Edito

L'option sciences en Poitou-Charentes ?

La création d'une option sciences en classe de seconde est une demande forte de notre Association. Elle peut apporter une réponse partielle à la désaffection inquiétante des filières scientifiques, elle peut séduire un public féminin visiblement rebuté par les options M.P.I ou I.S.I. Les deux derniers bulletins verts ont présenté de façon approfondie les expérimentations de grande ampleur qui ont été menées depuis la rentrée 2004 dans l'académie de Montpellier. Les résultats sont suffisamment probants et les documents disponibles assez nombreux pour que les collègues puissent s'engager en toute confiance dans cette aventure bien balisée. Pour que cette option puisse être officialisée il faut que les initiatives se multiplient dans les autres académies. Pourquoi pas la nôtre ?

Aussi, vous qui êtes adhérents à l'APMEP, vous qui partagez nos propositions, si vous enseignez en lycée, je vous encourage à créer cette option au sein de votre établissement. La Régionale pourra vous soutenir, vous conseiller ou vous orienter pour sa mise en place. Mais dans un premier temps, afin que cette dernière puisse soutenir ce projet auprès des autorités académiques et des autres associations concernées, il faudrait que les collègues intéressés se manifestent en envoyant un message sur apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr

Je voudrais maintenant profiter de l'occasion qui m'est donnée pour vous faire partager un motif de grande satisfaction. Le 20 février dernier s'est déroulé l'épreuve du Rallye Mathématiques Poitou-Charentes. La nouvelle version a rencontré un vif succès puisque près de 5000 élèves de l'académie y ont participé. La baisse continue des effectifs ces dernières années souciait beaucoup l'équipe organisatrice. Les aménagements qui ont été apportés ont visiblement plu. Dans la morosité ambiante, cela fait chaud au cœur.

Pour conclure cet édito, je voudrais remercier vivement, au nom du Comité et de l'ensemble des adhérents, Louis-Marie Bonneval pour la qualité du travail réalisé à la tête de notre Régionale pendant toutes ces années.

Frédéric de Ligt

SOMMAIRE

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

79 86 17 16

APMEP

Régionale de Poitou-Charentes

n°68

Mars 2007

Dispensé de timbrage | Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

P PRESSE DISTRIBUÉ PAR LA POSTE

DÉPOSÉ LE 26-03-2007

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1,5 € .
Abonnement 1 an (4 numéros) : 5 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Frédéric De LIGT
Comité de rédaction ...	C. BLOCH, S. PARPAY, J. FROMENTIN, F. DE LIGT
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P.	n° 0508G88007
Dépôt légal	Mars 2007

Vie de l'Association

Comité Régional du 31 janvier 2007

1. Nouveau comité, nouveau bureau :

À la suite de l'Assemblée Générale de la Régionale du 6 décembre 2006, le nouveau Comité s'est réuni le 31 janvier 2007 et a élu, à l'unanimité, le nouveau bureau (voir l'encadré ci-dessous). Notre nouveau Président, Frédéric De Ligt, est félicité par l'ensemble du Comité.

2. Collège : compte-rendu des inter-académiques sur le « socle »

Ces rencontres ont eu lieu dans plusieurs Académies, en particulier à Poitiers. Le thème proposé était : « *Comment intégrer le socle dans nos classes* ». Frédéric De Ligt a retracé les grandes lignes de ce qui avait été dit aux inter-académiques. Il a précisé que l'évaluation du socle ne serait pas chiffrée mais comporterait les mentions « acquis », « non acquis ». Pour plus de détail, il suffit de consulter le site de l'Académie.
Une prochaine réunion doit se dérouler en mars.

3. Lycée : projet d'épreuve pratique au bac S

Pour informations voir le site :
http://eduscol.education.fr/D1115/epr_pratique_presentation.htm

Un constat a été fait : la calculatrice devient de plus en plus performante et tous les élèves ne peuvent pas se l'acheter. Un débat a suivi et des sujets de réflexion sont apparus : quelles compétences demander sur le tableur, comment se placer par rapport au B2I, usage de la calculatrice pour programmer, possibilité d'avoir une salle de math équipée avec des ordinateurs pour initier les élèves aux différents logiciels,…

Il a été rappelé que le Comité National de l'APMEP demande le report à 2009 de l'entrée en vigueur de cette épreuve ainsi que des allégements de programme afin de pouvoir s'y préparer correctement.

4. Rapport de l'inspection générale sur l'enseignement des maths

Pour informations voir le site :
http://media.education.gouv.fr/file/37/3/3373.pdf

5. Rallye

La nouvelle formule du Rallye (ouverture aux classes de $6^{ème}$, $5^{ème}$, $4^{ème}$ et durée de l'épreuve 1 heure) ont permis une remontée spectaculaire du nombre de participants. *18* lycées et *19* collèges se sont inscrits ce qui donne un total de 5000 élèves participants.
À discuter : la création d'une commission Rallye au sein de l'IREM de Poitiers, la médiatisation du Rallye, la possibilité de donner des trophées, la recherche de partenaires,…

6. Journées de La Rochelle 2008

Une réunion à Paris a permis de rencontrer les équipes de Clermont et de Besançon.
Une réunion est prévue le 21 février à La Rochelle à 15 h.
Louis-Marie Bonneval a écrit au maire de La Rochelle pour solliciter une audience.
Les durées des différentes rencontres sont évoquées. Elles pourraient être variables suivant leur nature : ateliers-exposés (1h), ateliers actifs (1h30), ateliers-visites (2h)…
Beaucoup de travail reste à faire, mais il faut penser à préparer la présentation des Journées à Besançon.

7. Conférences

La conférence de Christine Proust a été très bien. Il est à déplorer qu'il y ait eu peu de monde.
L'Espace Mendès-France organise le 22/02 à 18h30, une conférences sur les mathématiques chinoises.
Gérard Kuntz pourrait, fin mai, nous proposer une conférence sur « Math et Internet ».

8. Corol'aire

Des précisions ont été données quant au coût de l'envoi. À la prochaine réunion du Comité, il sera discuté d'une nouvelle organisation pour les envois.

9. Agenda

Les prochaines réunions du Comité de la Régionale auront lieu les 21 mars et 20 juin 2007.

Chantal Gobin

Nouveau Bureau de la Régionale APMEP de POITOU- CHARENTES

Président	Frédéric DE LIGT	deligt@wanadoo.fr
Vice-président chargé des Journées Nationales	Louis-Marie BONNEVAL	louis-marie.bonneval@ac-poitiers.fr
Secrétaire	Chantal GOBIN	chantal.gobin@wanadoo.fr
Trésorière	Nathalie CHEVALARIAS	nchevalarias@aol.com
Trésorière-adjointe	Cyrille KIRCH	cyrille.kirch@wanadoo.fr
Trésorier chargé des Journées Nationales	Jacques CHAYÉ	o.j.chaye@tiscali.fr

Expocube en tournée

Expocube est en ballade dans notre Académie. L'exposition était au lycée Guy-Chauvet à Loudun avant les vacances de Noël. Un sympathique article paru dans La Nouvelle République (19/12/06) a rendu compte de l'évènement. Si vous désirez vous aussi emprunter Expocube pour quelques semaines afin de l'exploiter dans votre établissement, il suffit de la réserver en envoyant un message à l'adresse deligt@wanadoo.fr.
Les différents éléments d'Expocube sont visibles sur le site de la Régionale http://irem.univ-poitiers.fr/apmep.


ÉDUCATION

Une exposition sur le cube au lycée Guy-Chauvet

Un élève de terminale joue avec un cube dans le cadre du club « Epat maths ».

Pendant plusieurs semaines, une exposition sur le cube était proposée aux élèves du lycée Guy-Chauvet, sur la base du volontariat. Cette exposition est due à l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public. Le but de cette exposition est de rendre concret un sujet abordé en cours de façon théorique et le cube s'y prête facilement.

Le cube est donc trituré dans tous les sens avec des panneaux explicatifs et surtout, pour bien vérifier que les élèves ont compris, une série de jeux de cubes était proposée aux élèves. Ceux qui fréquentent le club « Epat'maths », animé par Mme Gobin et M. Le Métayer, club qui désire démistifier le sujet des mathématiques, ont pu s'essayer à ces jeux de cubes un peu extraordinaires.

Rallye Mathématique Poitou-Charentes

20 février 2007

L'ouverture aux classes de $6^{\text{ème}}$, $5^{\text{ème}}$ et $4^{\text{ème}}$ et la réduction de la durée de l'épreuve de 2h à 1h ont donné au Rallye un nouveau souffle. Pour comparer l'évolution des effectifs avec l'an dernier, nous considérons uniquement les classes de 2^{nde} et de $3^{\text{ème}}$ inscrites en 2006 et en 2007. On constate une forte augmentation de la participation en lycée : 20 lycées (+7) pour 62 Classes (+25) et une légère augmentation de celle des Collèges : 10 collèges (+4) pour 18 classes (+6). Mais avec la venue des classes de $6^{\text{ème}}$, de $5^{\text{ème}}$ et de $4^{\text{ème}}$, ce sont 19 collèges qui ont participé avec 49 classes de $6^{\text{ème}}$, 40 classes de $5^{\text{ème}}$ et 23 classes de $4^{\text{ème}}$.

Nous espérons que la dynamique initiée cette année va se poursuivre au collège d'année en année et de niveau en niveau, en comptant que les élèves eux-mêmes veuillent continuer à participer au Rallye ! Les échos que nous avons eus au niveau du collège sont en tout cas très encourageants. En revanche, l'épreuve de Seconde a été jugée difficile. À la suite de l'étude des dossiers, nous rectifierons certainement le tir.

Nous vous proposons ci-après les épreuves, réduites à 70 %, de cette édition 2007. Le Corol'aire de juin vous donnera les solutions, ceci pour vous laisser le temps de les chercher et éventuellement de les proposer à vos élèves s'ils n'ont pas participé au Rallye. Les épreuves peuvent être téléchargées (format PDF) à partir du site de la Régionale :

http://irem.univ-poitiers.fr/apmep.

Voici la suite du calendrier : l'équipe organisatrice se réunit le 14 mars pour prendre connaissance de l'ensemble des dossiers et se répartir le travail de « correction ». C'est le 4 avril qu'elle établira le palmarès. Les résultats, accompagnés des solutions, des commentaires, des diplômes et des lots pour les lauréats, devraient donc parvenir dans les établissements début mai.

N'hésitez pas à nous faire part de vos remarques sur le niveau de difficulté des épreuves, d'un problème, la lisibilité, la présentation… C'est avec votre concours que nous pourrons améliorer les épreuves. N'hésitez pas non plus à nous transmettre des idées de problèmes et pourquoi pas faire partie de l'équipe organisatrice.

L'équipe organisatrice du Rallye

Trocs de Trucs

Dans le Corol'aire n°63, nous vous proposions d'échanger des trucs ou des illustrations qui permettent aux élèves de mémoriser ou de visualiser une formule, un résultat, une démarche. Cette rubrique "Troc de trucs" permet à tous de les échanger. Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante :

chantal.gobin@wanadoo.fr

Pour se rendre compte que c'est le cerveau qui « voit » : **Manque de perspective !**

Nous le savons tous, nous voyons en perspective du fait que nous avons deux yeux. Mais, même si nous fermons un œil, nous voyons quand même toujours en perspective car notre cerveau a mémorisé cette façon de voir. C'est pour cette dernière raison que l'expérience à laquelle nous allons vous convier n'est pas évidente (c'est le cas de le dire !). Mais lorsque le cerveau « veut » enfin voir comme nous en avons décidé alors la surprise est étonnante.

Prenez un muselet (de bouteille de cidre ou de champagne) et préparez le comme sur la photo 1. On peut assimiler ce muselet à un tronc de cône.

Photo 1

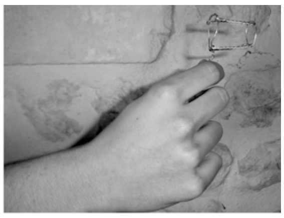


Photo 2

Tenez le muselet à bout de bras, le grand cercle vers vous (photo 2). Vous apercevez le petit cercle à l'intérieur du grand cercle et votre cerveau le voit à l'arrière. Fermez un œil. Votre cerveau, de mémoire, le voit toujours à l'arrière. Le plus difficile est d'obliger maintenant votre cerveau à voir le petit cercle à l'avant. Si votre cerveau arrive à « perdre la mémoire » et à vous obéir, c'est gagné ! Vous voyez le petit cercle devant ? Faites alors pivoter le muselet de gauche à droite, vous le verrez tourner de droite à gauche ; même phénomène de haut en bas et de bas en haut.

Votre vue est en contradiction avec vos gestes ! SURPRENANT.

Et maintenant débouchez vite une bouteille de champagne !!

Perles dans nos copies

Contexte : Statistiques en $1^{\text{ère}}$ L. Définition de la médiane dans le cas d'un effectif pair :

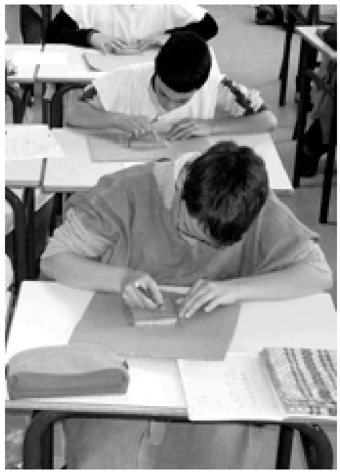
« *Quand on a un nombre pair de valeurs, on trouve la médiane en tranchant la valeur en deux* »

« *Et ça a saigné !!* », nous a confié le professeur ; il s'agit bien sûr du rouge des commentaires portés sur la copie ! Pas étonnant que les valeurs s'effondrent !! C'est la faute aux statistiques.

De jeunes scribes au collège France Bloch-Sérazin de Poitiers

Avec l'intervention de Christine Proust, chercheuse associée au REHSEIS (Recherches Épistémologiques et Historiques sur les Sciences Exactes et les Institutions Scientifiques), intervention préparée par Jean-Paul Mercier, professeur de mathématiques à ce collège et animateur à l'IREM de Poitiers.

Le 23 janvier dernier, nous avons été transportés 4000 ans dans le passé pour nous voir exposés quelques travaux des scribes à Nippur, en Mésopotamie. Christine Proust a conquis les élèves de sixième le matin, les tenant dans cette histoire des mathématiques durant une matinée complète. Avec les élèves, elle a évoqué les lieux bien sûr, déjà étudiés dans le cadre d'un projet pédagogique avec le professeur de géographie, la naissance des chiffres et de la numération en base soixante, puis les tables de multiplications. Les élèves avaient été préparés à la lecture des nombres sexagésimaux babyloniens, mais ce n'est pas si facile de les lire sur des tablettes inédites qu'elle avait retranscrites à leur intention au cours du mois de novembre à Iéna. Ils en étaient les premiers destinataires, quel privilège ! Ensuite elle les a intéressés au calcul d'aires, principalement l'aire d'un carré. Ces travaux ont été, à ce moment-là, portés sur des tablettes d'argile, les élèves découvrant pour la première fois ce travail effectif de scribe. Dans la dernière heure, ils ont tracé des chiffres sur des tablettes d'argile fraîche, puis des tables de multiplication, ou le calcul d'un carré et, en peu de temps, plusieurs parmi eux avaient sous les conseils de Christine Proust déjà le coup de main.



On ira avec profit voir ses travaux sur le site http://www.dma.ens.fr/culturemath/
Choisir la rubrique matériaux pour la classe et l'article en ligne **Christine Proust**, *A l'école des scribes de Mésopotamie*. **Cette publication nous est destinée, à nous professeurs de mathématiques.**

L'après-midi de ce mardi, elle présentait les mêmes notions par un diaporama à une classe de quatrième. Ils découvraient avec elle, en plus de ce qui vient d'être exprimé, l'importance du calcul par les inverses : ils ont donc vu des tables d'inverses et créé une telle table en écriture sexagésimale, alors que ce n'est déjà pas si facile en écriture décimale. La comparaison a pu être faite. L'après-midi s'est terminé comme la matinée, par un travail de scribe, transcrivant les tables d'inverses sur de l'argile.

Ces travaux sont inclus dans un projet pédagogique interdisciplinaire en 4ème et 6ème mathématiques – histoire - arts plastiques, et français en 6ème. Des exercices scolaires des scribes tirés des tablettes sont en cours d'étude par les élèves. Ces travaux prolongeront celui de Christine Proust et seront consultables.
Cette journée a été prolongée par une conférence à l'Espace Mendès-France de Poitiers, en partenariat initié par l'APMEP, devant un petit public : Christine Proust a exposé comment se réalisait la formation d'un scribe il y a 4000 ans à Nippur en Mésopotamie. Il fallait y apprendre des proverbes, des calculs, répéter des écritures sur des tablettes, des listes qu'il fallait savoir, l'école pouvant être contraignante, et, en mathématiques, elle a pu montrer le rôle de la numération sexagésimale, l'organisation des calculs, les tables de multiplications et d'inverses jouant un rôle important, mais aussi l'extraction de racines carrées, dans des cas de nombres carrés parfaits.
Je remercie vivement ici Christine Proust d'avoir consacré une journée aussi longue et dense à mes élèves. Le travail collaboratif est maintenant on ne peut mieux engagé. Vous serez informés des suites.

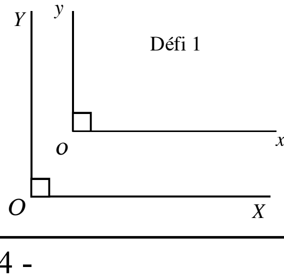
Jean-Paul Mercier

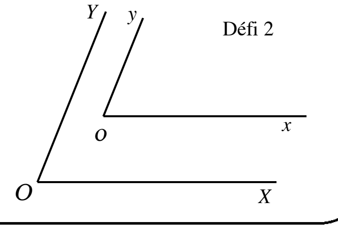
Défi collège

Cette rubrique veut proposer des petits problèmes qui peuvent être résolus avec les outils disponibles au collège. Corol'aire se fera un plaisir de publier les solutions des élèves, ou encore le compte rendu, par le professeur, de l'activité de la classe qui aura été mise au défi de le résoudre. J. F.

Défi proposé par Serge Parpay :

Soient les deux angles $\widehat{XOY}$ et $\widehat{xoy}$ aux côtés respectivement parallèles. Construire une droite D coupant *[OX)* en *A*, *[OY)* en *B*, *[ox)* en *a* et *[oy)* en *b* tels que *Aa = Bb*.





À propos des Travaux Pratiques au bac S

Ce texte écrit par des animateurs de l'IREM de Poitiers et membres de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes est destiné à alimenter la réflexion, tant au niveau de la Régionale qu'au niveau national. N'hésitez pas à apporter votre contribution par l'intermédiaire de Corol'aire.

Depuis quelques années, on observe une succession de nouveaux dispositifs pédagogiques (nous ne parlerons ici que du lycée) qui apparaissent dans les textes avant la stabilisation des précédents sur le terrain (programmes, horaires d'enseignement, modules, aide individualisée, travaux personnels encadrés, B2I…). Une nouveauté n'attend pas l'autre.

Nous regrettons que la mise en œuvre de ces dispositifs ne soit accompagnée d'une véritable analyse a priori exposant aux enseignants les finalités du dispositif, son intérêt et les précautions à prendre pour sa mise en œuvre. Faute d'une analyse crédible de ces points, les enseignants s'approprient mal des dispositifs qu'ils ressentent davantage comme des effets d'annonce à but politique que comme une véritable amélioration du système éducatif.
Nous regrettons aussi qu'aucune évaluation significative ne soit réalisée :
- évaluation diagnostique : le dispositif est-il a priori adapté au but visé ?
- évaluation après expérimentation : elle semble vite menée, évidemment positive, sans reposer sur des critères clairement identifiés.
- évaluation a posteriori : après quelques années de mise en pratique le dispositif tel qu'il est mis en œuvre est-il toujours adapté au but visé ?

Que sont devenus les modules, l'aide individualisée ou les travaux personnels encadrés ? Certes ils existent sur le papier mais, tels qu'ils sont pratiqués avec les contraintes du **terrain**, répondent-ils aux objectifs ambitieux ayant présidé à leur créations ?
Les TPE étaient tellement fondamentaux qu'en peu de temps ils ont disparu des horaires et programmes de terminales !!

Ces pratiques semblent relever d'une stratégie par « essais, erreurs » c'est-à-dire par un pilotage à vue et non d'une vision à long terme. Les intentions sont certes respectables mais sont mal perçues faute d'être suffisamment explicitées et insérées dans une réflexion globale sur l'enseignement.

La mise en place au baccalauréat scientifique d'une épreuve de travaux pratiques en mathématiques relève de la même logique :
- analyse succincte et partielle des problèmes auxquels ce dispositif est censé répondre, sans en repérer les effets pervers éventuels,
- expérimentations ne faisant l'objet d'aucune évaluation sérieuse,
- précipitation dans la mise en œuvre.

Cette épreuve de travaux pratiques semble avoir été envisagée à la suite de quelques constats émis dans diverses rencontres (journées nationales de l'APMEP, forum de l'APMEP…) mais aussi par les membres des corps d'inspection :
de moins en moins d'élèves dans les filières scientifiques,
une baisse très inquiétante des élèves inscrits en spécialité mathématiques
au baccalauréat S, des moyennes en mathématiques inférieures de deux ou trois points à celles de sciences physiques ou de sciences et vie de la terre. Dit de manière plus directe, cela signifie qu'il est plus « rentable » (en raison des coefficients des épreuves) pour un élève de terminale S d'opter pour la spécialité physique ou SVT plutôt que pour la spécialité mathématiques.
une faible utilisation des outils TICE dans l'enseignement des mathématiques.

Pour analyser la pertinence de l'épreuve de travaux pratiques en tant que réponse aux quatre constats précédents, reprenons-les point par point :

1- La question de la désaffection des lycéens voire des étudiants pour les filières scientifiques est complexe. En vrac : les sciences ne sont pas considérées comme une composante de la Culture, leur vulgarisation est difficile et comme elles sont mal connues elles apparaissent abstraites, trop ardues et peu susceptibles d'apporter du plaisir, leur médiatisation se fait le plus souvent par la mise en exergue de leurs dangers sans souligner les progrès qu'elles ont engendrés ….
Notons qu'il apparaît de plus en plus qu'il s'agit d'une désaffection pour les filières générales sans lien flagrant avec un métier ou une utilité sociale.
Partant de là, on ne voit pas en quoi l'épreuve pratique de mathématiques, même si son aspect expérimental peut être perçu comme concret, constitue une réponse à la désaffection des élèves pour les sciences. On peut remarquer qu'en sciences physiques l'institution de l'épreuve pratique qui a sensiblement amélioré les résultats au baccalauréat dans cette discipline n'a pas permis de freiner la perte d'étudiants de cette filière dans l'enseignement supérieur. Une solution au problème rencontré ne consisterait-elle pas en une remise en cause de la section S telle qu'elle existe actuellement ?

2- Les mathématiques sont exigeantes. Les élèves le savent, pour s'en rendre compte, il suffit de les écouter lors du choix des spécialités en fin de première : il y a beaucoup plus de travail à fournir en spécialité mathématiques que dans les autres spécialités. Cela décourage certainement nombre d'élèves.
La mise place d'un examen pratique de mathématiques passé par tous les élèves ne peut influencer le nombre d'élèves inscrits en spécialité mathématiques. Les exigences demeureront et on ne voit pas bien, même à « rentabilité » égale, pourquoi les élèves choisiraient cette spécialité.

3- Lors des résultats du baccalauréat S, les mathématiques apparaissent comme une discipline bien plus sélective que les autres car les moyennes obtenues sont généralement les plus basses.
Cependant la mise en place de l'épreuve pratique ne peut être qu'une réponse à court terme à ce problème docimologique. En effet on peut imaginer une surenchère de dispositions nouvelles permettant d'augmenter les notes dans les différentes matières, les unes étant toujours à la remorque des autres : simplifier les épreuves, alléger les épreuves ou… translater les notes !!

4- La faible utilisation des TICE dans l'enseignement des mathématiques constatée de manière générale recouvre en fait de très grandes disparités résultant notamment de l'équipement des établissements, de la formation des enseignants. Il est à craindre que l'épreuve pratique qui pourrait constituer une réponse adéquate à la prise en compte des TICE en mathématiques au lycée ne permette pas d'aplanir toutes ces différences dans la mesure où le choix des outils utilisés pour cette épreuve relève d'une décision locale.

Ainsi s'il apparaît contestable que cette nouvelle forme d'épreuve puisse apporter des réponses adéquates aux problèmes évoqués, elle soulève un certain nombre d'inquiétudes.

Tout d'abord des inquiétudes en termes de formation des élèves.

- cette épreuve risque d'aboutir à une rigidité des modes d'apprentissage, notamment le recours exclusif aux TICE pour conjecturer appauvrissant ainsi tout le travail heuristique attaché à l'activité mathématique.
- Il semble inévitable qu'un temps conséquent soit alloué à l'étude des outils TICE et de leurs possibilités au détriment de l'acquisition de connaissances mathématiques et de la réflexion personnelle sur ces connaissances. Ainsi l'outil risque de devenir le sujet de l'étude. Sans compter que les programmes de mathématiques sont très, voire trop, conséquents compte tenu de l'horaire imparti, ne permettant qu'un saupoudrage des connaissances sans en assurer un ancrage solide. Á ce propos des rumeurs laissent entendre que des allégements de programme pourraient être accordés en terminale S, venant corroborer la nécessité d'un travail dédié à cette épreuve. Une telle mesure ne peut qu'aggraver la situation , aboutissant à ne voir les mathématiques que sous le seul biais de tâches techniques sans liens les unes avec les autres, tâches qui compte tenu des baisses horaires de mathématiques enregistrées depuis quelques années en collège et en lycée, sont de plus en plus mal maîtrisées par les élèves et ne leur permettent plus d'éprouver un quelconque plaisir à pratiquer les sciences. Comment donner envie de pratiquer une discipline en ne faisant maladroitement que des gammes sans jamais jouer une partition ?

D'autre part des inquiétudes concernant les conditions matérielles.

- l'équipement informatique de nombreux établissements est toujours insuffisant. Il ne permet pas une fréquentation régulière de cet outil par les élèves, condition indispensable de la réussite à une telle épreuve qui ne saurait se limiter à l'utilisation exclusive de la calculatrice. Ajoutons que les effectifs des classes et le peu d'heures en groupes ne facilitent pas l'utilisation par les élèves des TICE en cours de mathématiques.
- la préparation de l'épreuve pratique demandera vraisemblablement des compléments de formation des enseignants. Il leur sera donc nécessaire de dégager du temps alors que depuis quelques années on assiste à un alourdissement important de leurs missions (dialogues avec les élèves et leurs parents, suivis individualisés, procédures d'orientation, sensibilisations à différents phénomènes sociétaux, ….) et que parallèlement une baisse d'environ quarante pour cent des heures de première chaire est annoncée.

De plus notons que les moyens de formation à destination des enseignants ne cessent de diminuer. Enfin remarquons que la formation continue dont la nécessité n'est plus à prouver, n'est pas favorisée, par exemple par une prise en compte dans les services, et qu'elle n'est que très peu valorisée dans la carrière des professeurs.

Enfin des inquiétudes concernant l'épreuve de mathématiques au baccalauréat.

- La mise en place de cette épreuve pratique laisse présager celle d'une épreuve de mathématiques au baccalauréat S sans calculatrice. Le risque d'une telle dichotomie est d'aboutir à l'effet inverse de celui recherché, c'est-à-dire une utilisation quasi nulle des TICE dans le cours de mathématiques hors des heures dédiées à une préparation, ne peut-on pas dire « bachotage », de l'épreuve pratique. Bien évidemment l'activité mathématique perdra alors sa cohérence.
- Concernant l'épreuve pratique elle-même dont la durée est d'une heure peut-on attendre une réelle activité mathématique de la part des élèves ? Ceux-ci ne seront-ils pas uniquement préoccupés par la maîtrise de l'outil qui semble être valorisée dans le barème (trois quarts de la note) ?
- Dernier point, l'augmentation de la note globale à l'épreuve de mathématiques du baccalauréat qu'on ne manquera pas d'enregistrer, mesurera-t-elle de réels progrès dans les acquisitions ou ne sera-t-elle qu'une duperie que tout le monde feindra d'ignorer ?

En conclusion, il nous apparaît urgent de bien réfléchir avant la mise en place de cette épreuve de travaux pratiques. Dans l'esprit des décideurs elle doit permettre de revaloriser l'enseignement des mathématiques, mais elle risque d'aggraver la crise profonde que traverse l'enseignement des sciences et qui nécessite un traitement beaucoup plus radical qu'un simple toilettage.

Les sciences arabes entre Antiquité et l'Âge classique : l'exemple de Omar Khayyam

ESPACE MENDES FRANCE

Conférence de Pascal CROZET, chargé de recherche au CNRS, centre d'histoire des sciences et des philosophies arabes et médiévales, Villejuif.

Mercredi 3 avril 20h30 à l'Espace Mendès-France de POITIERS

Longtemps méconnues, ou mal connues, les sciences arabes constituent aujourd'hui un passage obligé pour qui veut saisir en profondeur les développements scientifiques qui ont eu cours aussi bien dans le monde hellénistique que dans l'Europe du XVII^{e} siècle.

Cette conférence tentera à la fois de proposer une synthèse de l'état de la recherche dans ce domaine et de proposer des sciences arabes une image globale qui corresponde mieux aux avancées de cette recherche.

Apparaîtra alors une science ancrée dans la science grecque mais qui a su incorporer d'autres héritages, une science qui n'est pas celle d'un seul peuple mais de plusieurs, qui adoptent l'arabe comme langue scientifique, une science enfin qui est loin d'avoir seulement transmis le corpus scientifique grec, rôle dans lequel on l'a longtemps cantonnée.

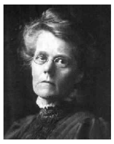
Dans un deuxième temps, sera évoquée à titre d'exemple la figure d'Omar al-Khayyam, mathématicien persan du XII^{e} siècle dont le nom est attaché aux débuts de la géométrie algébrique. Après avoir donné un aperçu de l'ensemble de sa contribution scientifique, on tentera de rendre compte du projet algébrique d'al-Khayyam, en le mettant notamment en perspective avec la Géométrie de Descartes (1637), dont le point de départ se confond précisément avec le programme de son prédécesseur.

Rallye Mathématique Poitou - Charentes

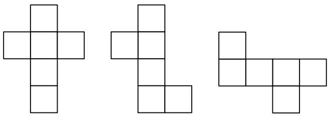
20 février 2007

6e

1 Alicia BOOLE-STOTT (8 points)



Où et quand est née Alicia Boole ? Où et quand est-elle décédée ?
Elle est la fille d'un célèbre mathématicien. Qui est-il ?
Son oncle est aussi très connu. Pour quelle raison ?



(1) (2) (3)

Les dessins (1) et (2) sont deux patrons différents de cube.
Trouver au moins quatre autres patrons de cube.
Remarque : les dessins (2) et (3) représentent le même patron de cube ; ils sont superposables par déplacement et retournement.

2 La valeur des fruits (10 points)

Une lettre vaut son rang dans l'alphabet (A = 1, B = 2 ...). Un mot vaut la somme de ses lettres. Par exemple, ANANAS vaut 1 + 14 + 1 + 14 + 1 + 19 = 55.
Trouvez deux noms de fruits égaux.
Trouvez maintenant trois noms de fruits égaux, différents des précédents.

3 Des valises à boucler (5 points)

Wally et son frère Isidore doivent prendre l'avion pour rentrer de vacances.
Ils ont une valise chacun qui, une fois remplie, ne doit pas dépasser 20 kg.
Ils doivent emporter les objets suivants :
- deux trousses de toilette : 700 g chacune ;
- les vêtements de Wally : 6,8 kg ;
- les vêtements d'Isidore : 6,3 kg ;
- des chaussures : 4,8 kg ;
- un lot de livres : 3,2 kg ;
- un souvenir de leurs vacances : 1,5 kg ;
- un lot de CD : 1,9 kg ;
- un cadeau pour leurs parents : 5,4 kg ;
- un cadeau pour leur petite sœur : 3,6 kg.

Sachant que chacune des deux valises pèse 2,5 kg, comment peuvent-ils les remplir ? Pour y parvenir, Wally et Isidore acceptent chacun de prendre dans leur valise des affaires appartenant à l'autre.

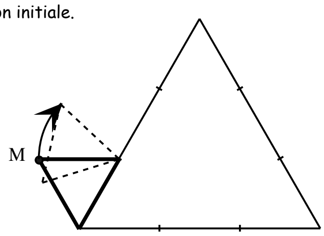
4 Chiffres au compteur (10 points)

Sur le compteur kilométrique à cinq chiffres de ma voiture, je lis 17871. C'est un palindrome car il se lit de la même manière de gauche à droite et de droite à gauche et il est formé de trois chiffres différents : 1, 7 et 8.

1°) Dans combien de kilomètres pourrai-je lire un nouveau palindrome qui comportera aussi trois chiffres différents, et différents de 1, 7 et 8 ?
2°) Quel sera le palindrome suivant, toujours avec trois chiffres différents, et différents de ceux des deux palindromes précédents ?

5 Triangle au tournant (15 points)

Un triangle équilatéral de côté 1, et dont l'un des sommets est désigné par la lettre M, tourne sans glisser, comme le montre le dessin, autour d'un triangle équilatéral de côté 3.
Tracer la trajectoire du point M au cours des déplacements du petit triangle jusqu'à ce que celui-ci retrouve sa position initiale.



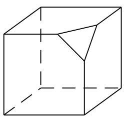
Rallye Mathématique Poitou - Charentes

20 février 2007

5e

1 Alicia BOOLE-STOTT (15 points)

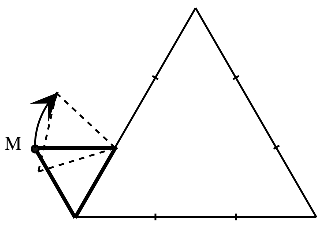
Où et quand est née Alicia Boole ? Où et quand est-elle décédée ?
Elle est la fille d'un célèbre mathématicien. Qui est-il ?
Son oncle est aussi très connu. Pour quelle raison ?



Le dessin ci-contre représente un cube en perspective sur lequel on a coupé un "coin" au tiers des arêtes.
À partir d'un dessin de cube en perspective, représenter le solide que l'on obtient en coupant de la même manière les huit "coins".
Décrire le solide obtenu : nombre de faces, nombre d'arêtes, nombre de sommets.

2 Triangle au tournant (15 points)

Un triangle équilatéral de côté 1, et dont l'un des sommets est désigné par la lettre M, tourne sans glisser, comme le montre le dessin, autour d'un triangle équilatéral de côté 3.
Tracer la trajectoire du point M au cours des déplacements du petit triangle jusqu'à ce que celui-ci retrouve sa position initiale.

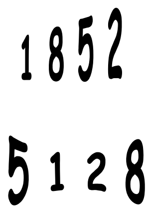


3 Devinette (10 points)

Une lettre vaut son rang dans l'alphabet. Le rang de chaque lettre est donné par la devinette suivante :
Mon premier est les 3/2 de mon troisième.
Mon second divise tous les nombres.
Mon troisième est le nombre total des diviseurs de 60.
Mon quatrième est la moitié de la moitié du tiers du cinquième du nombre d'heures du mois d'avril.
Mon cinquième est le carré de mon sixième.
Mon sixième est la moitié de mon troisième moins deux.
Il y a autant de rangs pairs que d'impairs. Ecrivez alors mon tout.
Indiquez votre démarche.

4 Avec quatre nombres (15 points)

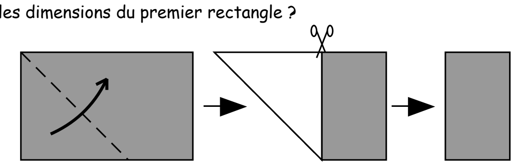
En utilisant impérativement les quatre nombres 1 ; 2 ; 5 ; 8 (pas nécessairement dans cet ordre) une et une seule fois vous devez obtenir le plus possible d'entiers consécutifs* en partant de 0. Vous avez le droit d'utiliser les quatre opérations et les parenthèses autant que vous le désirez. Voici un démarrage possible, à vous de continuer jusqu'à rencontrer un entier qui ne peut pas s'exprimer de cette façon : 0 = 8 – (1 + 2 + 5) ; 1 = [(8 : 2) + 1] : 5...



* qui se suivent : 0, 1, 2, 3...

5 Pliage et découpage (10 points)

J'ai une feuille rectangulaire. Je la plie comme indiqué sur la figure ci-dessous et je découpe le rectangle restant.
Je recommence une deuxième fois l'opération avec le rectangle restant, puis une troisième fois et une quatrième fois. Il me reste alors un carré de côté 3 cm.
Quelles étaient les dimensions du premier rectangle ?



Rallye Mathématique Poitou - Charentes

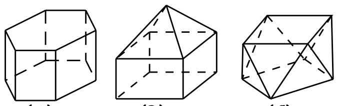
20 février 2007

4^e

1 Alicia BOOLE-STOTT (15 points)

Où et quand est née Alicia Boole ? Où et quand est-elle décédée ?
Elle est la fille d'un célèbre mathématicien. Qui est-il ?
Son oncle est aussi très connu. Pour quelle raison ?

Un polyèdre possède F faces, A arêtes et S sommets.
Vérifier sur les polyèdres dessinés ci-dessous la formule* suivante : F + S = A + 2.

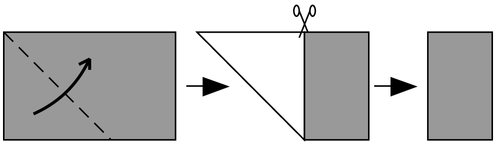


Par exemple, pour le cube on a : 6 + 8 = 12 + 2.

* Formule d'Euler

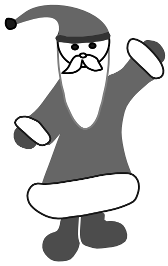
2 Pliage et découpage (10 points)

J'ai une feuille rectangulaire. Je la plie comme indiqué sur la figure ci-dessous et je découpe le rectangle restant.
Je recommence une deuxième fois l'opération avec le rectangle restant, puis une troisième fois et une quatrième fois. Il me reste alors un carré de côté 3 cm.
Quelles étaient les dimensions du premier rectangle ?



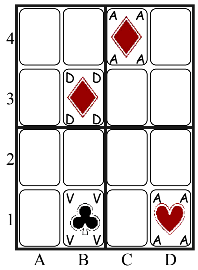
3 La barbe du Père Noël (15 points)

La barbe du Père Noël pousse au rythme d'un millimètre par jour. À chaque Noël, il la raccourcit de 15 cm, mais dès que sa barbe touche le sol, il la rase complètement. Il l'a rasée pour la dernière fois à Noël 2000, et s'apprête à la recouper 5 jours avant Noël 2007.
Sachant que le diamètre de son bonnet est de 15 cm, combien mesure (à 1 cm près) le Père Noël (qui a une bonne bouille ronde !) ?



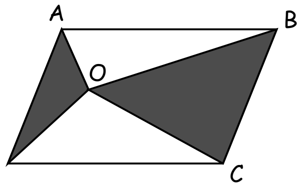
4 Une variante du sudoku junior (10 points)

Cette variante du sudoku junior se joue avec 16 cartes à jouer. Il s'agit de remplir la grille de manière à ce que chaque ligne, chaque colonne et chaque région 2 x 2 contiennent une seule fois les quatre rangs [valet (V), dame (D), roi (R), as (A)] et les quatre couleurs (pique, cœur, carreau, trèfle).
Mais où doit être placée la dame de cœur dans cette grille ?



5 Le partage idéal (10 points)

ABCD est un parallélogramme. Peut-on placer le point O n'importe où, à l'intérieur du parallélogramme, pour que l'aire blanche soit égale à l'aire grise ?
Justifiez votre réponse.



Rallye Mathématique Poitou - Charentes

20 février 2007

2^e

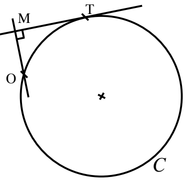
1 Alicia BOOLE-STOTT (14 points)

Où et quand est née Alicia Boole ? Où et quand est-elle décédée ?
Elle est la fille d'un célèbre mathématicien. Qui est-il ? Quels travaux l'ont rendu célèbre ?
Son oncle est aussi très connu. Pour quelle raison ?
Dans quelles recherches Alicia Boole Stott s'est-elle illustrée ?

En coupant un cube par un plan, montrer à l'aide de dessins en perspective que la section peut être un triangle équilatéral, un triangle isocèle, un carré, un rectangle, un trapèze.
La section peut-elle être un pentagone ? Un hexagone ?

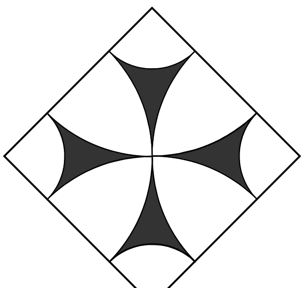
2 Une construction (15 points)

Soit O un point fixe du cercle C de rayon 6 cm. Un point T se déplace sur le cercle C. On trace la tangente au cercle C en T. La perpendiculaire passant par O à cette tangente coupe celle-ci en un point M (dessin ci-contre).
En choisissant un certain nombre de positions du point T, tracez, à main levée, la courbe que décrit le point M. Cette courbe se nomme « Cardioïde ».



3 Une nouvelle croix de Malte (10 points)

L'Ordre de Malte désire instituer une nouvelle décoration. Son grand maître a confié à un orfèvre le soin d'imaginer la croix correspondante. Lorsque ce dernier revient avec la proposition ci-contre, le grand maître n'est guère satisfait.
- Cette croix est bien fluette, dit-il.
- Elle occupe tout de même plus du quart de la surface du carré, rétorque l'orfèvre.
- Vous exagérez, c'est à peine si elle en occupe le cinquième !
Sauriez-vous dire qui a raison ?



4 Maiglöckchen (10 points)

Ein viereckiger Acker ist in 9 kleine Vierecke geteilt. Jeder von diesen kleinen Äckern enthält 19 Maiglöckchenstängel und im großen Acker sind insgesamt 2011 Glöckchen.
Die Maiglöckchenstängel können 11, 12 oder 13 Glöckchen tragen, aber es gibt mehr Stängel mit 12 Glöckchen als Stängel mit 13 Glöckchen.
Wie viele Maiglöckchen mit 13 Glöckchen gibt es höchstens ?

El muguete

Un campo cuadrado está dividido en 9 parcelitas cuadradas.
Cada una de esas parcelitas contiene 19 ramitas de muguete, y en el campo grande hay una suma total de 2011 campanillas.
Las ramitas de muguete pueden tener 11, 12 o 13 campanillas, pero hay más muguetes con 12 campanillas que muguetes con 13 campanillas.
¿ Cuántas ramitas de 13 campanillas hay como máximo ?

Lily-of-the-valley

A square field is divided into 9 small squares. In each of these small fields there are 19 sprigs of lily-of-the-valley and therefore there are 2011 little bells in the large field. The sprigs of lily-of-the-valley may have 11, 12 or 13 little bells but there are more sprigs of lily-of-the-valley with 12 little bells than with 13.
How many sprigs of lily-of-the-valley with 13 little bells are there at the maximum ?

5 À la recherche des promotions équivalentes (15 points)

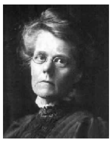
Dans le magasin Miniprix, on fait x % de réduction sur le prix d'un baril de lessive.
Dans le magasin Maxiprodplus, on offre y % de produit gratuit.
Quel est le magasin le plus avantageux si $x = y = 10$? Si $x = 20$ et $y = 25$?
Quelle relation doit-il y avoir entre x et y pour que les promotions soient équivalentes ?

Rallye Mathématique Poitou - Charentes

20 février 2007

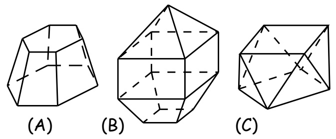
3e

1 Alicia BOOLE-STOTT (13 points)



Où et quand est née Alicia Boole ? Où et quand est-elle décédée ?
Elle est la fille d'un célèbre mathématicien. Qui est-il ? Quels travaux l'ont rendu célèbre ?
Son oncle est aussi très connu. Pour quelle raison ?
Dans quelles recherches Alicia Boole Stott s'est-elle illustrée ?

Un polyèdre possède F faces, A arêtes et S sommets.
Vérifier sur les polyèdres dessinés ci-dessous la formule* suivante : F + S = A + 2.



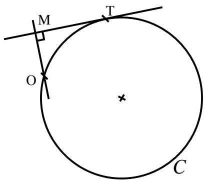
(A) (B) (C)

Par exemple, pour le cube on a : 6 + 8 = 12 + 2.

* Formule d'Euler

2 Une construction (15 points)

Soit O un point fixe du cercle C de rayon 6 cm.
Un point T se déplace sur le cercle C. On trace la tangente au cercle C en T. La perpendiculaire passant par O à cette tangente coupe celle-ci en un point M (dessin ci-contre).
En choisissant un certain nombre de positions du point T, tracez, à main levée, la courbe que décrit le point M. Cette courbe se nomme « Cardioïde ».



3 Tout à l'heure (15 points)

L'horloger Théodore Pendul a réparé l'horloge de Théodule Pendor. Mais il s'est complètement trompé en remettant les roues dentées en place : la petite aiguille fait un tour de cadran en 12 h et tourne dans le sens contraire du sens habituel ; la grande aiguille fait le tour du cadran en 30 min et tourne dans le sens habituel. Théodule Pendor est content car cela jouera un tour pendable à ses invités. À midi et à minuit, les deux aiguilles sont comme d'habitude sur le 12.
1) Saurez-vous lire l'heure des horloges A et B de la feuille annexe ?
Donnez les deux réponses.
2) Indiquer la position des aiguilles à 18 h sur l'horloge C et à 23 h 36 min sur l'horloge D.

4 Uncle Cristobal (10 points)

Uncle Cristobal who is not as young as he used to be has 3 nephews and there's a one-year age difference between them (for example, 18, 19 and 20 years). He has 5 grandchildren who have also a one year age difference and 7 great-nephews who also have a one year age difference.
When Uncle Cristobal adds up all his nephews' ages he gets his own age. Similarly if he adds up all his grandchildren's different ages he still finds his own age and the result is the same if he adds up the different ages of his great-nephews. How old is Uncle Cristobal ?

Tío Cristóbal

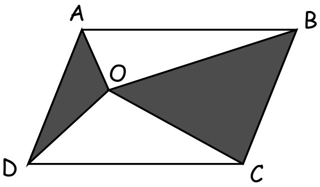
El tío Cristóbal que ya no es muy joven tiene 3 sobrinos con un año de diferencia (por éjemplo, 18, 19 y 20 años). Tiene 5 nietos con un año de diferencia también y 7 sobrinos segundos que también tienen un año de diferencia. Cuando el tío Cristóbal añade las edades de sus sobrinos, halla como resultado su edad. Asimismo si añade las edades de sus nietos, otra vez totaliza su edad e igualmente si añade las edades de sus sobrinos segundos. ¿ Cuántos años tiene el tío Cristóbal ?

Onkel Cristobal

Onkel Cristobal, der nicht mehr sehr jung ist, hat 3 Neffen, die ein Jahr Abstand voneinander sind (zum Beispiel 18, 19 und 20 Jahre). Er hat 5 Enkelkinder, die auch ein Jahr Abstand voneinander sind und 7 Großneffen, die auch ein Jahr Abstand voneinander sind. Wenn Onkel Cristobal die Alter seiner Neffen zusammenzählt ergibt sich sein eigenes Alter. Wenn er die Alter seiner Enkelkinder zusammenzählt ergibt sich auch sein eigenes Alter, und es ergibt sich auch sein eigenes Alter wenn er die Alter seiner Großneffen zusammenzählt. Wie alt ist Onkel Cristobal ?

5 Le partage idéal (10 points)

ABCD est un parallélogramme. Peut-on placer le point O n'importe où, à l'intérieur du parallélogramme, pour que l'aire blanche soit égale à l'aire grise ? Justifiez votre réponse.



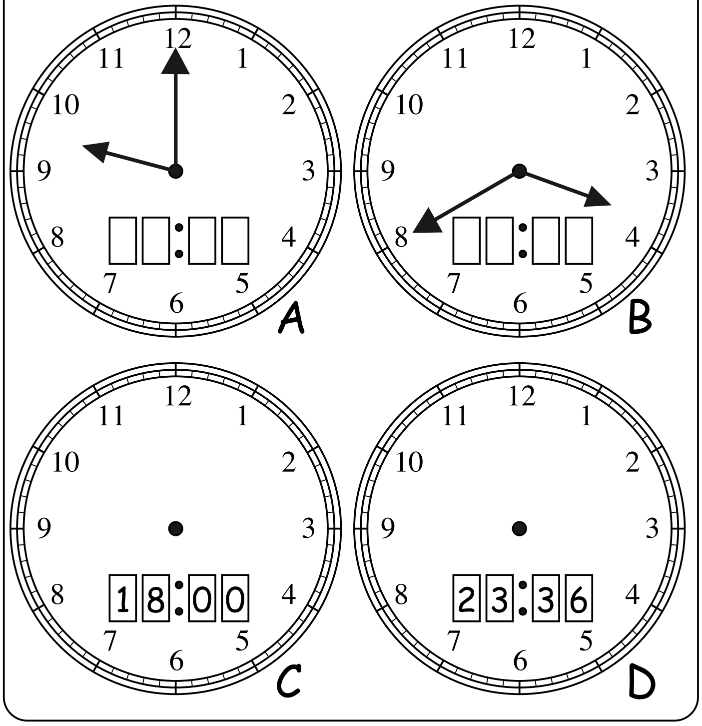
Rallye Mathématique Poitou-Charentes

20 février 2007

3e

Feuille annexe.

3 Tout à l'heure



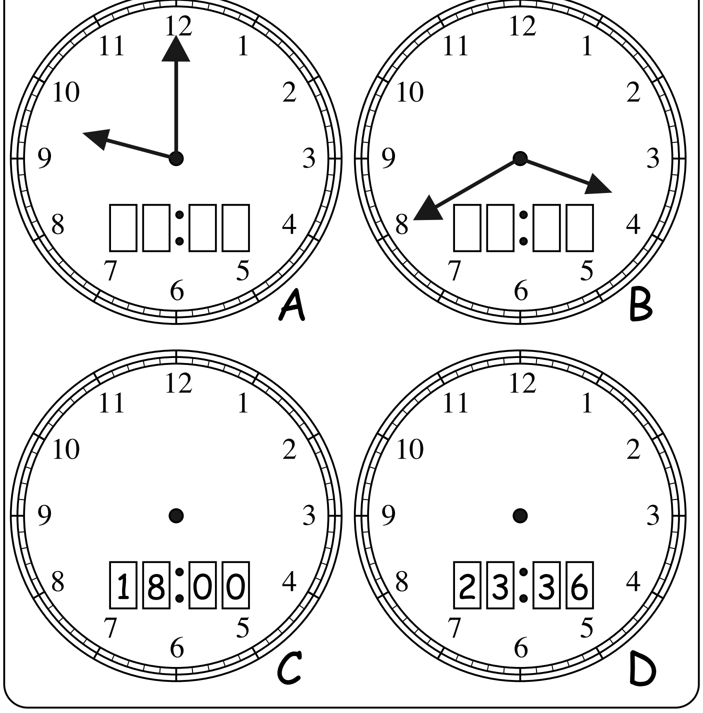
Rallye Mathématique Poitou-Charentes

20 février 2007

3e

Feuille annexe.

3 Tout à l'heure



RU - BRI - COL AGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous. *Frédéric de Ligt*

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Pour ouvrir la rubrique, voici un texte de **Serge Parpay**.

Loi de composition des vitesses en relativité

1) Composition des vitesses :

La vitesse de la lumière c est une vitesse limite. Soit u la vitesse d'un mobile, on a alors $|u| < c$, ce qui peut s'écrire $|u/c| < 1$. En relativité restreinte, soit deux vitesses u et v, la loi de composition de ces deux vitesses est notée $\oplus$.

On a $u \oplus v = \dfrac{u+v}{1+\dfrac{uv}{c^2}}$, soit encore $u \oplus v = c\,\dfrac{\dfrac{u}{c}+\dfrac{v}{c}}{1+\dfrac{uv}{cc}}$. En prenant comme unité de vitesse la vitesse limite de la lumière, ce qui revient à faire c = 1 dans l'expression précédente, on a : $u \oplus v = \dfrac{u+v}{1+uv}$ (1).

$|u| < 1$, $|v| < 1$, donc $|uv| < 1$; d'où : $1 + u > 0$; $1 - u > 0$; $1 + v > 0$; $1 - v > 0$ et $1 + uv > 0$.

Posons $w = u \oplus v$: $1+w=\dfrac{(1+u)(1+v)}{1+uv}$ et $1-w=\dfrac{(1-u)(1-v)}{1+uv}$; par suite $1 + w > 0$ et $1 - w > 0$, soit $|w| < 1$.

L'opération $\oplus$ est une loi de composition interne.

2) Loi de groupe :

( ]-1 ; 1[, $\oplus$) est un groupe commutatif : la loi est commutative ; la loi est associative car

$(u \oplus v) \oplus w = u \oplus (v \oplus w) = \dfrac{u+v+w+uvw}{1+uv+vw+wu}$; 0 est l'élément neutre ; tout élément u a pour inverse –u.

3) Un isomorphisme de groupe :

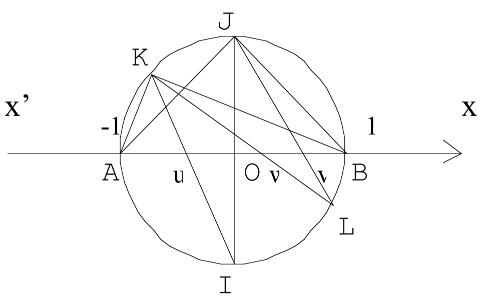
Compte tenu des calculs précédents $w = u \oplus v$ équivaut à $\dfrac{1+w}{1-w} = \dfrac{1+u}{1-u} \oplus \dfrac{1+v}{1-v}$ (2) et par suite

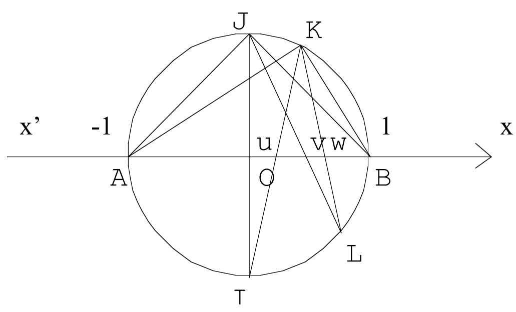
$\ln\dfrac{1+w}{1-w} = \ln\dfrac{1+u}{1-u} + \ln\dfrac{1+v}{1-v}$ (3). En multipliant les deux membres de (3) par 1/2, l'expression devient :

Arg th w = Arg th u + Arg th v, soit, en posant Arg th x = X, W = U + V. La fonction th établit un isomorphisme de groupe de (**R**, +) sur ( ]-1 , 1[,).

4) Construction graphique :

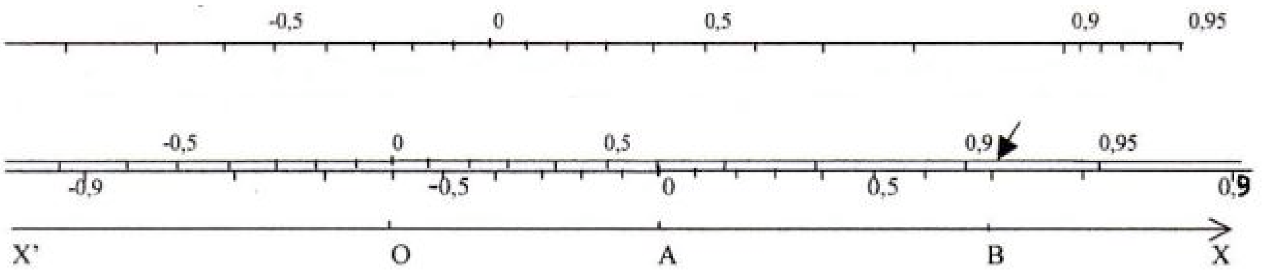
D'après (2), on a $\dfrac{w+1}{w-1} \times \dfrac{u-1}{u+1} = \dfrac{v+1}{v-1} \times \dfrac{0-1}{0+1}$, d'où l'égalité (-1, 1, u, w) = (-1, 1, 0, v) des rapports anharmoniques. On peut en déduire une « construction graphique » : sur un axe x'x d'origine O on place les points A(-1) et B(+1). Sur le cercle de diamètre AB on place deux points I et J diamétralement opposés (on a choisi IJ perpendiculaire à AB, mais on pourrait prendre tout autre diamètre IJ différent de AB). On place sur l'axe x'x les points d'abscisses u et v. On détermine ainsi le point K et le point L (voir figures). KL coupe AB au point d'abscisse w (les faisceaux des quatre droites passant par K et des quatre droites passant par J ont même rapport anharmonique). On obtient ainsi w.





5) Une règle à calculs pour les vitesses :

Posons $f(x) = \ln\dfrac{1+x}{1-x}$. D'après (3), $f(u \oplus v) = f(u) + f(v)$. Cette égalité permet de réaliser une « règle à calculs » pour ces vitesses. Sur un axe x'x seront portés les graduations -0,9 ; -0,8 ; … ; -0,1 ; … ; 0 ; 0,1 ; … ; 0,8 ; 0,9 ; … aux points d'abscisses f(-0,9) ; f(-0,8) ; … ; f(-0,1) ; … ; f(0) ; f(0,1) ; … ; f(0,8) ; f(0,9) ; …. On obtient la 'règle' ci-dessous. La représentation est partielle ; la règle ne peut être représentée complètement : on ne peut pas marquer les graduations -1 et 1 puisque $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=+\infty$; pour avoir plus de précision dans le calcul, il faudrait des divisions intermédiaires. Pour calculer u $\oplus$ v, on dispose de deux règles identiques coulissantes l'une sur l'autre. Soit à calculer w = 0,6 $\oplus$ 0,7 : le point O de la règle inférieure est placé sous le point 0,6 de la règle supérieure. En face du point 0,7 de cette règle inférieure, on lit la valeur w sur la règle supérieure (voir la flèche sur le dessin) : w $\approx$ 0,915 (le calcul donne 0,9154…). Justification : en se reportant à l'axe X'X, on a $\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB}$, mais $\overline{OA}$ = f(0,6), déterminé par la règle supérieure, $\overline{AB}$ = f(0,7), déterminé par la règle inférieure ; par suite $\overline{OB}$ = f(0,6) + f(0,7) = f(0,6   0,7). Le résultat w = 0,6 $\oplus$ 0,7 est bien celui indiqué par la flèche sur la règle supérieure.



Références :
La relativité. Paul COUDERC. Que sais-je n°37. 1949.
Vitesse et univers relativiste. Jean ABELE et Pierre MALVAUX. SEDES. 1954.

Des problèmes

68-1 *de Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :
Problème posé par Jacques Hadamard en 1885 dans le Journal de Mathématiques élémentaires.
Soit ABC un triangle d'angles $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$; notons G le centre de gravité, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Les angles entre les médianes sont donnés par les formules :

$3\text{cotan } \widehat{B'GC'} = \text{cotan } \hat{A} - 2\text{cotan } \hat{B} - 2\text{cotan } \hat{C}$

$3\text{cotan } \widehat{A'GC'} = \text{cotan } \hat{B} - 2\text{cotan } \hat{C} - 2\text{cotan } \hat{A}$

$3\text{cotan } \widehat{A'GB'} = \text{cotan } \hat{C} - 2\text{cotan } \hat{A} - 2\text{cotan } \hat{B}$

68-2 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :
Voici un petit exercice de niveau troisième, seconde. ABCD est un trapèze rectangle en A et D. On veut tracer le point G sur [AD] tel que BG = GC. Bien sûr, vous avez tout de suite pensé à prendre l'intersection de la médiatrice de [BC] avec le segment [AD]. Mais voici ce qu'a imaginé un élève. Il trace B' et C' symétriques de B et C par rapport à (AD), puis il trace les médiatrices de [B'C] et de [BC']. Elles se coupent en G affirme-t-il. A-t-il raison ?

68-3 *de Gilles Auriault (Oslo)* :
ABCD est un quadrilatère convexe. Le problème consiste à partager ce quadrilatère en quatre quadrilatères de même aire qui ont pour sommet commun le point O. O est l'intersection de deux droites dont chacune est parallèle à une diagonale du quadrilatère ABCD et passe par le milieu de l'autre.

68-4 *de Jacques Chayé (Poitiers) :*

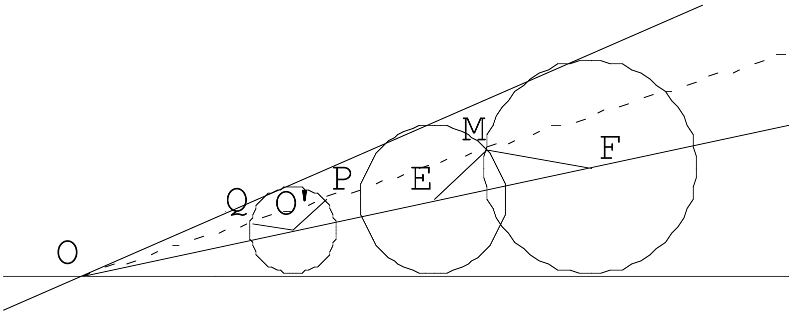
Soit a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle et soit $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$. Démontrer que $\frac{3}{2} \leq S \leq 2$.

Des solutions

64-1 *(Ex.23, p.79, Magnard 4^e, avril 2002)* :
Deux droites sécantes et un point M extérieur à ces deux droites sont donnés. Construire un cercle tangent aux deux droites et passant par le point M. Une méthode niveau 4ème ?

Solution de Frédéric de Ligt :

On note O le point d'intersection des deux droites sécantes. On trace la demi-droite bissectrice du secteur angulaire contenant le point M. On choisit un point O' sur cette demi-droite (différent de O) et on construit le cercle tangent aux deux droites et centré en O'. La demi-droite [OM) coupe ce cercle en deux points P et Q. La parallèle à (O'P) passant par M et la parallèle à (O'Q) passant par M coupent respectivement la demi-droite bissectrice en E et F. Les points E et F sont finalement les centres des deux cercles qui répondent au problème posé.



En collège on peut justifier avec le théorème de Thalès la position du point E : On considère les triangles semblables OO'P et OEM puis les triangles semblables OO'H et OEH' rectangles respectivement en H et H', H et H' appartenant au même côté du secteur angulaire. On procède de même pour justifier la position du point F.

64-3 *(Thierry Sageaux)* :

Trouver tous les couples d'entiers (a, b) non triviaux vérifiant $a^{b^2} = b^a$.

Solution de Frédéric de Ligt :

Si $a = 1$ alors $b = 1$ et réciproquement, (1 ; 1) est bien une solution de l'équation. On suppose désormais que a et b sont au moins égaux à 2. $a^{b^2} = b^a$ (1) $\Leftrightarrow (\frac{a^b}{b})^b = b^{a-b}$; comme $a^b \geq 2^b > b$ alors $\frac{a^b}{b} > 1$ donc $a - b > 0$. On obtient une équation équivalente à (1) en divisant ses deux membres par b^{b^2} : $(\frac{a}{b})^{b^2} = b^{a-b^2}$ (2). Comme $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$ et donc $a - b^2 > 0$ et $\frac{a}{b}$ est un entier. Posons alors $a = tb$ avec t entier au moins égal à 2. L'équation (2) prend alors la forme $t^{b^2} = b^{tb-b^2}$ ou de façon équivalente $t^b = b^{t-b}$ et en divisant les deux membres par b^b on obtient $\left(\frac{t}{b}\right)^b = b^{t-2b}$ (3). Comme $a - b^2 > 0$ alors $t > b$, donc $\frac{t}{b} > 1$ par conséquent $t - 2b > 0$ et finalement $\frac{t}{b} > 2$. Posons maintenant $t = nb$ avec n entier au moins égal à 3. L'équation (3) devient alors $n^b = b^{bn-2b}$ ou de façon équivalente $n = b^{n-2}$. Pour $n = 3$, $b = 3$, $t = 9$, $a = 27$. Pour $n = 4$, $b = 2$, $t = 8$, $a = 16$. Montrons pour finir qu'il n'y a pas de solution pour $n \geq 5$. Pour cela prouvons par récurrence que, pour $n \geq 5$, $2^n > 4n$. Pour $n = 5$ cela est vrai. Soit $n \geq 5$, si $2^n > 4n$ alors $2^{n+1} > 2^n + 4 > 4(n+1)$ car $2^{n+1} - 2^n > 4$. Donc pour $n \geq 5$, $2^{n-2} > n$; comme $b^{n-2} \geq 2^{n-2}$ alors $b^{n-2} > n$. Il n'y a finalement que trois couples (a ; b) solutions de l'équation (1) : (1 ; 1) ; (27 ; 3) ; (16 ; 2).

66-1 *(Louis Rivoallan)* :

Montrer que 1 est valeur d'adhérence de la suite de terme général $\cos^n n$.

Solution de Jean-Christophe Laugier :

Soit $(\frac{p_n}{q_n})$ la suite des réduites du développement en fractions continuées de $\frac{1}{2\pi}$. On a donc $\left|\frac{1}{2\pi} - \frac{p_n}{q_n}\right| < \frac{1}{q_n^2}$. Soit $|q_n - 2\pi p_n| < \frac{2\pi}{q_n}$. Donc, pour n assez grand, $\cos q_n = \cos(q_n - 2\pi p_n) > \cos(\frac{2\pi}{q_n})$. On montre d'autre part (développement limité d'une fonction composée) que $\ln(\cos x) = -\frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$ (x voisin de 0). D'où $\ln(\cos(\frac{2\pi}{q_n})) = -\frac{2\pi^2}{q_n^2} + o(\frac{1}{q_n^2})$ et par suite $q_n \ln(\cos(\frac{2\pi}{q_n})) = -\frac{2\pi^2}{q_n} + o(\frac{1}{q_n})$. Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} q_n \ln(\cos(\frac{2\pi}{q_n})) = 0$ soit $\lim\limits_{n\to+\infty} (\cos(\frac{2\pi}{q_n}))^{q_n} = 1$.

Comme $1 > (\cos q_n)^{q_n} > (\cos(\frac{2\pi}{q_n}))^{q_n}$ on a $\lim\limits_{n\to+\infty} (\cos q_n)^{q_n} = 1$. Cela prouve que 1 est valeur d'adhérence de la suite $(\cos q_n)^{q_n}$.