1 an (4 numéros) : 5 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric de LIGT
Comité de rédaction …	S. PARPAY, F. de LIGT, J. FROMENTIN,
Imprimerie ……..	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur ……..	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social ……..	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. ……..	n° 0508G88007
Dépôt légal ……..	Décembre 2007

Journées 2008 La Rochelle

L'équipe conférences-ateliers, constituée, autour de Jean-Paul Guichard, principalement de collègues formateurs à l'IREM et à l'IUFM, a établi un partenariat avec le laboratoire de mathématiques de l'université de La Rochelle. Elle joue le rôle de « Comité scientifique » garant de la qualité du contenu du colloque autour du thème « Mathématiques en construction ». Elle a contacté une dizaine de conférenciers, nationaux ou locaux, enseignants, chercheurs ou ingénieurs, qui interviendront lors des Journées.
L'appel à ateliers a été lancé dans le BGV de décembre et sur le site national de l'APMEP. Nous invitons vivement les collègues de l'académie de Poitiers à proposer des ateliers. Vous avez envie de communiquer à d'autres une expérience, une recherche, une initiative pédagogique : les Journées Nationales sont une occasion exceptionnelle ! Faites la proposition le plus tôt possible (et au plus tard le 1er mars 2008) par courriel à atelierslr2008@orange.fr ou par courrier à Nathalie Chevalarias, 2 allée Jacques Morisset, 86130 SAINT GEORGES LES BAILLARGEAUX.
Vous devez indiquer clairement vos nom, prénom, adresse postale, numéro de téléphone et adresse électronique (indispensable). Donnez un titre à votre atelier et un résumé de présentation (3-4 lignes) et indiquez :
- le type d'activité proposée (atelier, exposé ou compte-rendu d'expérience),
- le niveau visé : 1er degré, collège, lycée, université, tout public,
- le nombre maximum de participants,
- si vous avez besoin d'une salle spécialisée (réseau, informatique),
- si vous avez besoin de matériel spécifique (rétro-projecteur, vidéo-projecteur, …). Nous remercions par avance ceux qui amèneront leur propre matériel, les demandes « informatiques » étant de plus en plus nombreuses.

Nous avons obtenu l'accord de l'IUFM, du rectorat et des IPR pour que les Journées Nationales de La Rochelle soient inscrites au Plan Académique de Formation 2008-2009, ce qui permet de diffuser l'information et de solliciter éventuellement des autorisations d'absence.

Par ailleurs les contacts ont été pris à Besançon avec les exposants, et nous nous préoccupons de l'installation des stands (lieux, matériel), ainsi que d'expositions en rapport avec notre thème.

Le Pôle sciences de l'université de La Rochelle est notre premier partenaire, tant pour les locaux que pour le contenu scientifique des Journées. Mais nous travaillons aussi avec la Ville de La Rochelle (transports, fléchage …) et avec l'Espace Encan. La recherche de financement ou d'aide matérielle nous a conduits à solliciter les collectivités locales (Région Poitou-Charentes, Département de Charente-Maritime, Ville de La Rochelle, CDA), les institutions de l'Éducation Nationale (rectorat, IUFM, IPR, IREM, CRDP-CDDP), ainsi que des sponsors (MAIF, MGEN, Texas Instruments…).

Quant aux questions d'hébergement, de restauration, de loisirs, elles nous ont conduits vers d'autres partenaires : CROUS, Office du tourisme, Résidence La Fayette…

Tout ce travail demande des bras ! N'hésitez pas à proposer votre aide, surtout si vous êtes sur La Rochelle ou la Charente-Maritime : louis-marie.bonneval@libertysurf.fr ou fielbard.francoise@wanadoo.fr

Louis-Marie BONNEVAL

Rallye Mathématique Poitou-Charentes — 4 mars 2008

Vous avez dû recevoir le dossier d'inscription au rallye début décembre. Nous espérons que vous serez nombreux à inscrire vos classes pour que le 4 mars prochain soit la fête des mathématiques dans l'académie.
Certains collègues ont regretté que les inscriptions ne puissent pas se faire par Internet. Nous y avions en effet pensé ; nous tâcherons de concrétiser pour l'édition 2009. Vous pouvez envoyer cependant un courriel à l'adresse électronique de la Régionale (apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr) en précisant les noms des classes, le nombre d'élèves et les nom et prénom du professeur de chaque classe. Votre inscription sera prise en compte, même si elle nous parvient au retour des vacances de Noël.
Les épreuves d'entraînement et les solutions des cinq niveaux sont sur le site de la Régionale. Vous pouvez donc consulter celles des niveaux que vous n'avez pas reçus. Que les élèves fassent les activités et les recherches sur le nombre PI d'ici le 4 mars et qu'ils gardent les documents recueillis pour l'épreuve finale.
N'hésitez pas à nous faire part de vos remarques par courrier ou courriel.

L'équipe organisatrice du Rallye.

Assemblée Générale de la Régionale APMEP Poitou-Charentes - 2 décembre 2007

Rapport d'activité 2007

1) Adhérents
La régionale compte 227 adhérents. Le jeudi 22 novembre à Poitiers une information a été faite aux PLC2, avec distribution de la plaquette "Visages de l'APMEP" 2007-2008.

2) Conférences
« Ecrire et calculer dans les écoles scribes de la Mésopotamie » (C.Proust) à l'EMF le 23 janvier 2007
« Enseigner les maths avec les TIC : des promesses aux réalités » (G.Kuntz) à La Rochelle le 30 mai 2007
« Autour de l'arbre de Stern-Brocot » (M-E. Modolo et C. Quitté) au Futuroscope le 5 décembre 2007

3) Rallye mathématique Poitou-Charentes
Voir article page 2.

4) Corol'aire
Une proposition a été faite de recevoir sa version électronique en couleur afin de diminuer les frais d'impression et d'envoi.
Voir encadré page 4.

5) Site régional : http://irem.campus.univ-poitiers.fr/apmep/
Les principales infos régionales sont aussi dans le BGV et sur le site de l'APMEP nationale.

6) Lien avec le National
Frédéric de Ligt et Sébastien Peyrot représentent la Régionale au Comité National.
De plus, plusieurs membres du Comité Régional participent à des commissions nationales : Premier Cycle, Jeux, BGV, Bulletin, rubrique "De ci de là" du BV.
27 personnes de la Régionale ont participé aux Journées de Besançon (28-31 octobre 2007). Trois ateliers étaient animés par des membres de notre Régionale.

7) Forum de discussion
Voir encadré en bas de la page 8

8) Expocube
L'exposition a été présentée dans le cadre d'une liaison cm2-sixième au collège de Montlieu La Garde en juin 2007. Elle a été trop peu empruntée cette année.

9) Partenariats
Avec l'IREM la collaboration est toujours étroite.
Avec les IPR les relations sont cordiales : ainsi nos annonces sont diffusées sur le site académique et sur la liste de diffusion des profs de mathématiques.
Avec le lycée Henri IV une convention a été signée avec la Régionale afin de recenser son fond de livres scientifiques anciens. Une mise à disposition gratuite auprès des adhérents de l'APMEP sera possible après le recensement.

10) Journées nationales 2008
Louis-Marie Bonneval a fait un compte rendu de l'état d'avancement des préparatifs dans ce Corol'aire auquel je renvoie (voir page 2).

Perspectives pour 2008
En plus du **rallye** et des **Journées Nationales** à La Rochelle, signalons :

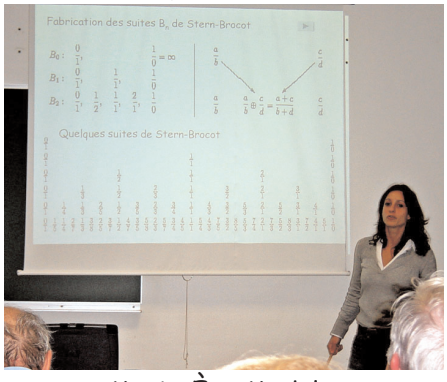
Les conférences
« Les mathématiques du chat » (Daniel Justens) au LP2I (Futuroscope) le mercredi 12 mars.
« La croyance est-elle un bon calcul ? » (Daniel Justens) à l'Espace Mendès France (poitiers) le mardi 11 mars à 20 h 30.

L'Expocube
Des animations pédagogiques dans les écoles primaires du secteur de Jonzac sont prévues. Elle est réservée pour le mois de juin à Niort. L'exposition sera présente aux Journées Nationales.

Frédéric De Ligt

Autour de l'arbre de Stern-Brocot

Tel était le titre énigmatique de la conférence que nous ont proposée Claude Quitté et Marie-Ève Modolo à la suite de l'Assemblée Générale du 5 décembre.
Cet objet peu connu est dû pourtant à deux mathématiciens du 19ème siècle : l'Allemand Moritz Stern et le Français Achille Brocot.



Marie-Ève Modolo

Il s'agit de placer l'ensemble des rationnels positifs sur un arbre binaire, ce qui permet de coder chacun d'entre eux en décrivant le chemin qui y conduit par une suite finie de symboles G et D (gauche et droite).
L'idée de départ consiste à utiliser « l'addition des cancres » : $\frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$. Jonglant avec les outils de l'algèbre (monoïdes, matrices, homographies, conjugaison…) et de l'algorithmique, Claude Quitté et Marie-Ève Modolo nous en ont fait une présentation élégante, établissant notamment le lien avec les fractions continues.
L'exposé était d'autant plus limpide qu'il était illustré d'un diaporama fort pédagogique.
Merci aux conférenciers pour ce moment de jubilation mathématique !

Claude Quitté

Louis-Marie BONNEVAL

Achat de brochures APMEP

Chaque année, les Régionales APMEP sont dotées par l'APMEP Nationale d'un quota de brochures en fonction du nombre de leurs adhérents, à charge pour elles de les vendre au niveau régional, ce qui leur apporte une rentrée d'argent qui aide au développement de leurs activités. C'est bien sûr le cas de notre Régionale. Ainsi, au lieu de commander les brochures au secrétariat national, vous pouvez vous les procurer aux mêmes conditions (prix adhérents et frais de port) auprès de l'IREM de Poitiers où sa secrétaire, Marie-Claude Linard, assure aussi le service des commandes de brochures de l'APMEP ; nous l'en remercions vivement. Ce service concerne aussi bien les brochures éditées par l'APMEP que les ouvrages diffusés par l'APMEP (Vuibert, Ellipse, ACL, P.O.L.E.,…). Référez-vous à la plaquette « Visages 2007-2008 de l'APMEP » que vous avez reçue en septembre dernier pour consulter les brochures disponibles, leurs prix public et prix adhérent, et les frais de port. Vous envoyez votre commande (noms et numéros des brochures) accompagnée d'un chèque du montant correspondant à l'ordre de APMEP Poitou-Charentes, à :
APMEP, IREM-Faculté des Sciences,
40 avenue du Recteur Pineau, 86022 Poitiers Cedex.
Les établissements peuvent envoyer un bon de commande (attention, pour eux il s'agit du prix public), la facture leur sera adressée avec la livraison.

Parmi les dernières brochures proposées, signalons la re-édition par Vuibert de la brochure APMEP « JEUX 2 » sous le nom, « Comment faire du calcul un jeu d'enfant » qui propose, sous forme de jeux, des activités faciles à mettre en œuvre pour développer le calcul mental automatisé et réfléchi à l'école primaire et au collège, conformément aux incitations des programmes de mathématiques de ces niveaux. Les brochures « Évariste », tomes 1 et 2, pour le collège et secondes de lycée, et la brochure « Évariste-École » proposent de nombreux problèmes de rallyes avec les réponses et des aides à leur résolution. Enfin, les trois brochures « JEUX » (5, 6 et 7) proposent au format A4, feuillets non reliés pour faciliter les photocopies, des activités numériques, géométriques et logiques à partir de jeux pour les niveaux école, collège et seconde de lycée. La brochure « JEUX 8 » en préparation paraîtra très certainement à l'occasion des Journées Nationales de l'APMEP à La Rochelle en octobre 2008.

J. F.

COROL'AIRE par courrier électronique

Dans le Corol'aire n° 69 de juin dernier, nous vous invitions à recevoir votre journal par courrier électronique. Vous êtes près de 80 sur 300 à avoir répondu à notre invitation. Certains ont insisté pour continuer à le recevoir par La Poste (pas de facilité Internet ou amoureux de fanzines), d'autres nous ont fait part de leur satisfaction de le recevoir par courriel en signalant l'avantage des liens Internet actifs ou celui de la couleur « *C'est super beau en couleur. Il faut faire une grosse pub pour Internet* ».
Compte tenu des coûts pour notre Régionale, nous ne pouvons que vous encourager, si vous le voulez et le pouvez, à nous envoyer votre acceptation par La Poste ou par courriel en suivant les consignes de l'encadré ci-dessous. La version électronique est envoyée au format PDF, compactée, et ne dépasse pas les 5 Mo.
Merci pour votre compréhension.

Frédéric De Ligt

Réception de COROL'AIRE par courrier électronique

Nom : ..... Prénom : .....
Adresse postale : .....
.....
.....
accepte de recevoir Corol'aire par courrier électronique à l'adresse suivante* : .....

* Écrivez votre adresse très lisiblement.
À envoyer à : APMEP, Corol'aire
IREM - Faculté des Sciences, 40 Avenue de Recteur Pineau,
86022 Poitiers Cedex

Vous pouvez aussi adresser un Mél à :
apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
à partir de l'adresse à laquelle vous souhaitez recevoir Corol'aire, en précisant tout de même vos nom, prénom et adresse postale pour que nous puissions mettre à jour correctement le fichier des adhérents.

L'enseignement des maths

dans la presse nationale et locale

Le 5 décembre, Le Monde titrait en Une : « *Recul des élèves français dans un test international* ». L'article précisait : *L'enquête PISA (Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves), menée par l'OCDE en 2006 et rendue publique mardi 4 décembre, confirme le classement médiocre de la France, déjà pointée du doigt par l'organisation internationale dans ses précédentes études de 2000 et de 2003. L'OCDE, qui teste près de 400 000 élèves de 15 ans scolarisés dans 57 pays, a choisi de se concentrer cette fois sur les sciences. Alors que les élèves finlandais caracolent une nouvelle fois en tête du classement, les Français plafonnent légèrement en dessous de la moyenne. En 2003, la France était à la 10ème place pour les sciences, il est vrai avec des tests un peu différents. Elle recule cette année au 19ème rang parmi les trente pays de l'OCDE. Ce décrochage se confirme aussi dans les deux autres domaines étudiés depuis 2000, la compréhension de l'écrit (lecture) et les mathématiques.*

Cet article était accompagné d'un commentaire de Jean-Pierre Bourguignon, que vous pouvez lire dans son intégralité sur le site national de l'APMEP http://www.apmep.asso.fr/. Il expliquait notamment que l'enquête masque des disparités importantes. Il évoquait la diminution des horaires d'enseignement des sciences, mais aussi la désaffection des étudiants pour les études scientifiques.

"*Les sciences délaissées*" : c'était le titre d'un article de Centre-Presse du 26 octobre. Le journal rappelait diverses initiatives prises pour enrayer ce processus : *Action plus*, *Faites de la science* … Caroline Ducos, interviewée par le journal, signalait le projet d'option sciences en Seconde préconisé par l'APMEP et qui pourrait voir le jour dans notre académie à la rentrée prochaine.

Quant à la Nouvelle République, elle rendait compte (voir ci-contre) le 6 décembre de notre Assemblée Générale de la veille, en ces termes : « *Les profs se réunissent pour rendre les maths sexy* ».
Cette expression du doyen Jacques Moisan lors des Journées Nationale de l'APMEP à Besançon, qui semble beaucoup plaire aux journalistes, traduit la même préoccupation : comment redonner à une majorité de jeunes le goût des mathématiques ?

Notons pour la petite histoire une coquille savoureuse (surlignée dans le texte ci-contre) ! Les anciens y verront une certaine continuité avec les Journées de 1993 au Futuroscope…

Louis-Marie BONNEVAL

Les profs se réunissent pour rendre les maths " sexy "

Elle existe depuis les années soixante. L'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement publique, régionale Poitou-Charentes, composée dans sa grande majorité d'enseignants du secondaire et, à la marge, de quelques professeurs des universités et maîtres de conférence, a pour vocation de permettre aux adhérents *« de se rencontrer, de mutualiser leurs pratiques pédagogiques »*, explique son président, Frédéric de Ligt. En clair, de rendre les maths " sexy ".

Le pari est osé. Il vient en fait de *« M. Moisan, doyen de l'inspection générale de mathématiques, à l'occasion de l'ouverture des journées nationales de Besançon »*, a indiqué Frédéric de Ligt.

Réunis, hier après-midi, en assemblée générale à la faculté des sciences, SP2MI, sur le site du Futuroscope, les professeurs de mathématiques ont fait le bilan d'activité de l'exercice passé. Et parlé des perspectives 2008.

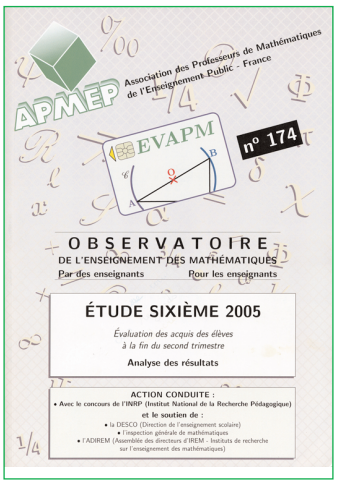
Un élément fort va occuper les responsables de la Régionale Poitou-Charentes avec l'organisation du colloque national " Mathémathiques en construction " qui se déroulera les 25, 26, 27 octobre à La Rochelle. Il y aura également, cette même année, (le 4 mars) le traditionnel rallye de mathématique Poitou-Charentes qui s'adresse aux élèves de la 6e à la seconde. Il n'y a rien à gagner sauf le plaisir de chercher.

Hier, au programme de l'assemblée générale, il y avait, pour rendre " sexy " les maths une conférence autour de l'arbre de Stern-Brocot, une méthode pour étudier, classer les fractions que l'on applique à des problèmes de codage, notamment pour les codes secrets bancaires. Marie-Eve Modolo et Claude Quitté, du laboratoire de mathématiques de l'université de Poitiers, UMR 6086 du CNRS ont animé cette conférence.

Une nouvelle évaluation EVAPM en 6ème et 5ème

EVAPM 2008, c'est un double projet : une étude conjointe Sixième et Cinquième, et, comme les années précédentes, un double objectif.
Le **volet Sixième** 2008 aura pour but de mesurer « l'impact » des nouveaux programmes (soyons modestes, ils ne sont pas si nouveaux que ça, mais néanmoins quelques inflexions à observer) à travers une seule épreuve papier. Le deuxième objectif sera de compléter l'évaluation de 2005 en proposant une épreuve autour du calcul mental et de la gestion mentale des informations en mathématiques, (épreuve non proposée en 2005 par manque de main œuvre et de temps).
Le **volet Cinquième** aura pour but de repérer stabilisation ou progrès par rapport à certaines connaissances de la classe de sixième aussi bien dans l'épreuve papier que dans l'épreuve « calcul mental » et de prendre des informations sur quelques connaissances de la classe de cinquième. L'idée de l'équipe est de jeter les premières bases d'une évaluation de certaines compétences sur l'ensemble des cycles du collège.

EVAPM 2008 sera aussi un site pour s'inscrire, interroger les membres de l'équipe en cas de besoin, avoir un retour très rapide des premières statistiques et être associé, pour ceux qui le voudront, à l'écriture de certains articles.
Voulant alléger au maximum le travail de chacun sur le terrain, EVAPM 2008 proposera différents supports (papier, tout Internet, vidéo, rétro projections...) en fonction des souhaits de chacun. Les épreuves en ligne seront seulement en test et restreintes cette année.



Informations pratiques :

La passation des épreuves aura lieu la semaine précédant les vacances de Printemps.
En plus du site de l'APMEP, le BGV permettra de diffuser dès le mois de mai les premiers résultats et impressions.
Chaque participant recevra la brochure complète des résultats et analyses.
Deux tarifs d'inscription seront proposés ; ils sont encore à l'étude.

Inutile de vous dire combien l'implication de chacun est primordiale dans une telle opération qui témoigne de la force et de la vitalité de notre Association. Nous vous invitons donc vivement à y participer et à faire participer vos collègues.

Jean Fromentin

RU-BRI-COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur... Cette rubrique est à vous. *Frédéric de Ligt*

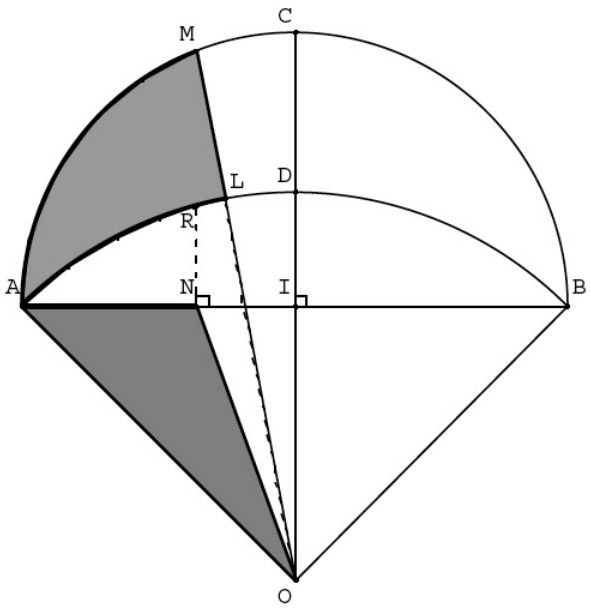
Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Des problèmes

71-1 *de Jacques Chayé (Poitiers)* :
Soit ABC un triangle isocèle de base [BC] fixe. Le sommet A est variable sur une demi-médiatrice d de [BC]. La bissectrice de l'angle en B du triangle coupe [AC] en P.
1°) Montrer que, quand le point A tend vers le point M, le point P tend vers un point P_0 que l'on précisera.
2°) Quel est l'ensemble décrit par P quand A décrit d ?
Extrait de « ANALYSE » de J.Stewart, aux éditions De Boeck.

71-2 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Dans un livre récent, *La quadrature du cercle*, paru en 2006 aux éditions Fayard, Marie Jacob présente une étonnante quadrature d'une portion de la première lunule d'Hippocrate de Chio qui a la particularité d'être dynamique.
Cette propriété, découverte par un mathématicien nommé Tschirnhaus, fut publié pour la première fois dans *Acta Eruditorum* en 1687. Je cite Marie Jacob : « *Malheureusement, nous n'avons pas retrouvé la démonstration de l'auteur lui-même* ». Elle précise que l'on sait seulement que Tschirnhaus a donné une démonstration à l'aide de découpage et de comparaison d'aires de la géométrie classique. Parviendrez-vous à retrouver une preuve élémentaire de ce beau résultat ?



À partir d'un triangle ABO isocèle et rectangle en O, on construit d'une part un arc de cercle de centre O et d'extrémités A et B et d'autre part un demi-cercle de diamètre [AB]. Ces deux arcs de cercle délimitent alors une lunule. La médiatrice de [AB] coupe [AB] en I, l'arc de cercle en D et le demi-cercle en C. M est un point quelconque du demi-cercle. Le segment [OM] coupe l'arc de cercle en L. La droite perpendiculaire à [AB] passant par M coupe l'arc de cercle en R et le segment [AB] en N. Il s'agit d'établir l'égalité des aires de la portion de lunule AML (zone grisée sur la figure) et du triangle ANO (seconde zone grisée).

71-3 *de Dominique Gaud (Migné-Auxances)* :
Un triangle ABC étant donné, est-il possible de construire un point L sur le côté [BC] de telle sorte que les cercles inscrits dans les triangles ABL et ACL aient le même rayon ?

Remarque. Ce joli problème, inspiré par les tracés figurant sur les ex-voto japonais, m'a suggéré un prolongement. Il semblerait, du moins est-ce ce qui apparaît lors de la manipulation d'un logiciel de géométrie dynamique, qu'en plaçant au mieux le point L sur le côté [BC], et semblablement les points M et N sur les côtés [AC] et [AB], les droites (AL), (BM) et (CN) soient concourantes. Ceci reste à prouver bien sûr. FdL.

71-4 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :

Montrer que pour tout entier naturel non nul *r* et pour tout *r*-uplet $(a_1, \ldots, a_r)$ de réels on a l'inégalité :

$$\sum_{m=1}^{r} \sum_{n=1}^{r} \frac{a_m a_n}{m+n} \geq 0$$

Des solutions

68-1 *de Jean-Christophe Laugier* :

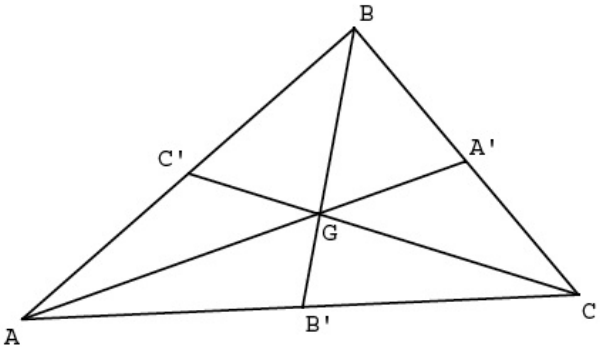
Problème posé par Jacques Hadamard en 1885 dans le Journal de Mathématiques Elémentaires.

Soit ABC un triangle d'angles $\hat{A}$, $\hat{B}$ et $\hat{C}$; notons G le centre de gravité, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Les angles entre les médianes sont donnés par les formules :

$$3\ \text{cotan}\widehat{B'GC'} = \text{cotan}\hat{A} - 2\ \text{cotan}\hat{B} - 2\ \text{cotan}\hat{C}$$

$$3\ \text{cotan}\widehat{A'GC'} = \text{cotan}\hat{B} - 2\ \text{cotan}\hat{C} - 2\ \text{cotan}\hat{A}$$

$$3\ \text{cotan}\widehat{A'GB'} = \text{cotan}\hat{C} - 2\ \text{cotan}\hat{A} - 2\ \text{cotan}\hat{B}$$



***Solution de FdL* :**

On note a = BC, b = AC et c = AB. La relation d'Al Kashi donne $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$. L'aire S du triangle peut s'exprimer sous la forme $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ d'où $\text{cotan}\hat{A} = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S}$, de même on a $\text{cotan}\hat{B} = \frac{a^2+c^2-b^2}{4S}$ et $\text{cotan}\hat{C} = \frac{a^2+b^2-c^2}{4S}$.

On en tire : $\text{cotan}\hat{A} - 2\text{cotan}\hat{B} - 2\text{cotan}\hat{C} = \frac{b^2+c^2-5a^2}{4S}$.

Dans le triangle C'GB' on a de façon semblable : $3\text{cotan}\widehat{B'GC'} = 3\frac{GC'^2+GB'^2-C'B'^2}{4S'}$ où S' désigne l'aire du triangle C'GB'.

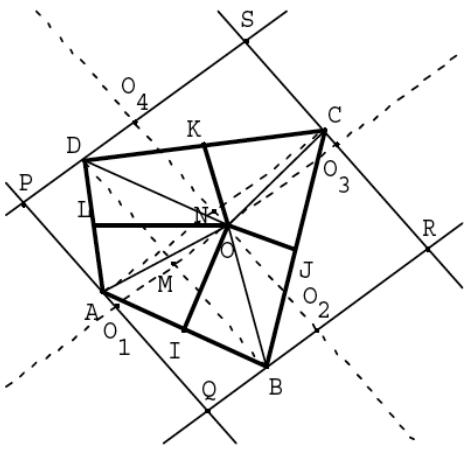
Comme les trois médianes d'un triangle partagent celui-ci en six triangles d'aires égales, l'aire du quadrilatère AC'GB' vaut le tiers de S. Par ailleurs l'aire du triangle AC'B' vaut le quart de S, d'où S' = S/3 – S/4 = S/12. On a maintenant $3\text{cotan}\widehat{B'GC'} = 36\frac{GC'^2+GB'^2-C'B'^2}{4S}$. Il faut donc montrer qu'on a l'égalité : $b^2 + c^2 - 5a^2 = 36\left(GC'^2+GB'^2-C'B'^2\right)$. On utilise pour cela l'expression qui permet d'obtenir la longueur d'une médiane dans un triangle en fonction des longueurs des côtés. On a $BB'^2 = \frac{2c^2+2a^2-b^2}{4}$ et $CC'^2 = \frac{2b^2+2a^2-c^2}{4}$. Mais on a GB' = BB'/3 , GC' = CC'/3 et C'B' = a/2 d'où les expressions de GB', GC' et C'B' en fonction de a, b et c. En introduisant ces dernières dans $36\left(GC'^2+GB'^2-C'B'^2\right)$ on parvient à l'égalité voulue. On démontre de même les deux autres égalités par un simple jeu sur les lettres.

68-3 *de Gilles Auriault* :

ABCD est un quadrilatère convexe. Le problème consiste à partager ce quadrilatère en quatre quadrilatères de même aire qui ont pour sommet commun le point O. O est l'intersection de deux droites dont chacune est parallèle à une diagonale du quadrilatère ABCD et passe par le milieu de l'autre.

***Solution de FdL* :**

Soit ABCD un quadrilatère convexe. Notons M le milieu de la diagonale [BD] et N le milieu de la diagonale [AC]. Formons le parallélogramme PQRS en traçant les parallèles aux diagonales du quadrilatère passant par ses sommets. Le point O est maintenant le centre du parallélogramme PQRS. Les parallèles qui ont servi à la construction du point O partagent le parallélogramme PQRS en quatre parallélogrammes superposables PO_1OO_4, SO_4OO_3, RO_3OO_2 et QO_2OO_1. L'aire du quadrilatère ADOB vaut la moitié de l'aire du parallélogramme PO_4O_2Q or ce parallélogramme à la même aire que celle du quadrilatère ABCD (le parallélogramme PQRS ayant une aire double de celle du quadrilatère ABCD), donc l'aire du quadrilatère BCDO vaut aussi la moitié de celle du quadrilatère ABCD. La médiane [OI] partage le triangle AOB en deux triangles d'aires égales, de même la médiane [ON] partage le triangle AOD en deux triangles d'aires égales. L'aire du quadrilatère OLAI vaut donc la moitié de celle du quadrilatère ODAB et finalement le quart de l'aire du quadrilatère initial ABCD. On raisonne de même pour les quadrilatères OLDK, OKCJ et OJBI où K est le milieu de [DC] et J le milieu de [BC].



69-3 *de Frédéric de Ligt* :
Quelle(s) valeur(s) faut-il donner aux réels p et q pour que le graphe de la fonction f, définie sur [-1 ; 1] par $f(x)= x^2 + px + q$, s'écarte le moins possible de l'axe des abscisses ?

***Solution de FdL* :**
Notons e(p, q) la valeur maximum de |f(x)| sur l'intervalle [-1 ; 1].
Remarquons tout d'abord que $f(1) = 1 + p + q$ et $f(-1) = 1 – p + q$. La dérivée de f s'annule en $x = -p/2$. Deux cas sont à considérer selon que $|-p/2|$ est plus grand ou plus petit que 1.
Si $|-p/2| \geq 1$, f est monotone sur [-1 ; 1]. Pour p fixé e(p, q) est minimum quand $f(1) = -f(-1)$ c'est-à-dire quand $1 + p + q = -(1 – p + q)$ et donc pour $q = -1$. On a alors $f(1) = p$ et f(-1) = $-p$ et e(p, -1) =|p|.
Comme on a ici $|p| \geq 2$, e(p, -1) ≥ e(2, -1) = e(-2, -1) = 2.

Il y a deux fonctions possibles présentant cette déviation minimum: $x \mapsto x^2 + 2x - 1$; $x \mapsto x^2 - 2x - 1$.

Si maintenant $|-p/2| < 1$, c'est-à-dire si $|p| < 2$, f est strictement décroissante sur l'intervalle [-1 ; $-p/2$] et strictement croissante sur l'intervalle [$-p/2$; 1]. On a $f(-p/2) = -p^2/4 + q$. Deux cas sont à distinguer :

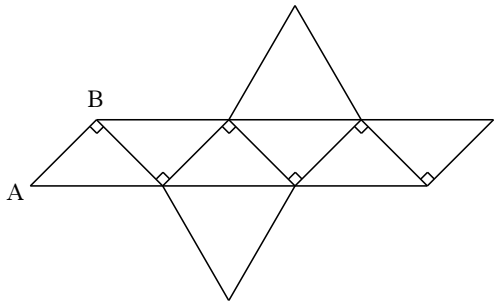
Si $–2 < p \leq 0$, on a $f(-1) \geq f(1)$. Pour p fixé dans cet intervalle, e(p, q) est minimum quand $f(-1) = -f(-p/2)$. Cette dernière égalité se traduit par $1 – p + q = p^2/4 – q$ ou encore $q = (1/2)(p/2 + 1)^2 – 1$.
e(p, $(1/2)(p/2 + 1)^2 – 1$) = $|(1/2)(p/2 + 1)^2 – p|$ = $(1/2)(p/2 – 1)^2$. Comme $(1/2)(p/2 – 1)^2$ prend sa valeur minimum en $p = 0$ quand p prend ses valeurs dans l'intervalle]-2 ; 0] et qu'alors q vaut -1/2 on a finalement e(p, $(1/2)(p/2 + 1)^2 – 1$) ≥ e(0, -1/2) = 1/2.

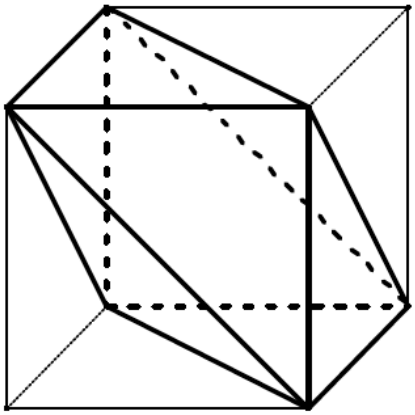
Si $0 \leq p < 2$, on a $f(1) \geq f(-1)$. Pour p fixé dans cet intervalle, e(p, q) est minimum quand $f(1) = -f(-p/2)$. Cette dernière égalité se traduit par $1 + p + q = p^2/4 – q$ ou encore $q = (1/2)(p/2 - 1)^2 – 1$.
e(p, $(1/2)(p/2 - 1)^2 – 1$) = $|(1/2)(p/2 - 1)^2 + p|$ = $(1/2)(p/2 + 1)^2$. Comme $(1/2)(p/2 + 1)^2$ prend sa valeur minimum en $p = 0$ quand p prend ses valeurs dans l'intervalle [0 ; 2[et qu'alors q vaut -1/2 on a finalement e(p, $(1/2)(p/2 - 1)^2 – 1$) ≥ e(0, -1/2) = 1/2.
Dans les deux derniers cas considérés, la fonction dont le graphe s'écarte le moins possible de l'axe des abscisses est la même à savoir : $x \mapsto x^2 - 1/2$.
Comme on a e(2, -1) = e(-2, -1) = 2 > e(0, -1/2) = 1/2, la solution au problème posé est finalement $p = 0$ et $q = -1/2$.

70-1 *de Jean-Paul Guichard* :

Pour lancer sa nouvelle marque de jus d'orange, un fabriquant souhaite utiliser une nouvelle forme d'emballage dont voici ci-dessous un patron.
Quelle doit être au mm près la longueur AB pour que le volume de ce nouveau conditionnement soit d'un demi-litre ?

***Solution de FdL* :**





Le solide peut être considéré comme un cube dont on a ôté deux coins en forme de tétraèdre comme illustré ci-dessous :
Si on note a la longueur AB, a est aussi la longueur de l'arête du cube. Le volume du solide se calcule donc de la façon suivante : $a^3 - 2\frac{a^3}{6} = \frac{2a^3}{3}$. Pour un volume de 0,5 L, on trouve $a \approx \mathbf{9,1}$ cm arrondi au mm le plus proche.

Forum

Pour entrer dans le forum de discussion réservé aux adhérents, rendez-vous sur le site de la Régionale et cliquez sur « Forum échange services ». Vous vous inscrivez et un identifiant vous est attribué. Vous voulez lancer un débat, répondre au texte d'un collègue, poser une question pratique, proposer ou demander un service ? Rien de plus facile avec cet espace d'échanges très simple à utiliser. Venez nombreux le faire vivre !