Edito

Revitaliser l'enseignement des mathématiques

Le 2 mai dernier, un rapport sur *l'enseignement des disciplines scientifiques dans le primaire et le secondaire* a été présenté à l'Assemblée Nationale par le député Jean-Marie Rolland. On peut le lire sur http://www.assemblee-nationale.fr/12/rap-info/i3061.asp. Il analyse la désaffection pour les études scientifiques universitaires et formule des propositions. En voici quelques-unes :

AU COLLÈGE

Rompre avec le cloisonnement des disciplines scientifiques en les faisant converger selon une approche pluridisciplinaire autour de thèmes communs.

Rendre obligatoires les activités d'investigation, d'observation et d'expérimentation dans une approche interdisciplinaire.

Mettre en valeur la dimension culturelle du savoir scientifique.

AU LYCÉE

Développer l'enseignement des mathématiques comme science vivante en interaction avec les autres sciences et se construisant sur des problématiques très variées.

Développer les laboratoires de mathématiques en s'appuyant sur les expériences en cours.

Créer et généraliser une option sciences en classe de seconde.

Recréer une véritable filière scientifique en première et terminale en allégeant les programmes dans les matières non scientifiques.

Introduire des épreuves d'évaluation des capacités expérimentales en mathématiques, en sciences et vie de la terre et en physique-chimie au baccalauréat scientifique.

Consacrer un temps suffisant aux activités de recherche et d'investigation qui favorisent le développement des capacités de raisonnement et de construction des savoirs.

Réintroduire l'épreuve de mathématiques au baccalauréat en terminale littéraire, au besoin en réduisant le volume horaire dans d'autres matières.

À L'IUFM

Introduire dans les concours de recrutement de mathématiques et de sciences de la nature des épreuves obligatoires permettant de mesurer la réalité d'une culture scientifique, historique et technologique.

Rendre obligatoire la formation continue des enseignants du primaire et du secondaire, cette formation étant prise en compte dans l'évolution des carrières.

À L'UNIVERSITÉ

Mettre en place une politique de prérecrutement des futurs enseignants du secondaire, assorti d'une indemnité de préparation à l'enseignement secondaire.

On voit que ces propositions rejoignent celles de l'APMEP, qui a d'ailleurs été auditionnée par la commission parlementaire. Voilà qui est encourageant, même si, pour le moment, ce ne sont que des propositions...

Louis-Marie BONNEVAL

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie associative : La Rochelle 2008	p. 2
Vie de l'IREM	p. 3
Colloque AIMS	p. 4
Jeux, nombre et formes - "Troc de trucs"	p. 4
Rallye Mathématique Poitou-Charentes	p. 5 à 8
Palmarès du Rallye - Perles dans nos copies	p. 9
Olympiades académiques	p. 9
Rubricol'age	p.10 à 12

Association des Professeurs de Mathématiques de l' Enseignement Public

APMEP

79 86 17 16

Régionale de Poitou-Charentes

n°65

Juin 2006

Dispensé de timbrage

Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

PRESSE
DISTRIBUÉ PAR
LA POSTE

DÉPOSÉ LE 19-06-2006

FREDERIC DE LIGT
3 RUE DE LA PIERRIERE
17270 MONTGUYON
0202

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1 € .
Abonnement 1 an (4 numéros) : 3,5 €.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur de la publication	Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction ...	C. BLOCH, S. PARPAY, J. FROMENTIN, F. DE LIGT
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P.	n° 0508G88007
Dépôt légal	Juin 2006

La Rochelle 2008

Rappelons que l'assemblée générale du 7 décembre dernier de notre Régionale a proposé d'organiser les Journées Nationales de l'APMEP en 2008 à La Rochelle. Corol'aire vous informera régulièrement de la préparation de ces Journées.

Compte rendu de la réunion du 7 juin 2006

Chaque commission a indiqué ce qui a été fait depuis la dernière réunion globale (1er février), puis nous avons travaillé à partir du BGV annonçant les Journées de Clermont, ainsi que du document bilan des Journées de Poitiers 93 (répartition des tâches, échéancier).

Finances : Un compte "Journées APMEP La Rochelle" a été ouvert au Crédit Agricole de Poitiers.

Dates : confirmées les 25,26,27 octobre (après publication mi-mai du calendrier scolaire).

Espace Encan : réservé pour le samedi 25 octobre matin (accueil, conférence inaugurale) et le lundi 27 octobre après-midi (assemblée générale, conférence finale).

Restauration et hébergement : le CROUS peut assurer la restauration de tous les congressistes dans un seul RU. Pour les hôtels, nous passerons par l'office du tourisme de La Rochelle. Autres possibilités : l'auberge de jeunesse, la résidence Club La Fayette, la Sapinière à Angoulins (5 km), le camping proche.

Logo et affiche : Denise Sabourin (collègue d'arts plastiques de Dominique Souder) fera plancher ses élèves sur des projets qu'elle pourrait nous soumettre en janvier prochain.

Emploi du temps : 3 (ou 4 ?) temps de conférences (1h30), 3 temps d'ateliers (1h30), 4 plages associatives (Régionales, débats-actualités, commissions, assemblée générale).

Conférences et ateliers : le thème "***Mathématiques en construction***" peut se décliner de trois façons : histoire et développement des mathématiques, construction des savoirs mathématiques chez l'élève, rôle des mathématiques dans la construction. On recueille toutes les suggestions concernant ces thèmes. Penser aussi aux expositions pédagogiques (ExpoCube, André Louinard...).

Exposants : au Technoforum si l'Université est d'accord. Penser aux éditeurs, aux fabricants de calculatrices et de matériel informatique, à l'APMEP nationale et aux IREM, aux libraires et fabricants locaux de matériel, aux vendeurs de produits locaux. Prévoir des temps suffisants pour que les congressistes puissent les voir.

Matériel : prévoir le matériel pour installer les stands des exposants. Voir avec l'Université la possibilité d'utiliser une ou deux photocopieuses, et des ordinateurs. Pour les ateliers, il faudra emprunter ordinateurs, vidéo-projecteurs, rétro projecteurs aux établissements scolaires de La Rochelle.

Transports : Les distances à parcourir se font facilement à pied. Il y a un bus de la gare à l'Université. Il y aura besoin de cars pour les activités loisirs. Voir ce que peut faire la mairie (ainsi que pour le fléchage).

Logiciel et site : Samuel Dussubieux va étudier le logiciel d'inscription et mettre à jour la page "Journées 2008" de notre site. Il faudrait notamment créer un forum accessible à l'équipe "Journées".

Excursions possibles

Demi-journée : la vieille ville ; La Rochelle maritime ; port de pêche et de commerce ; thématiques variées (à voir) ; musées ; l'Aquarium.

Journée : l'île de Ré ; Rochefort ; Brouage ; Marennes-Oléron ; le Marais Poitevin ; éventuellement Cognac ou l'art roman en Saintonge.

Pour le 4e jour : Fort Boyard + île d'Aix.

Soirée payante : « Le tour du veilleur » dans La Rochelle.

Animation gratuite le premier soir : des extraits d'une pièce de théâtre en rapport avec les mathématiques, par des élèves du lycée Valin de La Rochelle (professeur de théâtre Christian Bel) (45 minutes) ; suivis d'un spectacle de magie mathématique, par Dominique Souder, professeur au lycée Valin, et ses élèves (1h 15 min)

Banquet : Trouver une salle assez grande, contacter un traiteur. Des collègues (dont J-M Bernat qui fait partie d'un groupe) vont étudier la possibilité de faire l'animation musicale.

Présentation de La Rochelle à Besançon : distribution de caramels à la fleur de sel de l'île de Ré ? Montage vidéo de présentation de La Rochelle ? Chanson ?

Accueil enfants des congressistes : voir les Francas.

Budget : L-M. Bonneval et J. Chayé ont essayé de l'affiner. Le coût des Journées est assez bien encadré par le National (notamment avec la cagnotte glissante). L'année qui vient, il nous faudra rencontrer les financeurs et sponsors éventuels. Certaines aides peuvent être en nature (prêt de locaux ou de matériel, valisettes ...).

Document de présentation : Louis-Marie l'a un peu revu (thème, budget).

Prochaine réunion : Aux Journées de Clermont, nous notons tout ce qui nous paraît intéressant ou problématique dans l'organisation. Réunion de la Régionale le jeudi 26 octobre à 16h. Puis rendez-vous le **mercredi 15 novembre à 15 h à La Rochelle (pôle sciences).**

L-M. Bonneval

Journées de l'APMEP

CLERMONT-FERRAND

du jeudi 26 au samedi 28 octobre 2006.

Les mathématiques : un volcan actif ?

Appel

La régionale cherche à constituer une collection complète de Bulletins Verts. Elle cherche notamment les numéros 1 à 178. Si un collègue en possède des exemplaires et accepte de s'en dessaisir, merci de nous contacter à apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr

Vie de l'IREM

Quels moyens pour prendre du recul dans notre métier ?

Comme toute activité humaine, celle d'enseignant risque l'enfermement dans une routine si on ne prend pas le temps de s'interroger, de prendre du recul, et de confronter ses pratiques à celles d'autres collègues.

Quels moyens nous donnons-nous pour cela ?

Il y a, bien entendu, la lecture de revues spécialisées, comme celles de l'APMEP ou celles de vulgarisation, et la consultation de sites Internet.

Rappelons à chacun que la revue trimestrielle Repères-IREM propose des articles de fond émanant pour la plupart des travaux des IREM. Cette revue possède un comité de lecture (comportant des universitaires et des enseignants de terrain comme Jean-Paul Guichard).

Son site http://www.univ-irem.fr/commissions/reperes vous permettra de voir la richesse et la diversité des articles, certains émanant de l'IREM de Poitiers (voir numéros d'octobre 2004, avril et juillet 2006...). Elle est bien sûr consultable à l'IREM, mais pour pouvoir la consulter facilement pensez à faire abonner votre CDI, ou abonnez-vous vous-mêmes !

Un autre moyen, pour les plus motivés, est de participer aux travaux de l'IREM de Poitiers, nos équipes sont ouvertes. Voir les articles « Vie de l'IREM » de Corol'aire, le site de l'IREM (http://irem.univ-poitiers.fr/irem) ou contacter un des membres de l'équipe.

Mais pour tous, il y a les stages de formation continue. Trop souvent, ceux-ci sont négligés car jugés non prioritaires par rapport à la présence devant les élèves. Attention ! C'est notre avenir qui est en jeu. Et cela mérite de s'organiser pour pouvoir se libérer, quelles qu'en soient les difficultés.

Chaque année, à la rentrée, il est demandé à chacun de s'inscrire dans les stages dits « d'offre de formation ». De plus, pour les stages dits à « public désigné », il est préférable que ce soit l'équipe de mathématiques qui propose un participant, plutôt que d'attendre une désignation arbitraire venue d'en haut...

Nous vous conseillons donc si possible dès réception de ce journal, et au plus tard avant la rentrée, de consulter les propositions de stages, soit sur le site académique, soit sur le site de l'IREM (http://irem.univ-poitiers.fr/irem) où vous trouverez à partir de fin juin, un calendrier prévisionnel (par contre, les lieux ne pourront être affichés que courant octobre après réception de l'accord des établissements). Surtout, n'oubliez pas d'en discuter en équipe d'enseignement le jour de la prérentrée, et d'inciter chacun à s'inscrire à un ou deux stages (les textes nous incitent à trois jours de formation par an)...

Quelques précisions :

Pour l'année qui s'achève, le stage maths et TICE comportait deux niveaux. L'an prochain, il n'y aura qu'un seul intitulé. Ce stage sera ouvert à tous les professeurs ayant déjà une pratique minimale des logiciels (logiciels de géométrie et tableurs). Ce n'est pas un stage de formation initiale à un ou des logiciels (niveau 0). L'objectif reste l'analyse d'activités déjà élaborées sous l'angle de la pertinence, ainsi que le choix et la réalisation d'activités qui seront expérimentées en classe : au moins une pour ceux qui sont de niveau 1 et qui font ce stage pour la première fois, plusieurs activités qui couvrent un thème pour le niveau 2. Ceux qui ont déjà fait Math et TICE 1 ou 2, peuvent se réinscrire. La formation tentera de s'adapter.

Le stage "Des statistiques aux probabilités" est conçu pour les enseignants de lycée, mais est également ouvert, dans la limite des places disponibles, aux enseignants de collège désireux de compléter leur formation sur ce thème et de comprendre les enjeux de l'enseignement des statistiques descriptives au collège.

De même les stages : "Histoire des perspectives et géométrie dans l'espace" et "Polynômes, calcul formel et robotique" sont ouverts à l'ensemble des enseignants de mathématiques en collège et lycée.

Jean SOUVILLE, directeur de l'IREM.

Une fin d'année très dense à l'IREM.

Comme indiqué dans les numéros précédents, l'IREM de Poitiers s'est lancé avec d'autres équipes IREM, sur un projet très ambitieux soutenu par l'INRP : "Refonder l'enseignement des mathématiques dans le secondaire".

Le 14 avril dernier, nous avions une intense journée de travail avec Yves Chevallard, venu spécialement de Marseille. Ce sont ses idées qui ont servi de point de départ à nos réflexions.

La confrontation a été riche et fructueuse. Notre travail s'est poursuivi, à la fois au niveau théorique (sous l'angle de la didactique et de l'épistémologie) et au niveau de la mise en œuvre pratique dans les classes. Le résultat a impressionné les autres équipes IREM lors d'une rencontre à La Grande Motte, les 12 et 13 mai derniers. Nous n'en sommes pourtant qu'au début...

Ceci sans négliger pour autant nos formations et nos autres chantiers comme l'Atelier de Culture Scientifique (où nous sommes revenus sur la radio-activité avec des textes de Rutherford ainsi que sur la Relativité), et la rédaction d'une nouvelle brochure "Enseigner les Maths 3"...

Jean SOUVILLE, directeur de l'IREM.

Manuel Bréal de Terminale S

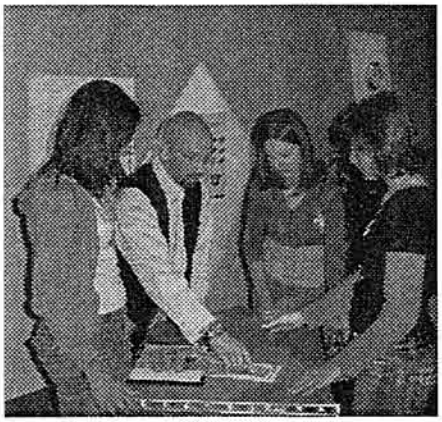
Les manuels de mathématiques Bréal ont été réalisés par une équipe de l'IREM de Poitiers, dont j'ai assuré la coordination. J'ai appris fin mai de l'éditeur que le manuel de Terminale S (enseignement obligatoire) était épuisé et ne serait pas réimprimé.

Dans les établissements où ce manuel a été choisi, les élèves qui n'auraient pu l'acquérir d'occasion pourront à la rentrée en obtenir une version photocopiée, pour un prix (coûtant) de l'ordre de 12 euros (inférieur au prix du manuel neuf). Bien entendu, cette initiative des auteurs a l'aval de l'éditeur. La régionale APMEP servira d'intermédiaire, fournissant une facture qui permettra d'utiliser le chèque-livre de la Région (pour plus d'informations, envoyez un message à l'adresse : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr. Je précise que les autres manuels de mathématiques Bréal (2de, 1e S, 1e ES, TS spécialité, TES) ne sont pas épuisés.

Jean-Claude Thiénard, Directeur de collection

Jeux, nombres et formes

En mai, l'exposition a accueilli environ 1 000 personnes : 46% en groupe et donc 54% en individuel, parmi ceux-ci autant d'adultes que d'enfants. Les groupes venaient essentiellement de collèges (niveau 6ème et 5ème). Le 1er juin les PLC2 y ont fait un passage.



Un des animateurs avec un groupe d'élèves

Début juin on notait les réservations suivantes : sept classes de collèges (Niort plusieurs classes, Le Blanc, Jaunay-Clan plusieurs classes), une classe de seconde du Lycée des Feuillants, sept classes de CM1 et/ou CM2 (Buxerolles, Poitiers, Biard, Migné-Auxances et Marigny 79).

Voici quelques morceaux choisis du livre d'or (avec les fautes d'orthographe, c'est plus vrai que nature !) :

- C'était bien parce que je me suis bien amuser et en plus j'ai appris des choses !
- C'était super, j'ai beaucoup appréciée ! La dame était très sympa, d'habitude je n'aime pas trop les maths. C'est la première fois que je suis si intéressée. Bravo ! Cécilia.
- Merci beaucoup pour tout le temps que vous avez accordé et pour votre grande gentillesse. Merci pour m'avoir appris de nouvelles choses. Et en plus j'adore les maths. Alexandre
- Merci pour les mathématiques parce que sa améliore les gens qui son pas très bons en maths !
- Les cubes c'était super même si le cube jaune est dûre. Tom
- Accueil super, les neurones ont chauffé !
- J'ai beaucoup aimé les problèmes et l'expo était géniale.

Edith CIROT, Espace Mendès-France

Rassemblement planétaire à Poitiers !

Les Mathématiques Appliquées de l'Université de Poitiers organisent du 25 au 28 juin un grand Colloque rassemblant… d'autres mathématiciens appliqués, bien sûr ! sur le thème « Systèmes dynamiques, Équations différentielles et applications ».

Ce Colloque, soutenu par la Région Poitou-Charentes, le Département de la Vienne et la Communauté d'Agglomération de Poitiers est un Colloque récurrent qui a lieu tous les deux ans sous la houlette de l'AIMS (American Institute of Mathematical Sciences) aux Etats-Unis et, pour la première fois, il se tiendra en Europe… à Poitiers. Il y a déjà 650 inscrits ce qui, pour les Maths, est un très gros Colloque – si le Congrès de l'APMEP rassemble entre 700 et 1100 participants, les Journées Arithmétiques par exemple, qui sont le grand raout des Théoriciens des Nombres, attendent 200 personnes et on considère que c'est déjà beaucoup. Tout cela nécessite une organisation complexe, surtout cette année qui voit cours et examens universitaires se terminer tardivement en raison du CPE, et donc salles et Amphis se libérer frileusement.

Les collègues arriveront de partout, de Nouvelle-Zélande, du Burkina, des Emirats Arabes Unis (une dame, s'il vous plaît !), des Etats-Unis, de Chine et de toute l'Europe ; et s'il sera surtout question de maths, ce sera aussi l'occasion de montrer ce que nous savons faire… en matière de fromage de chèvre et de farci poitevin.

Anne Bertrand

Pour de plus amples informations, vous pouvez aller à l'adresse suivante : http://www-math.univ-poitiers.fr/AIMS2006/

Troc de trucs

Dans cette rubrique, nous vous proposons d'échanger des trucs ou des illustrations qui permettent aux élèves de mémoriser ou de visualiser une formule, un résultat, une démarche. Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique.
Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : chantal.gobin@wanadoo.fr

1. Pour ne pas confondre angles complémentaires et angles supplémentaires :

Insister sur les débuts "phonétiques" des mots : COMplémentaire et QUAtre-vingt-dix d'une part, SUpplémentaire et CENT-quatre-vingt d'autre part.

2. Pour retenir les formules d'addition pour les fonctions cosinus et sinus :

Imaginer que seuls les « Cosinus » sont **racistes** (ils ne se mélangent pas avec les « Sinus ») et **méchants** (ils changent les signes + en – et les signes – en +). Ainsi

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

3. Pour retrouver le périmètre d'un cercle ou l'aire d'un disque :

Utiliser le célèbre poème de Marcel Pagnol

« La circonférence est fière
D'être égale à 2π R,
Et le disque est tout joyeux
D'être égal à π R deux. »

4. Pour distinguer l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées :

Utiliser l'ordre alphabétique

Abscisse	Ordonnée
*H*orizontal	*V*ertical
Cosinus	Sinus

Rallye Mathématique

Poitou-Charentes 2006

Vous trouverez le palmarès à la page 9.

Bilan

La participation

Pour apprécier la participation à cette édition 2006 du Rallye, il faut se baser sur les inscriptions préalables aux événements concernant le CPE. La participation des lycées est constante : 13 établissements (+1) pour 37 classes (+1). En revanche elle est inquiétante pour les collèges : 6 établissements (- 6) pour 12 classes (- 10). À la suite des remarques que nous font les collègues sur la non participation de leur classe, on peut affirmer que cette baisse est due à des conditions de travail, en mathématiques, de plus en plus difficiles : d'une part, beaucoup d'heures sont perdues par des voyages, de nombreuses actions à caractère culturel ou social, et d'autre part le niveau et l'ambiance de classe freinent la participation au Rallye. Un autre indicateur très significatif est que sur les 12 classes de troisièmes inscrites, seules 5 ont réellement fait l'épreuve, alors que les collèges étaient peu concernés par les événements qui ont perturbé l'épreuve dans les classes de seconde.

En ce qui concerne les lycées, 22 classes sur les 37 inscrites ont passé l'épreuve, avec, pour certaines classes des effectifs très réduits (8 élèves présents, nous signale un professeur sur le dossier). Plus précisément, c'est le nombre de classes par lycée qui a été réduit du fait des événements, seul deux lycées inscrits n'ayant pu participer.

Les productions

Les points se sont étalés de 33 à 65 sur un total de 155 en Troisième et de 42 à 139 sur un total de 180 en Seconde (moyenne : 85 et médiane : 80). On observe que l'épreuve a été à peu près bien réussie en Seconde. En revanche les scores sont très faibles en Troisième. Nous nous sommes rendu compte, à la lecture des dossiers, que certains problèmes étaient manifestement d'un traitement trop difficile, même si ces problèmes ne faisaient pas appel à des connaissances très poussées. Compte tenu de la faiblesse de la participation et des résultats en classe de troisième, la question de l'évolution du rallye se pose.

Que le rallye évolue ou non, nous lançons à nouveau un appel à contribution pour ce rallye auprès de tous les collègues : propositions d'exercices ou participation à l'équipe organisatrice.

Commentaires sur les problèmes.

Compte tenu de la faible participation des classes de troisième, contrairement aux années précédentes, nous ne donnerons que le pourcentage de réussite des classes de seconde. Réussite ne veut pas dire obtention de la totalité des points attribués au problème : un travail important et significatif a été fait, amenant une solution proche de la réussite totale.

1. **Ératosthène** (77 %). Les recherches sont assez complètes. Nous attendions essentiellement la mesure du méridien terrestre et le crible des nombres premiers, avec toutefois des explications. Nous avons aussi eu droit au mésolabe , procédé mécanique qui permet (de façon approchée) la duplication du cube et à l'évocation de ses recherches sur l'inclinaison de l'écliptique ou de l'établissement d'un catalogue d'étoiles et de constellations. Une classe a cru qu'Ératosthène était resté dans sa cité natale pour voir se refléter le soleil au fond du puits ! Cyrène et Syènes ne sont pas très loin en effet l'une de l'autre, phonétiquement parlant ! Nous avons aussi appris qu'Ératosthène avait « *démontré le théorème des nombres premiers* ». Nous portons cette information à Jean-Paul Delahaye qui l'a omise dans son merveilleux livre « Merveilleux nombres premiers » (Belin – Pour la science).

Deux dossiers ont particulièrement retenu notre attention ; nous avons eu droit à deux entretiens, avec Ératosthène lui-même pour une classe, et avec son esprit pour l'autre classe. Ces deux classes ont retenu l'idée de l'article de presse que nous avions émise en présentant cette recherche documentaire dans l'épreuve d'entraînement.

2. **Commémorations** (36 %). Si cette recherche n'a pas enthousiasmé les classes, elle nous a au moins apporté des informations intéressantes. Nous avons pu glaner au fil des dossiers que Benjamin Franklin est né en 1706, que Charles de Coulomb est mort en 1806, que 1906 a vu la naissance des mathématiciens André Weil et Jean Dieudonné, membres fondateurs du groupe Bourbaki, que le chimiste Henri Moissan et le physicien Joseph John Thomson ont été prix Nobel cette même année. C'est aussi en 1906 qu'Alzheimer a identifié la maladie qui porte son nom et que la bouteille Thermos a été inventée par Sir James Dewar.

L'anniversaire des 250 ans de la mort de Mozart a inspiré une classe qui a composé un poème pour introduire ses quatre problèmes. Cet anniversaire a autorisé une autre classe à considérer des moitiés de siècle avec l'anniversaire de la mort d'Irène Joliot-Curie en 1956. Mais aucune classe n'a signalé que Pierre Curie est mort brutalement en 1906, écrasé par un camion.

Outre ces commémorations, les classes ont en général des difficultés à construire un problème numérique. Souvent, le texte du problème ne permet pas de trouver la réponse attendue, et la solution proposée utilise parfois la réponse pour montrer que le texte est exact.

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU - CHARENTES - 4 avril 2006

1 ÉRATOSTHÈNE (15 points)

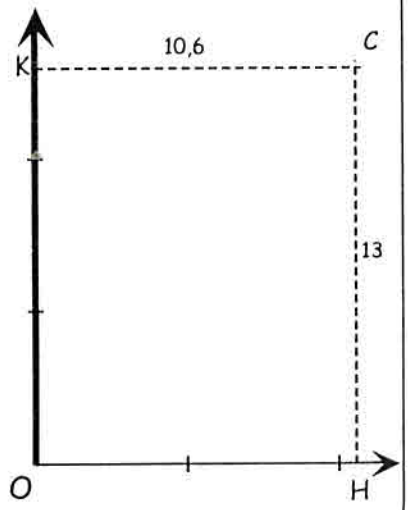
À partir de vos recherches, présentez un dossier d'une à deux pages sur Ératosthène, dans lequel devront figurer les renseignements suivants :
- Époque à laquelle il a vécu : dates et lieux de naissance et de décès.
- Ses activités professionnelles : leurs natures et les lieux dans lesquels il les a exercées.
- Ses recherches scientifiques : leurs natures et les lieux dans lesquels il les a menées.

2 Commémorations (5 points par problème - maximum 15 points)

Nous vous proposions, dans l'épreuve d'entraînement, des petits problèmes commémorant le centenaire de la mort de Jules Verne en 2005.
Quelle commémoration d'auteurs ou d'évènements scientifiques avez-vous choisie pour 2006 ?
Donnez-nous les problèmes que vous avez imaginés et leur solution.

3 Poursuite (15 points)

Léa Broutille parcourt un sentier longeant un champ. Elle marche d'un pas régulier à 7,2 km/h. À midi, elle est au point O et se dirige vers K. Son chien, Bourbaki, se trouve au point C (10,6 ; 13).
OH = 10,6 m et OK = 13 m.
Voulant rejoindre sa maîtresse, il procède ainsi : la première demi-seconde, il se dirige vers O. Il arrive ainsi au point C Mais Léa Broutille est alors en B_1. Bourbaki répète le manège : il se dirige vers B_1 pendant la demi-seconde suivante et arrive en C_2 alors que Léa Broutille arrive en B_2 et ainsi de suite. Une fois sur le sentier, Bourbaki doit y rester jusqu'à rejoindre sa maîtresse.
Sachant que la vitesse de Bourbaki est de 10,8 km/h, à quelle heure rejoindra-t-il sa maîtresse et à quelle distance de O ?
NB : Ce problème se résout graphiquement (échelle 1 cm pour 1 m). La qualité du tracé a, ici, une importance fondamentale.

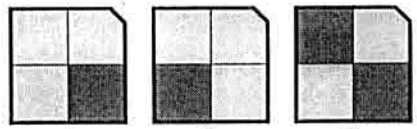


4 Énigme numérique (5 points)

A et B sont deux entiers naturels compris entre 0 et 100. On sait que :
* 111 est un multiple de A ;
* A – B est un entier divisible par 10 ;
* B est le cube d'un entier.

Retrouvez A et B. Existe-t-il plusieurs solutions ?

9 Coloured squares (15 points) / Cuadrados cromáticos / farbige Rechtecke



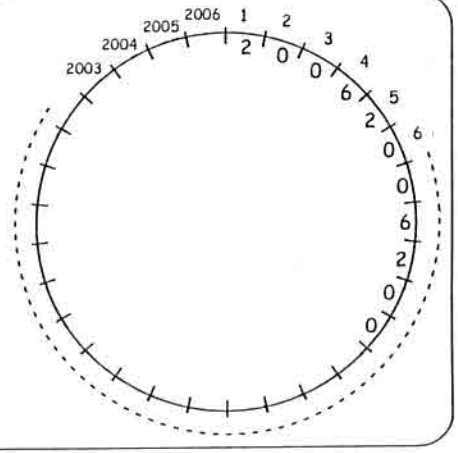
This game consists of 16 different square pieces, which are divided into four square parts coloured in yellow or green. These parts are orientated : the cut corner must always be in the top right-hand corner. Consequently parts A and B (see the shape above) are different.
Draw, colour, and cut those 16 pieces. Put these pieces in the shape of a square, and make sure that their orientation is such as 2 neighbouring zones are the same colour.

Este juego se compone de 16 piezas cuadradas distintas, divididas en cuatro zones cuadradas de color amarillo o verde. Estas piezas son orientadas : el rincón cortado siempre debe colocarse arriba y a la derecha. Así las piezas A y B (figura de arriba) son distintas.
Dibujad, coloread y recortad estas 16 piezas. Disponed estas piezas según un cuadrado, respetando su orientación y de tal manera que, en su yuxtaposición, dos zonas vecinas sean del mismo color.

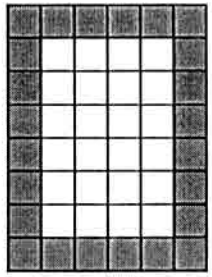
Dieses Spiel zählt 16 verschiedene viereckige Stücke. Jedes Stück besteht aus vier rechteckigen grauer oder grünen Zonen. Bei diesen Stücken soll sich die abgeschnittene Ecke immer oben rechts befinden. So sind stücke A und B (siehe überstehende Figur) anders.
Zeichnen Sie, malen Sie und schneiden Sie diese 16 Stücke. Ordnen Sie diese Stücke in ein Viereck an (die abgeschnittene Ecke soll sich immer oben rechts befinden) so dass zwei nebeneinanderstellende Zonen dieselbe Farbe haben.

10 Le disque (15 points)

Un cercle est partagé en 2006 arcs numérotés de 1 à 2006. L'arc 1 porte le chiffre 2, les arcs 2 et 3 portent le chiffre 0, l'arc 4 porte le chiffre 6 et ainsi de suite. Puis on fait subir à ces chiffres les transformations suivantes : tous les 2 deviennent des 6, les 0 qui côtoient un 2 deviennent 2 et tous les autres chiffres deviennent 0. Et on répète cette opération 2006 fois.
Quel chiffre y aura-t-il sur l'arc numéro 2006 au bout de 2006 coups ?



5 Cour de Mat et Matic (10 points)



La cour rectangulaire ci-contre est composée d'autant de carreaux rouges sur le pourtour que de carreaux ivoire à l'intérieur.
Mat et Matic ont aussi une cour rectangulaire, de dimensions différentes et dont le périmètre est 2006 cm. Ils la pavent avec les mêmes carreaux carrés de 59 cm de côté en choisissant les mêmes couleurs : rouge sur le pourtour, et ivoire à l'intérieur. Ils constatent alors qu'il y a, comme dans l'autre cour, autant de carreaux de chaque couleur.
Quelles sont les dimensions de leur cour ?

6 Le piano extraterrestre (15 points)

Dans ce monde lointain, les habitants adorent le piano et sont très habiles de leurs trente doigts. Contrairement à nos pianos, les leurs n'ont pas de touches noires, et ont par contre beaucoup plus de touches blanches.
Sur leur piano, ils jouent des triplets de notes de la façon suivante : ils commencent par une note, puis soit ils la rejouent, soit ils jouent une des touches immédiatement à côté, et ils répètent cette opération une seconde fois.
Combien y a-t-il de triplets possibles commençant par une touche d'une extrémité du clavier ? Et pour les autres touches ?
Sachant qu'il existe 2006 triplets différents de notes sur cette planète, combien de touches a leur piano ?

7 Mauvaise entente (10 points)

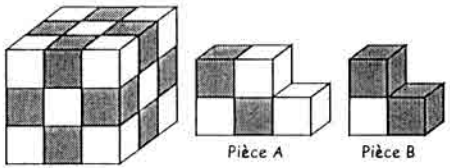
Alex et Alain Térieur se promènent à bicyclette à la vitesse de 18 km/h tout en bavardant. Mais ils en viennent à se disputer, et Alain, très en colère, part à la vitesse de 42 km/h, laissant Alex continuer à la même vitesse.
Au bout de 5 minutes, Alain a des remords : il se rend compte qu'il a eu tort de s'emporter. Voulant s'excuser auprès de son ami, il fait demi-tour et rejoint Alex à la vitesse de 30 km/h.
Quelle distance Alex a-t-il parcourue tout seul ?

8 Une devinette bien cachée (10 points)

Lagos demande à sa sœur Arsinoé :
« Pose-moi la question que tu veux, je suis bien certain d'y trouver la réponse sans tarder ! »
- Tu sembles bien sûr de toi. Je vais y réfléchir… »
Quelques instants plus tard :
« Voici ma question, elle est cachée sur cette bande de papier. Pour la découvrir, tu n'auras besoin que des outils qui garnissent ta trousse d'école. Je connais ton empressement. Aussi je te donne un conseil : une fois la bande découpée, tu pourras ranger tes ciseaux. Je ne doute pas que tu trouveras la réponse à ma question dès que tu l'auras déchiffrée ! »
Le message codé d'Arsinoé est reproduit ci-dessous. Aidez Lagos à reconstituer le message et à y répondre

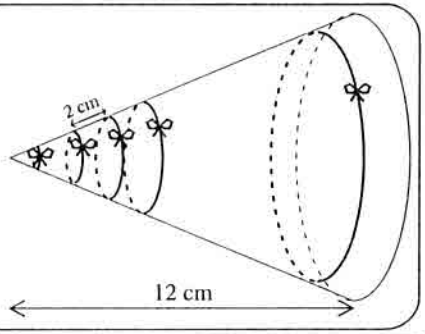
A S E T T V I R H - E Q E A E I C U C T N L U E L O E ? L E S S S - A -

11 Jouons aux cubes (5 points)



En utilisant des pièces A et des pièces B, on désire construire un cube plein de côté 3 où les petits cubes unités blancs alternent avec les petits cubes unités noirs (dessin ci-contre). On dispose d'autant de pièces A et B qu'on le souhaite.
Cette construction est-elle possible ?

12 Exercice bien ficelé (10 points)



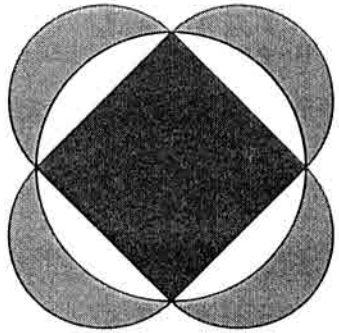
Un rôti a la forme d'un cône de 12 cm de hauteur. Sa base a un diamètre de 10 cm. Le boucher ficelle ce rôti en l'entourant par des cercles de ficelle tous les 2 cm à partir de la base. Il ferme chaque cercle avec un nœud qui utilise 0,8 cm de ficelle.
Quelle longueur de ficelle le boucher a-t-il utilisée ?
Donnez la valeur approchée par excès à 1cm près de la longueur de la ficelle.

Supplément pour la classe de Seconde

13 Des calculs pour cette année (15 points)

1) Trouvez deux nombres entiers A et B positifs tels que $A > B > 20$ et $AB = 2\,006$.
2) Trouvez quatre nombres entiers a, b, c et d positifs ou nuls tels que $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = A$.
3) Trouvez quatre nombres entiers e, f, g et h strictement positifs tels que $e^2 + f^2 + g^2 + h^2 = B$ (*certains de ces nombres peuvent être égaux*).
4) Calculez les nombres P, Q, R et S tels que :
$P = ae + bf + cg + dh$.
$Q = af - be + ch - dg$.
$R = ag - bh - ce + df$.
$S = ah + bg - cf - de$.
5) Calculez le nombre $T = P^2 + Q^2 + R^2 + S^2$.

14 Il y a le ciel, le soleil et la mer (10 points)



Pour montrer que les vacanciers profitent autant du ciel et du soleil que de la mer, une commune du littoral a choisi le logo ci-contre construit à partir d'un carré inscrit dans un cercle, avec quatre demi-cercles de diamètres les côtés du carré.
L'ensemble des croissants (zone gris clair) représente le ciel et le soleil, et le carré (zone foncée) représente la mer.
Est-ce que les deux zones, claire et foncée, ont bien la même aire ?

3. **Poursuite** (59 %). Nous devons tout d'abord faire amende honorable pour l'erreur que nous avons faite dans le texte : la vitesse de Bourbaki était de 10,8 km/h et non de 10 km/h ! Bien sûr, cette erreur de donnée numérique ne remettait pas en cause le principe de la résolution du problème, mais augmentait sérieusement les difficultés du traitement numérique. Aussi, dans l'attribution des points, nous avons tenu compte essentiellement de la méthode. Cette erreur est corrigée dans la version ci-jointe.

4. **Énigme numérique** (68 %). Ce pourcentage de réussite comprend aussi les classes qui n'ont pas pensé à l'autre solution (1 ; 1). C'est dire si ce problème qui nous paraissait facile ne l'a pas été pour tous. Les notions d'arithmétique ne sont pas toujours au point : confusion entre multiple et diviseur ou méconnaissance du critère de divisibilité par 3 entraînant l'erreur que 111 est un nombre premier !

5. **Cour de Mat et Matic** (14 %). Ce problème ne nous paraissait pas trop difficile, et pourtant le résultat est sans appel. La décomposition de 2006 en produit de facteurs a-t-elle posé problème ? Le pourcentage monte cependant à 36 % si on prend en compte les classes qui ont fourni la réponse sans donner d'explication. C'est tout de même peu.

6. **Le piano extraterrestre** (18 %). Si nous pensions que ce problème allait poser des difficultés, nous n'avions pas tout à fait tort. Mais signalons toutefois que deux classes de troisième sur les cinq l'ont parfaitement réussi ! Les principales erreurs rencontrées sont à vrai dire des oublis : oubli de prendre en compte les avant-dernières touches du clavier qui avaient, comme les touches extrêmes, un statut particulier, et oubli du triplet AAA, A désignant une touche, dans les trois cas à considérer. Dans la résolution de ce problème, il fallait faire preuve de méthode. Certaines classes ont utilisé des arbres pour dénombrer les possibilités.

7. **Mauvaise entente** (32 %). Le pourcentage de réussite monte à 59 % si on prend en compte la seule réponse. Beaucoup d'erreurs de lecture dans ce problème. Des difficultés rencontrées au niveau des vitesses relatives. Signalons deux essais intéressants de résolution à l'aide d'un graphique. Malheureusement, les unités choisies sur chaque axe étaient trop petites pour permettre de conclure de façon précise.

8. **Une devinette bien cachée** (100 %). La totalité des classes a décodé le message ; seules deux classes se sont trompées dans la réponse à la question posée dans le message. Nous retenons ce style de problème pour une autre année ! Une classe nous a même fourni le crayon avec la bande collée sur celui-ci. Cette **scytale**, une des premières techniques de cryptographie utilisée par les Grecs au V^{ème} siècle avant J.-C., était connue aussi sous le nom de Bâton de Plutarque.

9. **Carrés chromatiques.** Si 45 % des classes ont trouvé les 16 pièces, 18 % ont réalisé un carré respectant la règle de juxtaposition. Le problème a souvent été mal compris et ce n'est pas lié au fait que le texte n'était pas écrit en français, car de nombreuses pièces étaient en double triple ou quadruple exemplaires. Si la solution donnée par ailleurs est étendue au tore, deux classes ont donné une solution sur le cylindre (règle de juxtaposition étendue à deux bords opposés du carré).

10. **Le disque.** Ici, les pourcentages n'auraient pas de sens puisqu'une seule classe a réussi ce problème ; une deuxième classe a fourni une analyse pertinente du problème sans pouvoir conclure. La résolution du problème ne se limitait pas à une simple division euclidienne. Du fait que 2006 n'est pas divisible par 4, une zone d'irrégularité apparaissait entre l'arc 2006 et l'arc 1. Le traitement de ce problème était manifestement difficile pour des élèves de seconde.

11. **Jouons aux cubes.** Si 77 % des classes ont donné la bonne réponse, seulement 36 % ont donné une explication correcte, parfois laborieuse. Les principales erreurs sont les suivantes : non prise en compte de l'alternance des couleurs, travail sur les faces seules et oubli du cube noir intérieur.

12. **Exercice bien ficelé.** 41 % des classes ont traité correctement le problème, même si les calculs approchés ont rendu difficile le traitement numérique et donné des résultats trop approximatifs. C'est dans de tels problèmes qu'on observe l'intérêt du traitement globalisé et du calcul exact poussé jusqu'au résultat final.

13. **Des calculs pour cette année** (77 %). Bonne réussite à ce problème. Bien sûr les élèves ne se sont pas rendus compte qu'ils trouveraient 2006 quels que soient les choix faits pour a, b, c et d d'une part et e, f, g et h d'autre part.

14. **Il y a le ciel, le soleil et la mer** (23 %). Ici c'est le calcul littéral qui était le mieux adapté, et le choix de $2a$ pour côté du carré facilitait vraiment le calcul. Nous devons ici aussi faire amende honorable avec les zones grisées qui, de claires et de foncées sur le document original, sont devenues noires à la photocopie. Le texte a cependant permis aux élèves de s'approprier correctement le problème.

Remerciements.

Nous remercions Nathalie Rossi, Ingrid Tourenne et Ghyslaine Tehery du lycée Berthelot de Châtellerault, qui ont assuré la traduction du problème trilingue, Messieurs Harry Christophe et François La Fontaine, IPR de Mathématiques, M. Jean Souville, directeur de l'IREM de Poitiers et Mme Marie-Claude Linard, secrétaire de l'IREM, pour le soutien logistique qu'ils nous ont apporté. Nous remercions également le Conseil régional Poitou-Charentes, les quatre conseils généraux de la Région, la MAIF et le Parc du Futuroscope qui ont fourni des lots pour les classes lauréates.

L'équipe du Rallye composée de :

Georges Borion, Jean Fromentin, Chantal Gobin, Frédéric de Ligt, Pierre Mineau, Yvonne Noël, Serge Parpay, Nicolas Pin, Dominique Souder et James Touillet,

remercie tous les collègues qui, malgré les événements sociaux, ont pu faire participer leurs classes et qui ont permis ainsi que ce Rallye Mathématique existe encore cette année. À l'année prochaine !

Olympiades Académiques de Mathématiques : bilan 2006

La remise des prix des olympiades a eu lieu le 31 mai à l'Espace Mendès-France de Poitiers. Son directeur Didier Moreau a rapproché l'esprit des Olympiades, fait de recherche, d'imagination, de créativité, de celui de l'Espace Mendès-France, qui vise à développer l'approche des sciences en dehors de toute pression scolaire. L'exposition "Jeux, nombres et formes" en est une illustration actuelle.

Comme l'a rappelé François La Fontaine, IPR de mathématiques, les olympiades s'adressent désormais à tous les élèves de première. Néanmoins la participation d'élèves d'autres filières que S est restée très marginale : cette année 1 élève de SMS et 1 élève de ES pour 55 élèves de S. Notons une augmentation du nombre de participants (36 en 2005). Ce nombre est inférieur de moitié au nombre d'inscrits, du fait des mouvements lycéens et de l'envoi trop tardif des convocations.

Les sujets (deux exercices nationaux et deux exercices régionaux) sont disponibles sur le site académique www.ac-poitiers.fr : dans la rubrique "Disciplines et filières" de l'Espace pédagogique, choisir "Mathématiques collèges-LGT", puis "Pour les élèves".

Gilles Raby, doyen de l'UFR de sciences, a exposé la politique de l'université (harmonisation européenne par le schéma Licence-Master-Doctorat, travail en groupes réduits, aide à l'orientation) et insisté sur les métiers des mathématiques, passionnants et garantissant une excellente insertion professionnelle. Un jeune chercheur a expliqué comment son travail sur les équations aux dérivées partielles avait des applications dans divers domaines, par exemple l'aéronautique.

Jacques Marot, membre de l'équipe (avec nos collègues Marc Le Métayer, Dominique Souder, Frédéric De Ligt et Hassan Tarfaoui), a brillamment exposé, animation à l'appui, la gestation d'un sujet d'olympiades, en l'occurrence celui du phare de Cordouan.

Enfin les lauréats ont reçu leurs prix :

Hugues DUBOIS (Lycée Elie Vinet, Barbezieux-St-Hilaire), Jason VALLET (Lycée Charles Augustin Coulomb, Angoulême), Even ENTEM (Lycée Cordouan, Royan), Valentin FOUGERIT (Lycée Dautet, La Rochelle), Yohann MAURY (Lycée Louis Armand, Poitiers). Bravo à eux (et à leurs professeurs) !

Louis-Marie BONNEVAL

Rallye Mathématique Poitou-Charentes Palmarès

Classes de Troisième

Prix Académique

Classe de Troisième C du collège de Saint-Porchaire (*Monsieur Bertin*)

Prix Départementaux

Pas de prix départementaux cette année

Classes de Seconde

Prix Académique

Classe de Seconde 7, lycée Camille Guérin, Poitiers. (*Madame Bignalet*)

Prix Départementaux

Charente

Classe de Seconde 5, lycée Jean Monnet, Cognac. (*Monsieur Ollivier*)

Charente-Maritime

Classe de Seconde, lycée St-Louis, Pont l'Abbé d'Arnoult. (*Madame Louradour*)

Classe de Seconde 12, lycée Valin, La Rochelle. (*Madame Chambon*)

Deux-Sèvres

Pas de prix cette année

Vienne

Classe de Seconde 4, lycée M. Berthelot, Châtellerault. (*Mademoiselle Delhors*)

Classe de Seconde G4, lycée Aliénor d'Aquitaine, Poitiers. (*Madame Quichaud*)

Prix Spécial du Jury

Pour la présentation et l'originalité du dossier

Classe de Seconde 7, lycée Camille Guérin, Poitiers. (*Madame Bignalet*)

Les perles de nos copies

(SEGPA)

Un triangle, c'est un carré en plus pointu.

Un parallélogramme, c'est un quadrilatère qui ne se rencontre jamais.

(1ère S)

Dans une étude de fonction en 1ère S où il est question d'extremums et de valeurs où la fonction s'annule :

« Ce n'est pas parce que la courbe est nulle qu'elle admet qu'un extremum local »

(Term S)

Le dénumérateur est positif.

La suite a un sens de variation alternatif.

Tout point de C appartient à C' et vis vers ça.

On peut en déduire que la continuité de f est infinie et toujours croissante.

En hommage à Claude Piéplu, ce théorème shadok :

Si deux droites se coupent, elles se coupent au même endroit.

RU - BRI - COL AGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous. *Frédéric de Ligt*

Vous pouvez envoyer vos contributions à l'adresse électronique suivante : deligt@wanadoo.fr

Curiosité

« La première chose qu'aperçut Bruno, débouchant dans la prairie, fut la pyramide. Vingt mètres de base, une hauteur de vingt mètres : la chose était parfaitement équilatère.»

Michel Houellebecq, *Les particules élémentaires*, Editions J'ai lu, p.99.

La géométrie des écrivains n'est pas celle du commun des professeurs de mathématiques...

Des problèmes

65-1 *de Louis Rivoallan (Rochefort)* :

Ce fut comme un éclair. Si un tétraèdre est régulier, ses quatre faces ont la même aire. Evident ! Mais la réciproque ne serait-elle pas vraie elle aussi ? Tout en marchant vers le lycée, je me promets d'y réfléchir. C'est tout bête un tétraèdre, mais c'est quand même plus compliqué que cela n'y paraît. Et mon problème me semble bien plus compliqué que ce que je pensais.

Au lycée, je croise Jean Christophe Laugier. Un spécialiste de la rubrique. Bien évidemment, je lui soumets mon petit problème. Le lendemain, dans mon casier, je pouvais lire un contre exemple, signé Jean Christophe.

Sauriez vous aussi mettre à plat cette conjecture ?

Deux jours après, Jean Christophe m'avait photocopié un document fort intéressant sur le tétraèdre. Si on y trouvait des résultats assez difficiles à démontrer (du moins pour moi), il y avait également un "petit bijou", c'est à dire un résultat assez facile à obtenir et assez méconnu (en tout cas par moi !), qui peut être posé en classe de troisième ou de seconde. Sauriez vous démontrer qu'un tétraèdre a ses arêtes opposées de même longueur si et seulement si les quatre faces ont le même périmètre. Que peut-on dire alors des quatre faces de ce tétraèdre ?

65-2 *de Léa Broutille (Niort)* :

Soit deux droites d et d' perpendiculaires, O leur point d'intersection, δ et δ' les bissectrices des angles formés par ces deux droites. Un cercle Γ passant par O coupe d en A, d' en B, δ en C et δ' en D. Montrer que le quadrilatère ACBD est un carré.

Montrer que tout carré ACBD peut être « placé » sur les quatre droites, A sur d, C sur δ, B sur d', D sur δ'.

65-3 *de Jean-Christophe Laugier (Rochefort)* :

Déterminer des entiers A et B tels que A / B = 0,2006... avec B minimal.

65-4 *toujours de Jean-Christophe Laugier* :

Existe-t-il une fonction f de **R** dans **R** *non constante* telle que $f(x + 1) = f(x)$ et $f(x + \sqrt{2}) = f(x)$ pour tout réel x ?

Des solutions

59-1 *de Serge Parpay* :

Des maquettes de polyèdres peuvent être réalisées avec des éléments en plastique encastrables les uns dans les autres (en particulier ceux des Editions Soral). On peut obtenir par exemple un tétraèdre, un cube et l'antiprisme de la figure (1) (deux pentagones réguliers et dix triangles équilatéraux). Au cours d'une réunion de la Régionale APMEP de Poitiers, **Claude Marcy** nous a montré un « polyèdre » constitué d'un pentagone régulier, de deux carrés et de sept triangles équilatéraux. Ce « polyèdre » d'une forme semblable au polyèdre de la figure (2), a été construit par des élèves de **Nicolas Minet** lors d'une étude de polyèdres réguliers ; mais l'assemblage est difficile à réaliser : il faut forcer sur les pièces pour les encastrer et elles ne sont pas très jointives. Il y a donc là un problème... que nous ont proposé nos deux collègues.

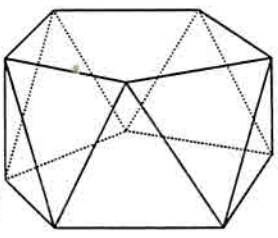


fig.1

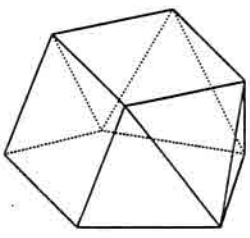


fig.2

Solution de Serge Parpay :

Effectivement le « polyèdre » ne peut exister avec les éléments indiqués.

1) Préambule :

Afin d'alléger les notations, et s'il n'y a pas d'ambiguïté, un polygone –ou un polyèdre– (ABC...F) sera noté simplement ABC...F, un segment [AB] sera noté AB, et si l est sa longueur, on écrira AB = l. On considérera le pentagone ABCDE et le décagone régulier AδBεCαDβEγ .$\mathcal{P}$ le plan du pentagone ABCDE ; c_5 la longueur des côtés du pentagone ; c_{10} la longueur des côtés du décagone ; r le rayon du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au pentagone et au décagone ; O le centre du cercle ; f, g, h, i les projections orthogonales de F, G, H et I sur le plan $\mathcal{P}$.

On suppose connues les propriétés du pentagone et du décagone (angles au centre, angles inscrits…), en particulier les longueurs $c_{10} = \dfrac{r\left(-1+\sqrt{5}\right)}{2}$, $c_5 = \dfrac{r\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$. On établit facilement la relation : $c_5^2 - c_{10}^2 = r^2$.

2) On va d'abord considérer le **cas général d'un polyèdre convexe *P*** ayant les caractéristiques suivantes : sa base est le pentagone régulier ABCDE. Les faces AFIE et FGHI sont des rectangles, les faces ABF, EDI, BCG et DCH sont des triangles isocèles de bases respectives AB, ED, BC et DC (fig.3).
Ce polyèdre a un plan de symétrie, le plan médiateur des segments AE, FI et GH. Ce plan, perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$, contient la droite γC. Le triangle CGH est par conséquent un triangle isocèle de base GH.
On se reportera aux figures ci-dessous : fig.4 (vue « de profil »), fig.5 (projection orthogonale sur le plan $\mathcal{P}$).
Les deux rectangles AFIE et FGHI se projettent en les rectangles AfiE et fghi (propriété de la projection orthogonale de rectangles ayant deux côtés opposés parallèles au plan de projection) :
- les points f et g sont sur la perpendiculaire en A à AE, c'est-à-dire la droite Aε.
- les points i et h sont sur la perpendiculaire en E à EA, c'est-à-dire la droite Eα.

Les triangles isocèles ABF, EDI, BCG, DCH et CGH se projettent en les triangles isocèles ABf, EDi, BCg, DCh et Cgh, de bases respectives AB, ED, BC, DC et gh.
- les points f, i, g et h sont respectivement sur les rayons Oδ, Oβ, Oε et Oα du cercle $\mathcal{C}$.

Compte tenu des deux paragraphes précédents, la position des points f, g, h et i est complètement définie : g en ε, h en α. AfBδ et EiDβ sont des losanges, donc Af = Aδ = Eβ = Ei.
Cette étude justifie l'existence du polyèdre *P* : les différentes faces sont parfaitement déterminées connaissant les longueurs des côtés des deux rectangles.

fig.3

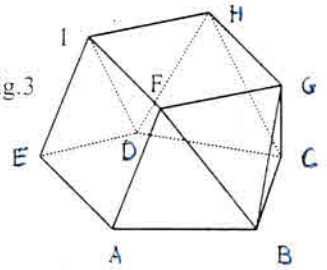


fig.4

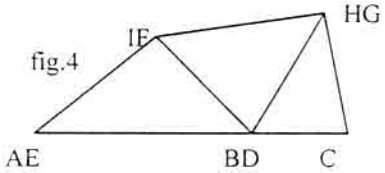


fig.5

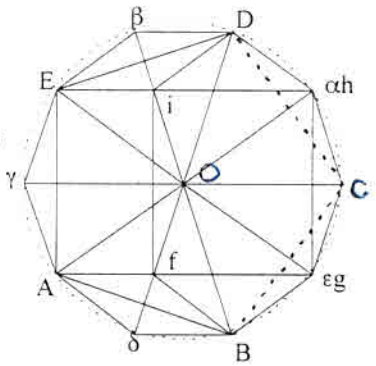


fig.6

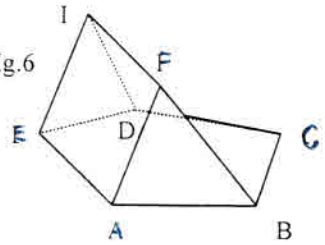
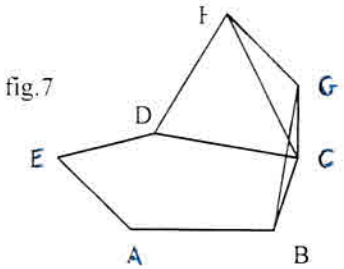


fig.7



Les côtés AF, EI, DI, BF, CG, BG, CH et DH de même longueur c_5 se projettent en les segments Af, Ei, Di, Bf, Cg, Bg, Ch et Dh de même longueur c_{10}. Par suite les points F, I, G et H sont à même distance du plan $\mathcal{P}$. Le rectangle FGHI est dans un plan parallèle à $\mathcal{P}$. Ce rectangle se projette en vraie grandeur.
Of est parallèle à Cg ; fg est parallèle à OC. OfgC est un parallélogramme, fg = OC = *r*, et, par conséquent : FG = IH = *r*. La face FGHI est un rectangle de côtés c_5 et *r*.
Les triangles BFG et DIH sont des triangles isocèles.
Tous les éléments du polyèdre sont ainsi déterminés : **il n'y a qu'un seul polyèdre répondant aux conditions imposées ci-dessus : AFIE est un carré, ABF, EDI, BCG, DCH et CGH sont des triangles équilatéraux,** les triangles BFG et DIH, le rectangle FGHI étant nécessairement ceux définis ci-dessus.

3) Revenons alors au « polyèdre » proposé dans l'énoncé : AFIE est un carré, ABF, EDI, BCG et DCH sont des triangles équilatéraux. Le polyèdre ne pourrait être que le polyèdre précédent. On ne peut avoir FIGH carré ni BFG et DIH équilatéraux **: la construction de ce « polyèdre » est impossible.**
Une solution plus détaillée du problème a été également rédigée. Elle peut être communiquée à votre demande.
Serge Parpay, 22 rue Alphonse Rougier, 79000 NIORT.

61-1 *de Sébastien Peyrot* :
On dispose de 5 poids pesant chacun un nombre entier de kilogrammes pour peser tous les poids de 1 kg à 121 kg inclus par combinaison de ces cinq poids. Quels sont ces cinq poids ?
Solution de Frédéric de Ligt :
On sait que tout entier compris entre 0 et $3^5 - 1$ s'exprime de façon unique sous la forme $a_4 3^4 + a_3 3^3 + a_2 3^2 + a_1 3^1 + a_0 3^0$

où les a_i peuvent valoir 0, 1 ou 2. En ôtant $3^4 + 3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^0$ à cette expression, on obtient que tout entier compris entre -121 et 121 s'exprime de façon unique sous la forme $a_4 3^4 + a_3 3^3 + a_2 3^2 + a_1 3^1 + a_0 3^0$ où les a_i peuvent valoir -1, 0 ou 1. Tout entier compris entre 1 et 121 peut donc s'écrire de façon unique sous cette dernière forme. Cette écriture peut elle-même se décomposer d'une seule manière en :

$$(b_4 3^4 + b_3 3^3 + b_2 3^2 + b_1 3^1 + b_0 3^0) - (c_4 3^4 + c_3 3^3 + c_2 3^2 + c_1 3^1 + c_0 3^0)$$

où les b_i et les c_i peuvent valoir 0 ou 1, $b_i - c_i = a_i$ et $b_i c_i = 0$.
Le second terme de cette expression représente bien sûr les masses éventuellement placées sur le même plateau que l'objet à peser et finalement les cinq masses nécessaires sont 1 kg, 3 kg, 9 kg, 27 kg et 81 kg.

63-3 *de Nathalie Chevalarias* :
Lors du séminaire de rentrée de l'IREM de Poitiers, le 16 septembre dernier, Nathalie Chevalarias nous a présenté un outil de menuisier servant à dessiner des ellipses. Cet outil est constitué de deux pièces en bois ; l'une de forme carrée dans laquelle l'artisan a pratiqué deux rainures selon les diagonales ; l'autre de forme rectangulaire dont les deux sommets d'une largeur vont pouvoir coulisser dans les rainures . Un crayon est fixé au milieu de l'autre largeur.
Vous devez savoir aussi que la largeur de la pièce rectangulaire vaut exactement la moitié de la diagonale du carré.
Pourriez-vous montrer simplement que le crayon a effectivement dessiné une ellipse quand la planche rectangulaire a effectué un mouvement complet ?

Solution de Serge Parpay :
Eléments de démonstration.
On peut schématiser l'ellipsographe proposé par le dessin (fig.1), puis compléter la figure par le carré MQNP (fig.2), ce qui fait apparaître une « barre PQS », second ellipsographe dont il sera question ci-après.

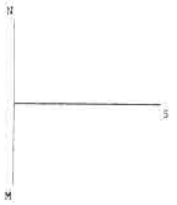
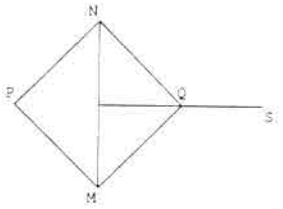
fig.1 

fig.2 

Soit les droites orthogonales D et D' et leurs bissectrices Δ et Δ' (figures 3 et 4). Quand les points M et N sont sur les droites Δ et Δ', les points Q et P sont sur les droites D et D'.
La démonstration est laissée au lecteur (on pourra utiliser le cercle circonscrit au carré MQNP). Plusieurs cas de figures sont à considérer, en particulier ceux des

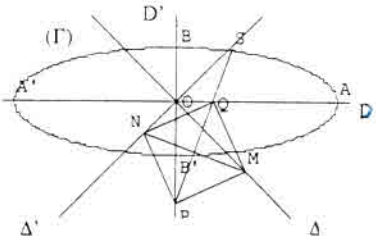
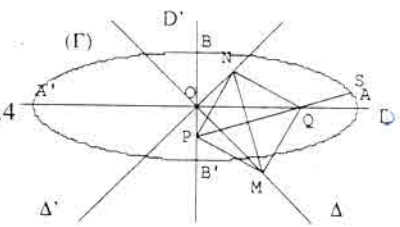
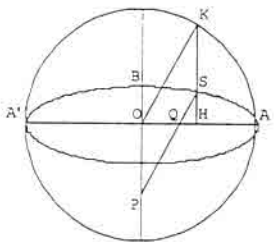
fig.3 

fig.4 

figures 3 et 4.

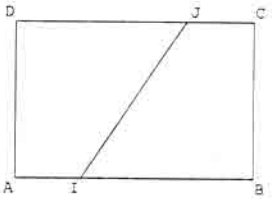
On est ramené ainsi à considérer l'ellipsographe (« barre PQS ») utilisant le « procédé de la bande de papier » : le point S décrit l'ellipse (Γ) de centre 0 et d'axes AA' et BB' — (OA = PS, OB = QS). On peut aussi tracer l'ellipse (Γ') déduite de (Γ) par la rotation de centre O et d'angle 90°. Le tracé dépend du trajet suivi par M et N pour le premier ellipsographe, du trajet suivi par P et Q pour le second.

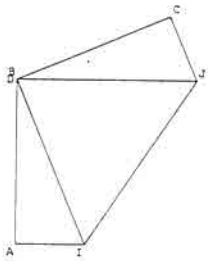


Remarque : Il est intéressant de faire l'expérience avec un système de barres en bois ou un transparent sur lequel est dessinée la figure 2.

Complément : L'ellipse est la figure transformée du cercle principal dans l'affinité orthogonale de rapport b/a et d'axe le grand axe AA' (OA = a et OB = b). On raisonne sur la figure ci-dessous : soit le parallélogramme OPSK et les triangles semblables HSQ et HKO. Si S est sur l'ellipse alors PS = a, donc QS = b. Réciproquement si PS = a et QS = b... S est sur l'ellipse). Le procédé de la bande de papier découle de cette propriété.

64-2 *de Chantal Gobin* :
L'énoncé suivant a été proposé au Rallye du Centre :
Montrer que, quelque soit le rectangle, le rapport
(longueur du pli) / (longueur de la diagonale)
est égal au rapport
(largeur du rectangle) / (longueur du rectangle).





Solution de Frédéric de Ligt :
On raisonne sur la figure rectangulaire. On remarque tout d'abord que les points B et D sont symétriques par rapport à la droite (IJ). En utilisant cette symétrie et le parallélisme des côtés du rectangle, on montre ensuite que les angles opposés du quadrilatère convexe BIDJ sont de même mesure. On en déduit, avec l'égalité des longueurs BJ et JD, que BIDJ est un losange. Ses diagonales sont donc perpendiculaires et se croisent en leur milieu. Si on note O leur point d'intersection, les triangles rectangles OJD et BCD sont semblables comme ayant l'angle $\hat{D}$ en commun.
On a finalement : OJ / OD = IJ / DB = CB / DC.