

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU - CHARENTES - 5 avril 2005

1 Marie AGNESI (15 points)



Vous avez découvert Marie Agnesi à l'occasion de l'épreuve d'entraînement. Nous citons le texte suivant attribué à Fontenelle : « *Les institutions dédommagent les Sciences de la perte qu'elles viennent de faire en la personne de la marquise du Châtelet. Si les lois de l'Académie avaient permis d'y admettre des dames, c'eût été un triomphe pour Mademoiselle Agnesi* ».

Nous vous demandons de réaliser une fiche de présentation de cette mathématicienne (une à deux pages) comprenant les réponses aux questions suivantes

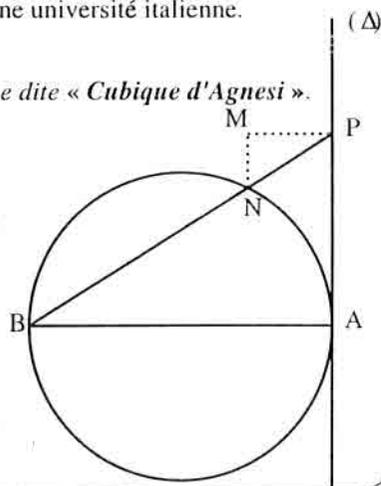
- Qui était madame du Châtelet ? Qui était Fontenelle ? De quelle Académie parle-t-il ?
- Date et lieu de naissance de Marie Agnesi ? Date de sa mort ?
- Que sait-on de ses travaux en mathématiques ?
- Elle fut nommée par le pape Benoît XIV lectrice d'une université italienne. Quelle université ?

Un peu de géométrie avec la construction de la courbe dite « Cubique d'Agnesi ».

Soit un cercle de diamètre $[AB]$ et (Δ) la tangente au cercle en A.

Le point N se déplaçant sur le cercle, à chaque point N, on construit le point M tel que NMP est un triangle rectangle en M (B, N et P alignés, et $(MN) \parallel (\Delta)$). Le sommet M décrit la cubique d'Agnesi (ou Versiera) citée par Marie Agnesi en 1748.

Construire suffisamment de points M pour obtenir la courbe sur laquelle il se déplace. Tracer cette courbe.

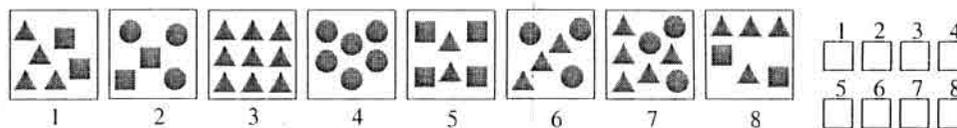


2 2005 : Une année fertile (20 points)

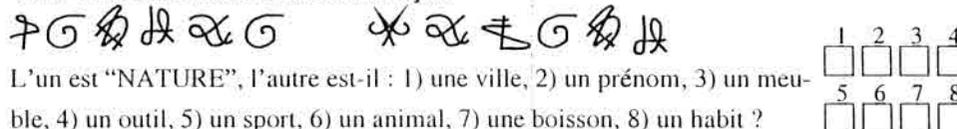
Dans l'épreuve d'entraînement, nous vous annonçons que vous auriez à exercer votre imagination et votre créativité en nous proposant des problèmes en rapport avec le nombre 2005. Parmi ceux que vous avez trouvés, nous vous demandons de choisir celui qui vous paraît le plus original, le plus intéressant, le meilleur..., de nous le présenter et d'en donner la ou les solutions. Si vous n'en avez pas, mettez-vous vite au travail !

6 Logigrilles (10 points)

Quel ensemble a la plus grande valeur si 2 carrés = 3 triangles et 3 ronds = 2 triangles ?



Voici deux mots codés de la même façon.



L'un est "NATURE", l'autre est-il : 1) une ville, 2) un prénom, 3) un meuble, 4) un outil, 5) un sport, 6) un animal, 7) une boisson, 8) un habit ?

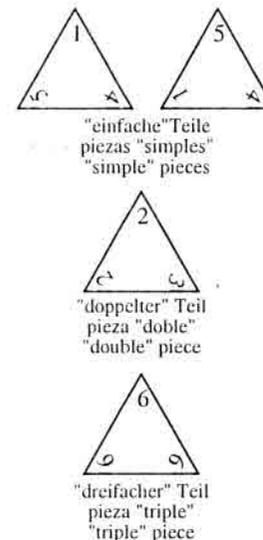
7 Triomino (10 points)

Die Teile des Spiels « Triomino » sind gleichseitige Dreiecke, die auf einer einzigen Seite und an jeder Spitze eine Zahl von 1 bis 6 haben.

Alle Teile sind verschieden (Beispiele nebenstehend).
Wie viele Teile hat dieses Spiel ?

Las piezas del juego « Triomino » son triángulos equiláteros que tienen en una única cara vértice un número de 1 a 6. Todas las piezas son diferentes (véase los ejemplos al lado).
¿ De cuántas piezas consta este juego ?

The pieces of the game called « Triomino » are equilateral triangles which only have one side and on each angle a number that is contained between one and six. Every piece is different (see examples opposite).
How many pieces are there in this game ?



8 Palindrome (5 points)

Un palindrome est un nombre qui se lit de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche, par exemple 33, 161, 2662.

Quelle est la plus petite différence entre deux palindromes de quatre chiffres ? De cinq chiffres ?

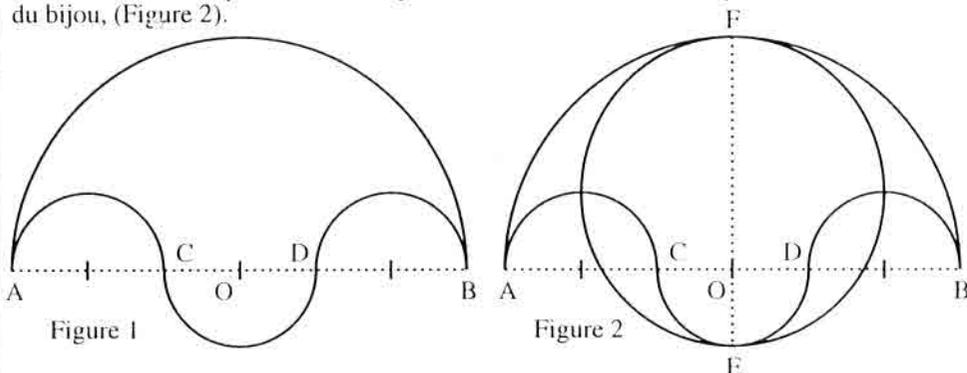
Quelle est la plus petite différence entre deux palindromes, l'un de quatre chiffres et l'autre de cinq chiffres ?

3 Le bijou de Belinda Fram-Heto (15 points)

Isidore Fèvre a ciselé pour son amie Belinda Fram-Heto le bijou chrysléphantin ci-contre dont les caractéristiques sont données par les dessins ci-dessous.



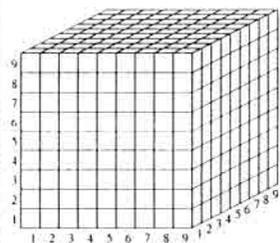
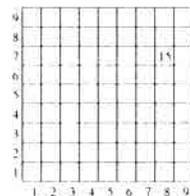
Un demi-cercle de diamètre $AB = 4$; trois demi-cercles de diamètres $[AC]$, $[CD]$ et $[DB]$ tels que $AC = CD = DB$. Cette figure (1) s'appelle : le salinon d'Archimède. Isidore Fèvre a complété ce salinon par le cercle de diamètre $[EF]$ pour obtenir le dessin du bijou, (Figure 2).



Le Prof Ila Ransor affirme que le salinon et le cercle de diamètre $[EF]$ ont la même aire. Il affirme aussi que les quatre pétales d'ivoire sont d'aires égales. Démontrez ces deux affirmations.

4 2005 : L'addition de l'espace de Stanley Cubik (15 points)

Dans le carré ci-contre, Stanley Cubik met dans chacun des 81 petits carrés la somme des nombres qui figurent à gauche de la ligne et en bas de la colonne. Combien y a-t-il de petits carrés où il trouve le nombre 15 ?



Le cube construit à partir du carré précédent contient 729 petits cubes. Stanley Cubik place alors dans chaque petit cube la somme de ses trois coordonnées. Combien de fois rencontre-t-il le nombre 15 ?

Existe-t-il dans le cube un autre nombre que 15 qu'il rencontre davantage ?

5 Une aînée de 3 jours pour 3 années ! (5 points)

Le 30 décembre 2003 à midi, Maryse est entrée dans sa 31^{ème} année et Chantal est toujours dans l'année de ses 29 ans. Et pourtant, l'une de ces deux amies est seulement née trois jours après l'autre.

Pouvez-vous donner leurs dates de naissance ?

9 Tour de piste (5 points)

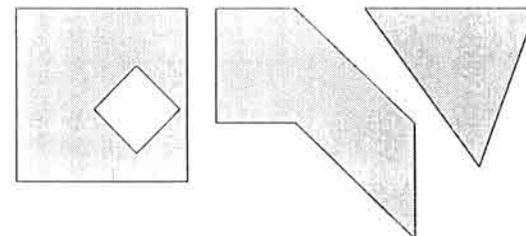
Un gobelet tronconique roule exactement sur une piste circulaire de largeur 10 cm et de rayon intérieur 30 cm.



Quels doivent être les rayons des petite et grande bases de ce gobelet pour que ce dernier fasse exactement dix tours sur lui-même en un tour de piste ?

10 De part en part (10 points)

Partager chacun des domaines par une droite de façon à ce que les deux parcelles obtenues soient de même aire. (Laissez les traits de construction)



11 Les J.O. de Pékin. (10 points)

Pour les jeux olympiques à Pékin, on veut écrire les lettres de cette ville dans les anneaux olympiques de sorte que la lettre P soit dans le premier anneau à partir de la gauche, le E dans le deuxième, le K dans le troisième, le I dans le quatrième et le N dans le cinquième.

Deux lettres ne doivent pas être ensemble dans une des 9 zones fermées de la figure.



Combien de drapeaux différents peut-on réaliser ?

Supplément pour la classe de Seconde

12 Une belle surface (15 points)

Le cercle inscrit d'un carré de 10 cm de côté est tangent aux quatre côtés en leurs milieux A, B, C et D. Dessinez le dodécagone régulier* inscrit dans le cercle, dont quatre sommets sont les points A, B, C et D. Découpez-le soigneusement : il reste quatre morceaux du carré initial. Assemblez ces quatre morceaux autour d'un point de telle sorte que les quatre angles droits soient adjacents. Vous obtenez une croix à coller sur votre feuille - réponse. Calculez sa surface.

* Un dodécagone régulier est une figure à 12 côtés de même longueur, inscrite dans un cercle.

13 Au supermarché (5 points)

Lu sur une boîte de fromage blanc au lait entier :

« 40 % de matières grasses sur extraits secs = 7,9% de matières grasses sur poids total. »

Quel est donc le pourcentage de liquide contenu dans cette boîte de fromage blanc ?