Edito

*Les Français ne font pas de progrès en maths**

Tous les trois ans, l'OCDE teste 250 000 élèves de 15 ans dans une quarantaine de pays, pour évaluer leurs compétences vers la fin de la scolarité obligatoire.
Pour l'année 2003, cette enquête, dite PISA (programme international de suivi des acquis), s'est particulièrement centrée sur la culture mathématique. Ses conclusions ont été publiées le 7 décembre dernier.
On y apprend que la France arrive au 13ème rang mondial pour les mathématiques , derrière la Finlande, la Corée, les Pays-Bas, le Japon, la Belgique ; mais devant l'Allemagne, l'Espagne, les Etats-Unis, l'Italie. Cette position est stable par rapport à 2000.
Les experts pointent une corrélation entre l'origine sociale des jeunes et leurs performances mathématiques : par rapport à la plupart des autres disciplines, les mathématiques ont des contenus moins influencés par l'environnement culturel mais des évaluations plus sélectives.
Dans les pays de l'OCDE, environ la moitié des élèves dit s'intéresser à ce qu'ils apprennent en mathématiques, mais seulement 38 % déclarent y prendre du plaisir. Cependant, la grande majorité pense que l'étude des mathématiques leur sera utile plus tard.
Les experts notent que les élèves français sont meilleurs en algèbre qu'en géométrie et sont plutôt faibles en probabilités. Qu'ils savent appliquer une formule, lire un graphique, prélever des informations. Mais qu'ils peinent à prendre des initiatives, à pratiquer une démarche expérimentale, à généraliser. Et ils observent que les petits Français sont très angoissés par les mathématiques : de ce point de vue, ils occuperaient le premier rang européen ...
Il y a là matière à réflexion, surtout si on confronte ces observations à celles d'EVAPM.
Ces analyses nous interpellent à deux titres :

- en tant qu'enseignants : avons-nous à faire évoluer nos pratiques ? Si oui, comment ?
- en tant que citoyens : la politique éducative passée (notamment la baisse des horaires de mathématiques au collège et au lycée) est-elle à remettre en cause ? Le projet de loi d'orientation en tout cas ne semble même pas soulever la question ...

Louis-Marie BONNEVAL

N-B : Lors de l'assemblée générale du 8 décembre, nous avons évoqué l'éventualité pour notre régionale d'accueillir les Journées Nationales. Il semble que la régionale de Besançon soit prête pour 2007. Ce serait donc pour 2008 qu'il faudrait nous mobiliser.
Il en résulte que l'appel lancé pour la réunion du 12 janvier 2005 est prématuré : c'est un comité régional ordinaire que nous tiendrons à Niort ce jour-là. Cela ne l'empêche pas d'être ouvert à tous les collègues intéressés.

** Titre de l'article du Monde du 8/12/04 d'où sont tirées les informations de cet édito.*

SOMMAIRE

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public

APMEP

79 86 17 16

Régionale de
Poitou-Charentes

n° 59
Décembre 2004

Dispensé de timbrage Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

P PRESSE
DISTRIBUE PAR
LA POSTE

DÉPOSÉ LE 20/12/2004

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

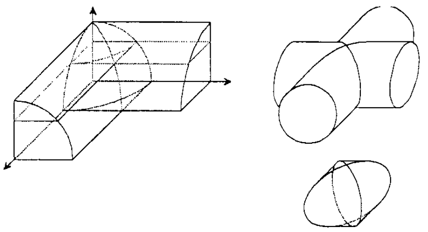
Le numéro : 1 €
Abonnement 1 an (4 numéros) : 3,5 €
ISSN : 1145 – 0266

Directeur	Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction	Collette BLOCH, Frédéric de LIGT Serge PARPAY, Jean FROMENTIN
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40 avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Éditeur	APMEP Régionale de POITIERS
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40 avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P.	n° 73 802
Dépôt légal	Décembre 2004

Assemblée générale de la Régionale

L'assemblée générale de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes a réuni une quarantaine de personnes au lycée Jean Macé de Niort le mercredi 8 décembre dernier. Cette réunion fut l'occasion de joyeuses retrouvailles entre les participants venus des quatre départements, autour d'un café et de petits gâteaux offerts par le lycée.

Après la présentation du rapport d'activité par Louis-Marie Bonneval, président de la Régionale, et du rapport financier par Jacques Chayé, trésorier adjoint, Serge Parpay n'a manqué ni d'aire ni de volume pour captiver l'assistance avec les indivisibles de Cavalieri. On a vu ainsi de façon très imagée émerger au début du $17^{\text{ème}}$ siècle ce qui deviendra avec Leibniz le calcul intégral. Que c'est difficile de se replacer au $17^{\text{ème}}$ siècle quand on dispose d'outils modernes ! Mais en fin de conférence, nous étions tous devenus des experts en ficelles et pelures, et énormément séduits par les calculs de l'aire et du volume du solide obtenu par l'intersection de deux cylindres droits d'axes perpendiculaire (dessins ci-contre).



Rapport d'activité 2004.

I Adhérents

La Régionale compte environ 200 adhérents.
Le 24 mars à La Rochelle nous avons présenté l'APMEP aux PLC1 (à cette occasion, Serge Parpay a présenté l'exposé qu'il va reprendre lors de l'A.G.).
Le 13 octobre à Poitiers une information aux PLC2, avec distribution de la plaquette "Visages de l'APMEP" 2004-2005, a permis 25 nouvelles adhésions.
La Régionale continue à prolonger l'effort du national en prenant en charge la moitié de l'adhésion la première année.

II Manifestations

1) Conférences

- *"L'enseignement des mathématiques est-il formateur ?", par Raymond Barra, le 11 février à Niort.*
- *"Passage de Vénus devant le Soleil", par Patrick Rocher, le 7 avril à Poitiers.*
- *"Les difficultés de raisonnement et de calcul chez l'enfant" par Muriel Ragueneau et Florence Vabres, le 13 octobre à Poitiers.*
- *"Ficelles et pelures, du bricolage aux formules pour les aires et les volumes", par Serge Parpay, le 8 décembre à Niort.*

2) Rallye
Entièrement organisé par l'équipe régionale, il a eu lieu le 6 avril, et proposait quelques innovations.
La participation est stable : 19 classes de Troisième (11 collèges) et 42 classes de Seconde (14 lycées).

3) Expositions
l'ancienne exposition "Cube" est en rénovation.

III Réflexion

1) Collège
Le groupe de travail sur les Itinéraires de Découverte a poursuivi sa réflexion jusqu'en juin.
La rénovation des programmes de collèges a été suivie de près grâce à la présence de Jean Fromentin dans le "groupe d'experts".

2) Lycée
La rénovation des programmes de STT (qui va devenir STG en 2005) se poursuit : la Régionale a bénéficié d'informations de première main grâce à la présence de Louis-Marie Bonneval dans le "groupe d'experts".

3) Réflexion "Repenser l'école"
Un travail a été amorcé par Cyrille Kirch et Marie Parent, et discuté en comité. La réflexion continue, et est ouverte à tous.

4) Brochures
Un grand nombre de livres et brochures sont édités ou diffusés par l'APMEP. La Régionale en a un stock à l'IREM, qu'elle présente lors des conférences et réunions : les commandes peuvent être faites à l'IREM ou auprès de la trésorière.

IV Communication

1) Corol'aire
Il continue à paraître régulièrement (en 2004 comme chaque année : 4 numéros et un supplément). Toutes les contributions et remarques sont bienvenues.
La réalisation a nécessité l'achat d'un nouvel ordinateur.

2) Site régional
http://irem.campus.univ-poitiers.fr/apmep
Il est régulièrement mis à jour.
Pour lui aussi, toutes les contributions et remarques sont bienvenues.

V Liaison avec d'autres structures

1) Avec le national
Nous avons deux représentantes au comité national.
De plus, plusieurs membres du comité régional participent à des commissions nationales ou à des groupes de travail : Evaluation, Collège, Jeux, BGV, Bulletin.
24 personnes de la Régionale ont participé aux Journées d'Orléans fin octobre.

2) Avec l'IREM
La collaboration est toujours étroite avec l'IREM, qui soutient l'APMEP au niveau logistique.

Perspectives pour 2005... et au delà

- Une conférence sur "L'infini au $17^{\text{ème}}$ siècle", par Michel Blay, est prévue le 2 février à l'université de La Rochelle.
- Un exposé sur « Math en jeans », par Lancelot Pecquet, est prévue le 4 mai à Poitiers.
- Une conférence sur « La géométrie des pixels » par Eric Andrès, est envisagée pour octobre.

Le Rallye est prévu pour le 5 avril 2005.

Les Journées Nationales se tiendront à Caen du 21 au 24 octobre 2005.
En 2006 elles auront lieu à Clermont-Ferrand.
Et en 2007, pourquoi pas à Poitiers ou La Rochelle ?

Perles dans nos copie

Bonne mesure !
Oui, c'est un tableau de proportionnalité car le nombre de personnes est le double du poids de farine.($4^{\text{ème}}$)

Ouvrez l'œil, et le bon !
Non [il n'y a pas proportionnalité] car si on regarde le graphique, la droite n'est pas toute droite.($4^{\text{ème}}$)

Mais si, une droite est droite !
La droite (BC) par la rotation R a pour image (AC) car l'image d'une droite par une rotation est une droite qui conserve l'alignement des point. » (2^{nde})

Le bon sens
Pour bien dire le nom du quadrilatère, il faut tourner autour dans le sens des aiguilles du monde.($5^{\text{ème}}$)

Les difficultés de raisonnement et de calcul chez l'enfant

Le 13 octobre 2004, avait lieu à Poitiers une présentation « des troubles du raisonnement logico-mathématique » (ce qu'on appelle aussi la dyscalculie), animée par deux orthophonistes.

Cette conférence proposée par notre association a attiré un large public. Des professeurs de mathématiques bien sûr mais aussi des maîtres du 1er degré, de futurs enseignants et des parents d'élèves étaient présents lors de cette soirée organisée en partenariat avec la Maison des Trois Quartiers.

Muriel Ragueneau et Florence Vabres nous ont d'abord exposé les quatre stades du développement cognitif de l'enfant définis par Piaget :

- De 0 à 24 mois : l'intelligence sensori-motrice ; c'est celle du très jeune enfant qui découvre son environnement à travers les sensations physiques que ses actions lui procurent.
- De 2 ans à 6/7 ans : la période pré-opératoire ; c'est cette période qui va déterminer chez l'enfant la transition entre une pensée basée sur l'action et donc sur le réel à une pensée concrète basée elle sur le possible.
- De 6/7 ans à 12 ans : le stade de l'intelligence opératoire concrète ; l'enfant ayant accédé à ce stade est capable d'actions intériorisées et réversibles de façon nécessaire et rigoureuse, toutefois ces actions portent encore sur des objets présents ou représentés.
- A partir de 12 ans : l'intelligence formelle ; c'est lors de cette période que l'adolescent va pouvoir mener des raisonnements hypothético-déductifs, il n'aura plus besoin de bases concrètes pour bâtir son raisonnement.

Elles nous ont ensuite présenté quelques tests qu'elles proposent en bilan à leurs patients. Ces tests visent à regarder les conduites de classification, d'inclusion, de sériation et de conservation *(on notera que ces catégories correspondent à des notions mathématiques : relation d'équivalence, inclusion, relation d'ordre, bijection.)*. L'orthophoniste observe les démarches du patient et c'est le décalage éventuel entre l'âge et les aptitudes observées qui pointe ou non la pathologie.

Classification :
Le test consiste à classer une collection de figures (carré/disque) de tailles différentes (petit/grand) et de couleurs différentes (bleu/jaune). Les enfants en fin de primaire, début de collège qui ne parviennent pas au stade de la classification opératoire, c'est à dire ne trouvant pas tous les critères possibles ou ne pouvant pas les verbaliser de façon certaine sont en difficulté pour décortiquer et représenter un problème, choisir des informations pertinentes dans un énoncé et mener une tâche à bien.

Inclusion :
Le test proposé s'appelle l'épreuve des fleurs, elles présentent 10 roses et 2 marguerites et questionnent « Y a-t-il plus de roses ou de fleurs ? ». A partir de 11 ans, l'inclusion peut être opératoire, argumentée et généralisée. Les sujets qui ne sont pas incluants, éprouvent des difficultés en géométrie (4ème)et ont du mal à fonctionner hors contexte.

Sériation :
L'épreuve consiste à ordonner plus de 10 baguettes de tailles différant d'environ un demi - centimètre. Ce n'est que vers 7/8 ans que l'épreuve est réussie et que la démarche est verbalisée par avance signe d'anticipation du résultat.

Conservation :
Le matériel proposé est composé de 2 collections identiques en nombre, des verres et des pailles, le test consiste à modifier une collection (regrouper les pailles, empiler les verres) et questionner « Y en a-t-il autant ? ». Cette épreuve donne le moyen d'observer si le sujet peut prendre en considération la transformation, et s'il peut revenir ou non en pensée à l'état initial.

Après la réalisation du bilan, si des troubles ont été observés, les orthophonistes proposent une rééducation en partant de là où la personne est restée pour reconstruire avec lui son réel.

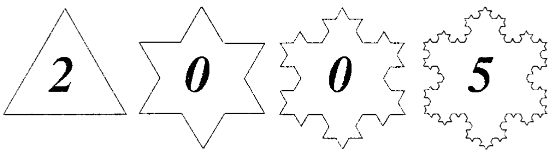
Pour conclure, elles nous ont affirmé que de plus en plus d'enfants souffrent de ces troubles du raisonnement et elles invitent la société à s'en inquiéter et à se demander pourquoi.

Un débat a suivi cette présentation. De nombreux échanges ont eu lieu avec des parents ou des professeurs d'école spécialisés et le manque de moyens proposés au sein de l'éducation nationale pour aider les enfants en difficulté a souvent été évoqué.

Marie PARENT

Rallye Mathématique Poitou – Charentes

5 avril



Comme nous vous l'annoncions dans le supplément au dernier Corol'aire, l'épreuve du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes aura lieu le 5 avril 2005. Tous les collèges et lycées publics et privés vont recevoir dans la première quinzaine de janvier le dossier d'inscription comportant la présentation du rallye, les commentaires sur l'épreuve de l'édition 2004, une épreuve d'entraînement et des éléments de solutions de cette épreuve, ainsi que le bulletin d'inscription à renvoyer avant le 4 février.
Ce courrier est adressé aux chefs d'établissements. Guettez son arrivée dans vos établissements et n'hésitez pas à inscrire vos classes. Vous pouvez consulter les morceaux choisis des dossiers des classes de l'édition 2004 sur le site de la régionale http://irem.univ-poitiers.fr/apmep

RU - BRI - COLLAGES

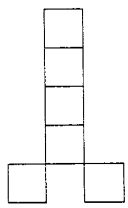
Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.
Frédéric de Ligt

Pour commencer, voici ce qui pourrait s'appeler "une recherche de narration" autour d'un gentil problème de niveau collège. J'espère qu'elle vous amusera. Si vous désirez en proposer, la rubrique est à vous...

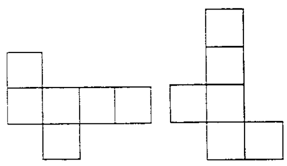
Mise en boîte.

Dans une librairie poussiéreuse du vieux Paris, Molotov, un vieil anarchiste farfelu reconverti dans la vente d'ouvrages subversifs, s'active sur un coin de table à d'étranges découpages dans du papier carton. Entre Charles - Edouard, jeune homme en rupture de ban qui s'est lié d'amitié avec Molotov.

C-E. — Bonjour camarade !
(Molotov ne l'a pas entendu. C.E. s'approche doucement. Surpris, Molotov sursaute.)
MOLOTOV. — Tu m'as fait peur à entrer comme un espion !
C-E. — Je vous ai dit bonjour. Mais vous ne m'avez pas répondu tant vous étiez absorbé par votre travail.
MOLOTOV. — Tiens, prends une chaise. Je vais t'expliquer le projet qui m'occupe. Tout d'abord, sais-tu ce qu'est un patron pour un pavé ?
C-E. — Bien entendu. C'est la cible idéale.
MOLOTOV. — Non, non ! La passion t'égare. Je suis en train de te parler de géométrie.
C-E, *étonné*. — De géométrie ?... Alors dans ce cas, si mes souvenirs sont exacts, c'est un dessin, constitué par les faces de ce pavé, qui permet de le construire après découpage et pliage.
MOLOTOV, *excité*. — C'est ça ! Eh bien, je me suis dit que si un jour nous voulions préparer la révolution, il nous faudrait disposer de pavés. Quelle allure aurait une révolution sans pavé ? Personne ne nous prendrait au sérieux. Mais il ne faudrait pas non plus que nous blessions quelqu'un puisque nous prônons la non-violence. Et la solution, je l'ai trouvée. Il suffit de les bâtir en carton !
C-E. — En carton ?
MOLOTOV, *toujours excité*. — En carton ! Et je suis même allé plus loin. Comme le mouvement est pauvre, il va falloir économiser le carton. L'étude des différents patrons permettrait de choisir ceux qui remplissent le mieux un carré. On peut rêver au grand soir et avoir l'esprit pratique, non ?
C.E, *perplexe*. — J'ai du mal à vous suivre, Molotov. Vous êtes déconcertant.
MOLOTOV. — Ce matin je n'avais guère de clients. J'ai donc commencé par étudier les différents patrons du pavé droit à faces carrées.
Il y a bien eu quelques ratés comme celui-ci :



et quelques doubles comme celui-là :



Enfin je crois être parvenu à tous les obtenir. Tu m'as trouvé tout à l'heure alors que je m'essayais à les agencer dans un carré.
C.E. — Ce que vous appelez un pavé droit à faces carrées, n'est-ce pas ce que l'on nomme communément un cube ?
MOLOTOV, *énervé*. — Un cube ! Un cube ! Mais ce sont les enfants qui s'amusent avec des cubes. Moi, je suis un anarchiste. D'ailleurs, si tu étais aussi un véritable révolutionnaire, tu m'aiderais déjà au lieu de bavarder sans cesse !
C.E,*vexé*.— Avez-vous une autre paire de ciseaux, Molotov ?

Question: Trouver les différents patrons du cube. Combien, au maximum, peut-on dessiner de patrons d'un cube, d'arête 10 cm, dans un carré de côté 1 m ?

Le texte suivant est tiré d'un des livres de chevet de Léa Broutille, « Les femmes dans la science » A. Rehière, 1897. Etes-vous en accord avec tout ce qui est dit ?

Le tétraèdre régulier.
« Le tétraèdre régulier est de tous les solides le plus pauvre en faces, angles et arêtes, et celui qui, sous un développement donné de surface, contient le moins de substance.
Malgré cette pauvreté, ou plutôt à cause de cette pauvreté, il déconcerte l'œil, qui a peine à s'en rendre compte. Son aspect a quelque chose de menaçant. De quelque côté qu'on l'aborde, on le trouve armé d'angles aigus et d'arêtes tranchantes. Placé dans la position qui lui est propre, droit sur une arête, il ne peut s'y soutenir seul et il tombe. Sur quelque face qu'on le pose, la largeur de la base se trouvant toujours égale à la hauteur du sommet, il s'établit largement, prend ses aises, pour ainsi dire ; mais c'est un aplomb grossier et une aisance sans grâce.
Ses faces sont égales et semblables ; ses arêtes égales et semblables ; ses angles égaux et semblables.

Et avec cela rien n'est d'accord : tout se coupe, se heurte, se contrecarre. Faces et lignes ne se correspondent que dans leur mutuelle et réciproque hostilité. Le tétraèdre, pauvre de fond, tranchant de forme, exclusivement réduit à lui-même, représente la plus exiguë, la plus étroite individualité.
D'une monotonie qui fatigue, d'une âpreté qui désole, c'est l'embryon le plus élémentaire, le plus borné de le stricte nature. »
Mme Marie PAPE-CARPENTIER (1815-1878)

Des problèmes

59-1 *de Serge Parpay (Niort)* : Des maquettes de polyèdres peuvent être réalisées avec des éléments en plastique encastrables l'un dans l'autre (en particulier ceux des Editions Soral) : par exemple un tétraèdre, un cube, le polyèdre de la figure (1) (deux pentagones réguliers et dix triangles équilatéraux).

fig.1

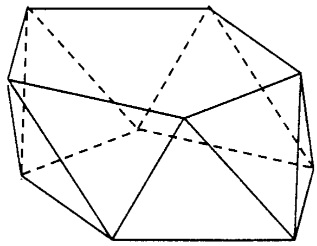
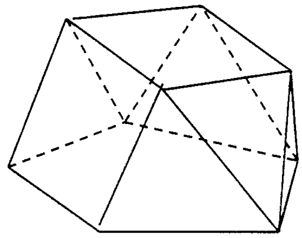


fig.2



Au cours d'une réunion de la Régionale APMEP de Poitiers, **Claude Marcy** nous a montré un polyèdre constitué d'un pentagone régulier, deux carrés et sept triangles équilatéraux - ce polyèdre a été construit par des élèves de **Nicolas Minet** lors d'une étude de polyèdres réguliers. D'une forme semblable au polyèdre de la figure (2), l'assemblage est difficile à réaliser : il faut forcer sur les pièces pour les encastrer et elles ne sont pas très jointives. Il y a donc un problème que nos collègues vous proposent d'élucider.

59-2 *de Claude Marcy (Chatellerault)* : Pour quelles valeurs de k le coefficient du binôme de Newton $\binom{2k-1}{k}$ est-il impair ?

59-3 *de Daniel Daviaud (Jonzac)* : Vous participez à un jeu où l'on vous propose le choix entre trois coffres fermés. L'un des coffres est rempli d'or et les deux autres sont vides. Vous choisissez, disons, le coffre 1 ; l'animateur, qui sait où se trouve l'or, ouvre un autre coffre, vide bien sûr. Il vous donne maintenant la possibilité de vous en tenir à votre choix initial (coffre 1) ou de choisir l'autre coffre. Qu'avez-vous intérêt à faire ?

59-4 *de Louis Rivoallan (La Rochelle)* : Le dessin d'un quadrilatère convexe et de ses deux diagonales fait apparaître quatre triangles. Les centres de gravité, les centres des cercles circonscrits ou les orthocentres de ces triangles sont à chaque fois les sommets d'un parallélogramme.

59-5 *de Louis Rivoallan (La Rochelle)* : On considère les nombres à n chiffres (en base dix) tels que leur carré se termine par les mêmes n chiffres. On accepte que contrairement à l'usage, les chiffres "de gauche" soient égaux à 0. Il y a à l'évidence deux nombres qui répondent à la question : 0 et 1, que l'on fait précéder de $(n - 1)$ zéros avec la convention précédente. Montrer, que pour tout n, il y a exactement 2 autres nombres écrits avec n chiffres qui répondent à cette condition.
L'idée est venue d'un collègue de l'IUFM de La Rochelle qui a cherché à généraliser un exercice posé au concours de recrutement des professeurs des écoles.

Des solutions

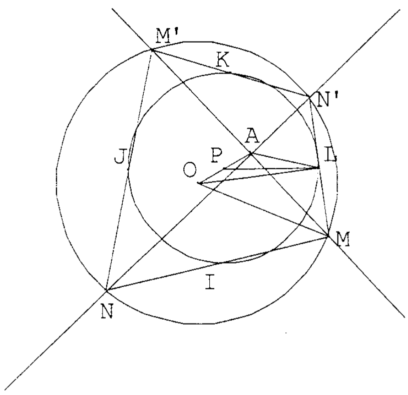
56-1 *(de Stéphane Saint-Jean)* :
Quel est le comportement de la suite de terme général $\sin((1 + \sqrt{2})^n o)$ quand n croit indéfiniment ?

Correctif à la solution donnée par Daniel Daviaud dans le corol'aire n° 57 : "...et donc que $a_n + b_n\sqrt{2}$ équivaut à $a_n + \sqrt{2}a_n / \sqrt{2} = 2a_n$. Autrement dit : $(1 + \sqrt{2})^n$ est de plus en plus proche d'un entier pair, si bien que $(1 + \sqrt{2})^n$ s'approche de 0, modulo 2."
Louis Rivoallan fait remarquer à juste titre que ce raisonnement avec des équivalents est incorrect. En effet $a_n + b_n\sqrt{2}$ équivaut à $2a_n$ n'entraîne nullement que $a_n + b_n\sqrt{2}$ s'approche de $2a_n$ mais seulement qu'ils sont du même ordre de grandeur. Cela ne remet pas en cause le calcul matriciel qui aboutit à $a_n = (\alpha + \beta)/2$ et $b_n = (\alpha/\sqrt{2} - \beta)/2$ où $\alpha = (1 + \sqrt{2})^n$ et $\beta = (1 - \sqrt{2})^n$ mais il faut ensuite s'intéresser à la différence $a_n + \sqrt{2}b_n - 2a_n$ qui vaut $-\beta(1 + \sqrt{2})/2$ et qui tend vers 0 quand n croît, alors on peut conclure.

56-3 *(de Frédéric de Ligt)* :
Parmi les entiers de 1 à 200, j'ai tiré 101 nombres au hasard et j'ai constaté que pour deux de ces nombres l'un divisait l'autre. Est-ce un hasard ?

Solution : Ceci est toujours le cas. Tout entier n peut s'écrire de façon unique sous la forme $2^r q$ avec q entier impair et r entier naturel. L'application de l'ensemble $\{1, 2, 3,..., 200\}$ dans l'ensemble $\{1, 3, 5,..., 199\}$ qui à n associe q est une surjection. Le cardinal de son image vaut 100. Si l'on choisit 101 nombres parmi les entiers de 1 à 200, il s'en trouvera toujours deux parmi ceux-ci qui auront la même image. Notons $2^r q$ et $2^{r'} q$ deux éléments qui ont la même image et supposons que $r' < r$ alors $2^{r'} q$ divise $2^r q$.

56-4 *(de Jacques Chayé)* :
Un point A est fixé à l'intérieur d'un cercle. Deux droites perpendiculaires pivotent autour de A ; la première coupe le cercle en M et M', la seconde en N et N'. Soient I, J, K et L les milieux respectifs des segments [MN], [NM'], [M'N'] et [N'M]. Démontrer que I, J, K et L décrivent un même cercle.



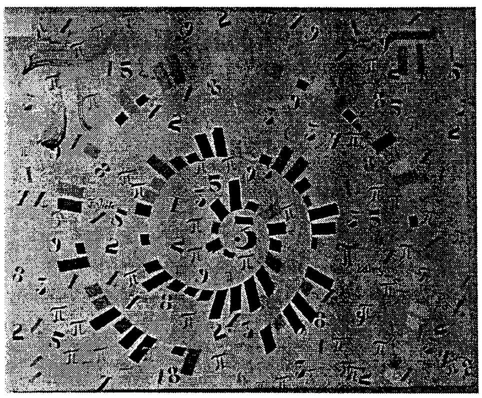
Solution : Dans le triangle rectangle AMN' on a l'égalité AL = ML (comme rayons du cercle circonscrit à ce triangle).
Dans le triangle rectangle OLM, avec O centre du cercle circonscrit au quadrilatère MNM'N', on a $OL^2 + LM^2 = OM^2 = r^2$ où r désigne le rayon du cercle circonscrit à ce quadrilatère ; et donc $OL^2 + AL^2 = r^2$.
Notons P le milieu du segment [OA]. D'après le théorème du carré de la médiane dans le triangle AOL : $AL^2 + OL^2 = 2AP^2 + 2PL^2$.

Donc $r^2 = 2AP^2 + 2PL^2$. Et finalement $LP^2 = (r^2 - 2AP^2)/2$. Ainsi LP est une longueur constante. Par conséquent L décrit le cercle de centre P et de rayon $(r^2 - 2AP^2)/2$. Pour les mêmes raisons les points I, J, et K parcourent ce cercle.

57-1 *(de Sébastien Peyrot)* :
Déterminer l'ensemble des points P du plan complexe de coordonnées (a ; b) tel que les racines du polynôme $X^2 - 2(2 + i)X + a + bi = 0$ aient le même module.

Solution : Notons $re^{i\theta}$ et $re^{i\theta'}$ deux nombres complexes de même module. Si ce sont les racines d'un polynôme unitaire du second degré à coefficients complexes, ce polynôme prend la forme $X^2 - r(e^{i\theta} + e^{i\theta'})X + r^2e^{i(\theta + \theta')}$. On peut aussi l'écrire :
$X^2 - 2re^{i(\theta + \theta')/2}\cos[(\theta - \theta')/2]X + (re^{i(\theta + \theta')/2})^2$
Par identification avec le polynôme $X^2 - 2(2 + i)X + a + bi$ on a les équations :
$2 + i = re^{i(\theta + \theta')/2}\cos[(\theta - \theta')/2]$ et $a + bi = (re^{i(\theta + \theta')/2})^2$
Clairement, à cause de la première équation, $(\theta - \theta')/2$ ne peut valoir $\pi/2 + k\pi$ avec k dans **Z**. Pour une valeur donnée α de $(\theta - \theta')/2$ différente de $\pi/2 + k\pi$, on trouve au moins un triplet $(r ; \theta ; \theta')$ solution de l'équation $(2 + i)/\cos\alpha = re^{i(\theta + \theta')/2}$
Dès lors $a + ib = [(2 + i)/\cos\alpha]^2 = (3 + 4i)/\cos^2\alpha$. Quand α décrit $\mathbf{R} - \{ \pi/2 + k\pi \ / \ k \in \mathbf{Z} \}$, $\cos^2\alpha$ décrit $]0 ; 1]$ et l'ensemble cherché est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; 4x/3)$ où $x \geq 3$. Il s'agit d'une demi-droite d'origine le point de coordonnées (3 ; 4).

Des élèves insπrés



L'écriture décimale illimitée de π ainsi que le graphisme de cette lettre grecque interpellent souvent les élèves. C'est ce qui s'est passé pour Mathieu Baudu et Frédéric Hascoët, deux élèves de 3ème 1 du collège J. du Bellay de Loudun. Ils décidèrent d'en faire un thème d'étude en arts plastiques. Après concertation avec les professeurs d'arts plastiques et de mathématiques, ils choisirent de représenter π et ses premières décimales (ils en dessinèrent 112) sous forme de rectangles ayant tous la même longueur mais des largeurs différentes correspondant aux décimales concernées, un peu comme un code - barre. À chaque chiffre différent, ils associèrent une couleur : rouge pour le 3, jaune pour le 6, vert pour le 4.... Puis vint l'idée de disposer ces rectangles selon une spirale afin de montrer la continuité de l'écriture. Ils perfectionnèrent leur idée en peignant avec des tons de plus en plus pastels (il y a 11 dégradés de vert pour le chiffre 4 !). Ainsi ils voulurent montrer l'« éloignement », l'« infini ».
Pour une meilleure lecture, ils peignirent au pochoir des 3 en rouge, des 4 en vert, des 5 en bleu... Bien sûr, ils n'oublièrent pas d'inscrire le nom de mathématiciens qui ont travaillé sur π. Ils firent ce travail pendant des heures d'arts plastiques mais aussi pendant leur temps de liberté (entre 12h et 14h, heures d'étude) guidés par leur professeur d'arts plastiques. Ce tableau peint à l'acrylique est maintenant accroché dans une salle de... mathématiques. *Chantal Gobin*

Espace Mendès-France, 1 place de la cathédrale, POITIERS - Jeudi 20 janvier 2005 à 18 h 30
La physique mathématique imaginaire du XIVème siècle
Conférence de **Jean Celeyrette**, professeur émérite à l'université de Lille III.