Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public

79 86

Régionale de
Poitou-Charentes

n° 57

Juin 2004

Edito

Crise de légitimité ?

« *Les mathématiques ne sont pas, de manière évidente, utiles au futur citoyen ; cela reste à démontrer.* » Ainsi s'exprimait Claude Thélot lors de sa rencontre en janvier dernier avec l'APMEP dans le cadre du débat sur l'école.

Cette phrase a suscité une certaine émotion chez les professeurs de mathématiques. Après d'autres matières (langues anciennes, allemand...), c'est notre tour d'être remis en cause frontalement[1].

Divers symptômes témoignent de cette crise de légitimité qui semble affecter l'enseignement des mathématiques, et qui s'insère dans une crise plus générale : méfiance vis-à-vis de la science, attitude consumériste devant l'école... Les média[2] reprennent des poncifs trop souvent entendus : élitisme, hermétisme, échec programmé...

Plus profondément, des analyses pointent un malentendu persistant chez une majorité d'élèves, concernant le **sens** de ce qu'on leur enseigne. De fait, peu de collégiens sauraient dire pourquoi on étudie les triangles, peu de lycéens pourraient expliquer l'intérêt des fonctions. Certains commentaires vont jusqu'à mettre en cause la formation monodisciplinaire des enseignants, et, de ce fait, ces derniers ne savent pas toujours les enjeux de ce qu'ils enseignent. « *On a les réponses*, écrit Yves Chevallard[3], *mais on a perdu les questions* ».

Si on dépasse la réaction épidermique, cette crise peut être salutaire : cela peut nous amener à discerner le fondamental de l'accessoire, et à proposer des évolutions. Est-il indispensable, par exemple, que tous les bacheliers sachent dériver une fonction ? Inversement, est-il concevable qu'un citoyen ignore tout des probabilités ?

L'APMEP mène cette réflexion depuis longtemps. Les difficultés du collège unique nous conduisent ainsi à réactiver la problématique des « noyaux - thèmes » pour avancer vers le « collège pour tous ». Pour le lycée, un travail important a été fait « pour un enseignement problématisé des mathématiques ». Le dossier du dernier bulletin vert traite du « rôle des mathématiques dans la formation des jeunes aujourd'hui ». Et si nous appuyons les IDD et les TPE en dépit de leurs défauts et de leurs ambiguïtés, c'est qu'en décloisonnant le savoir ils contribuent à lui (re)donner du sens.

Bien sûr, l'enseignement des mathématiques est nécessaire et formateur. Mais avec quels contenus et quelles méthodes pour quels publics ? La réflexion doit se poursuivre : vos contributions sont bienvenues.

Louis-Marie BONNEVAL

1. Un certain Claude Allègre avait commencé il y a dix ans ...
2. Voir par exemple le récent livre d'André Antibi «La constante macabre», ou le dossier du Nouvel Observateur n° 2066 du mois de juin 2004, d'une scandaleuse mauvaise foi.
3. «Quel avenir pour l'enseignement des mathématiques ?» Colloque de Dijon 2003

SOMMAIRE

Dispensé de timbrage | Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

PRESSE
DISTRIBUÉ PAR
LA POSTE

DÉPOSÉ LE 28/06/2004

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1 Euro .
Abonnement 1 an (4 numéros) : 3,5 Euros.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur	Louis-Marie BONNEVAL
Comité de rédaction	Colette BLOCH, Frédéric de LIGT, Serge PARPAY, Jean FROMENTIN.
Imprimerie	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur	APMEP Régionale de Poitiers
Siège social	IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P.	n° 73 802
Dépôt légal	Juin 2004

Vie de l'Association

Compte-rendu du comité régional du 26 mai 2004

1°) Compte-rendu du séminaire national des 15 et 16 mai

Cyrille et Louis-Marie nous relatent les différents débats, conférences et ateliers de ce séminaire :

- Conférence de Nicolas Rouche « De l'élève aux mathématiques : un chemin qui s'allonge ». Louis-Marie rappelle au passage l'adresse d'un site Internet www.enseignement.be/geometre où l'on peut trouver un logiciel de mathématiques (géométrie) libre de droit recommandé par N. Rouche.
- Des ateliers se sont tenus, où l'on a discuté des textes d'orientation de l'APMEP. Les notions de Noyaux et Thèmes (évoquées dans les chartes de l'APMEP dans les années 70) sont remises en avant, afin de mieux définir les connaissances de bases demandées aux élèves et les différentes façons de les aborder. Des débats ont eu lieu autour, par exemple, de la légitimité de l'enseignement des mathématiques ; légitimité qui ne posait pas problème il y a quelques années encore.
- On note au passage deux conférences très intéressantes « Les mathématiques indiennes » et « Les mathématiques chinoises ».

Pour alimenter la réflexion, C. Kirch et M. Parent proposeront à la rentrée une réunion sur leurs idées pour "refaire l'école".

2°) Préparation du comité national des 5 et 6 juin

L'ordre du jour ne nous étant pas parvenu, nous passons au point suivant.

3°) Campagne d'adhésion : Compte-rendu de l'intervention à l'IUFM de La Rochelle du 24 mars

La conférence de Serge Parpay lors de cette intervention à La Rochelle a semble-t-il été bien perçue. Nous sommes tous d'accord sur l'importance de cette journée ; l'APMEP se doit de se faire connaître auprès des PLC1 et PLC2 et de présenter au mieux ses activités. L'excellente conférence de Serge en est un bon exemple. Cette intervention est à reconduire l'an prochain même si elle ne peut aboutir à aucune adhésion immédiate.

Le nombre d'adhérents de la régionale reste stable depuis plusieurs années, précise notre président (environ 250).

4°) Conférences

- compte-rendu de celle du 7 avril : cette conférence sur Vénus était très intéressante mais d'un niveau un peu trop élevé.
- Conférences pour 2004-2005 :

  Une conférence sur la dyscalculie aura lieu à Poitiers le **13 octobre** à 20h00. L'intervenant propose 45 min de présentation et 45 min de débat. Il faudra penser à prévenir les professeurs des écoles, les parents d'élèves ainsi que les COP de la région. Des précisions seront données dans le Corol'aire de rentrée.

  - L'A.G. de la régionale se déroulera le **11 décembre** à Niort (sous forme d'une journée ?) avec sans doute une conférence de S. Parpay s'il donne son accord.

  - « L'infini au 17ᵉ siècle » par Michel Blay le **2 février** ;

  - Sont prévues aussi : « La théorie de la jonglerie » de Jean-Christophe Novelli, « La géométrie des pixels » d'Eric Andrès, les dates et les lieux étant à définir.

5°) Corol'aire

Jean Fromentin expose ses problèmes informatiques. En effet, l'ordinateur de l'APMEP, qui a déjà 15 ans, lui pose de plus en plus de problèmes de compatibilité de logiciels. Il nous paraît urgent d'en acheter un autre (du type Macintosh : environ 1000 €) afin de lui faciliter le travail de mise en pages de Corol'aire. Les articles sont à envoyer pour le 20 juin.

6°) Collèges : nouveaux programmes

L'ensemble des collèges a été consulté et les comptes-rendus sont nombreux. Le groupe de travail de l'Académie se penche déjà sur les réponses afin d'améliorer les nouveaux programmes. Ils seront mis en application pour le niveau 6^{ième} à la rentrée 2005. Les documents d'accompagnement sont en cours d'achèvement pour les quatre niveaux.

7°) Groupe de travail IDD

La prochaine réunion se déroulera le 16 juin, et à ce propos, Louis-Marie propose d'élargir le travail à l'analyse des nouveaux programmes du collège, dans le but de fournir une contribution à la réflexion nationale sur les noyaux-thèmes.

8°) Lycée : nouveaux programmes

La série STT va être rénovée en 2005, où elle deviendra STG. De nouveaux programmes sont en cours d'écriture. Pour la première, une consultation nationale a eu lieu en avril-mai (mais, au niveau de notre Académie, la priorité a été donnée à la consultation collège).

9°) Rallye

Un peu de retard est à déplorer dans les envois des résultats dans les établissements mais tout devrait rentrer dans l'ordre très bientôt. La MAIF a offert des coupes.

Yvonne Noël participera au rallye parisien (avec son équipe d'élèves et d'adultes) à l'occasion du salon des maths 2004 , place St Sulpice.

10°) Expositions régionales

Elles sont en cours de rénovation. Chantal Gobin et Frédéric de Ligt nous montrent le travail important déjà réalisé pour l'expo "Cube". Ils nous tiendront au courant de l'avancée des travaux, de même que Jean-Samuel Priou pour l'expo "Epath'math". Il faudra notamment prévoir des panneaux en carton plume plastifié.

Le prochain comité est prévu le **22 septembre 2004**.

La réunion se termine autour d'un sympathique pot offert par Catherine Louis à l'occasion de la naissance de son bébé.

Chantal Gobin

Mathématiques : Liaison Troisième – Seconde à Niort

Créé il y a 18 ans avec l'arrivée des nouveaux programmes de collège en 1986, ce groupe réunit des enseignants volontaires et bénévoles, de collèges et de lycées, désireux de réfléchir sur leurs pratiques et de les améliorer dans l'optique de la continuité Collège – Lycée. Tous les lycées d'enseignement général et technique, tous les lycées professionnels et tous les collèges de Niort et des environs y sont représentés. Inutile de dire que nous sommes aussi très heureux de nous retrouver pour partager nos soucis, notre plaisir de faire des mathématiques et de bons moments de convivialité.

Le travail de ce groupe a abouti cette année à une série d'activités sur les fonctions, de la Sixième aux Secondes générales, techniques et professionnelles. Ces activités, proposées sur un même thème : le remplissage de récipients, utilisent le tableur. L'hypothèse de travail du groupe a été en effet que la mise en évidence de l'aspect dynamique des fonctions est primordiale pour une bonne acquisition de la notion.

Ce document a été proposé au Bulletin Vert (publication nationale de l'APMEP). Sa parution nécessite cependant quelques compléments que le groupe fera à la rentrée prochaine.

Jean Fromentin

« Le théorème de Shakespeare », un IDD en classe de 5ème au collège J. du Bellay de Loudun

Stéphane Aubagnac, professeur d'anglais, et Chantal Gobin, professeur de mathématiques

L'article complet a été proposé à PLOT, publication nationale de l'APMEP.

Notre envie de changer l'approche de nos deux matières, de remotiver les élèves, nous a conduits à élaborer cet IDD.

Les objectifs

Les objectifs généraux

Ouverture culturelle et acceptation de la différence : *« Mais pourquoi ils ne font pas comme nous ? »*

S'intéresser à une autre matière par l'intermédiaire d'une matière favorite.

Savoir prendre en note des informations orales pour les restituer à l'écrit.

Les objectifs spécifiques

Meilleure maîtrise de la lecture en anglais pour résoudre un petit problème mathématique.

Utiliser des notions mathématiques dans d'autres contextes.

Développer la maîtrise de l'écriture en anglais pour l'élaboration d'un petit problème mathématique.

Les thèmes

Pour les 11 séances de deux heures avec les élèves, se sont dégagés les thèmes suivants.

Nombres et ordre/ Numbers and order

Comparaison des écritures :

Comparaison des nombres impliquant un réinvestissement des formes comparatives en anglais.

Opérations / Operations

Principe de la retenue dans la soustraction.

Disposition de la division.

Systèmes métriques, monétaires et températures / Imperial measures

Travail de conversion dans les différents systèmes : longueur, masse , prix, températures.

L'heure / Telling the time

Lecture et écriture du temps, des heures.

Résolutions de problèmes / Solving a problem

Utilisation des 4 opérations à travers des petits problèmes ; compréhension écrite en anglais.

Scrabble / Scrabble

Comparaison des fréquences des lettres dans l'alphabet français et l'alphabet anglais.

Etude de la composition du jeu « Scrabble » en anglais.

La procédure

Nous tenions à faire deux heures consécutives avec la classe entière. Il nous semblait intéressant de montrer un professeur d'anglais faisant quelques erreurs en mathématiques, demandant des explications et un professeur de mathématiques faisant des efforts pour s'exprimer en anglais.

Chaque thème comportait une ou deux fiches de travail. Les élèves y trouvaient des renseignements pratiques, des exemples, des exercices.

Les élèves disposaient d'un cahier de brouillon pour :

- noter des remarques des enseignants, des anecdotes racontées sur le thème traité,
- écrire le vocabulaire rencontré,
- chercher les problèmes proposés,
- rédiger leurs commentaires.

Nous avons établi une correspondance par Internet avec des élèves anglais environ tous les quinze jours.

L'évaluation

Il s'agissait de réaliser un dossier comprenant : une couverture, un sommaire, un descriptif des séances, pour chaque thème une fiche comparative entre ce qui se passe en France et ce qui se passe en Angleterre, un lexique et une fiche bilan.

Une difficulté rencontrée a été d'évaluer la participation orale en anglais.

Conclusion

La lecture des fiches bilan complétées par les élèves à la fin de l'IDD a confirmé notre impression à savoir que les élèves avaient apprécié cet IDD. Leur point de vue sur la culture anglaise avait changé, les critiques négatives avaient disparues ; ils avaient un regard plus tolérant face à la différence. Ils étaient contents d'avoir fait de nouvelles découvertes : la soustraction anglaise , les températures exprimées en degrés Farenheit...

Nous avons apprécié de bousculer les habitudes des élèves, d' aiguiser leur curiosité, d' éveiller leur esprit critique, de les ouvrir à une autre culture et de leur faire partager notre passion. Voir les élèves dans un autre contexte a été un réel plaisir pour nous. Aussi il nous a semblé intéressant de vous faire partager notre expérience.

EUROMATH 2004

Pour la 5ème fois consécutive, l'équipe du Poitou-Charentes est allée participer à la coupe Euromath organisée par le Comité International des Jeux Mathématiques. Deux membres de l'équipe, l'adulte et le capitaine, sont des habitués. Mais pour les autres, l'étudiant, le lycéen, les deux collégiens et l'écolier, c'était une grande première.

Nous nous retrouvons tous, vendredi 4 juin à 13 h, place St Sulpice, devant le stand de Math et Magie animé par notre collègue et ami rochelais Dominique Souder, stand qui a toujours autant de succès. Nous partons alors pour les locaux où doivent se dérouler les épreuves. Cette année participaient encore plusieurs équipes étrangères : l'Ukraine, la Belgique, la Tunisie et l'Allemagne. Pour la France, il y avait le Limousin, l'Alsace, la Sarthe, l'Ile de France, Midi-Pyrénées et Poitou-Charentes.

La 1ère épreuve est individuelle : chaque membre de l'équipe doit résoudre 6 à 7 problèmes en 3/4 d'heure. La 2ème est collective. La difficulté est la répartition des tâches : qui se lance dans le cryptaritme, qui dans le puzzle…?

À l'issue de la 2ème épreuve deux équipes sont déjà qualifiées pour la finale. Pour l'instant nous sommes 6ème. Les concurrents restants font à nouveau une épreuve collective. Nous resterons à la même place. Comme il n'y a que 5 équipes qualifiées, nous sommes donc éliminés ! Cela ne nous empêche pas de profiter des stands du salon et en particulier de celui de l'APMEP où nous pouvons utiliser et découvrir différents jeux.

Après une nuit réparatrice, un peu de tourisme culturel s'impose. Nous en profitons pour visiter le musée des Arts et Métiers, magnifiquement mis en valeur, et bien sûr nous admirons un pendule de Foucault. De retour place St Sulpice nous assistons à la finale entre les 5 équipes : l'Ukraine, la Belgique, le Limousin, l'Ile de France et Midi-Pyrénées. Les 2 meilleures sont le Limousin et Midi-Pyrénées qui s'affronteront le soir lors de la super finale. Et c'est Midi-Pyrénées qui l'emporte brillamment.

Le lendemain nous repartons chez nous la tête pleine de souvenirs et avec l'espoir de revenir l'an prochain.

Le capitaine : Yvonne NOEL

Un TPE au lycée Saint Joseph de Bressuire
Thème "Hériter, innover", sujet : "La croissance de la taille humaine"

Extraits de l'article « L'homme change... en apparence » pages 32 et suivantes de Science & Vie - janvier 2004

Faits et chiffres : Selon le Laboratoire d'anthropologie appliquée (LAA), la stature moyenne des Français est actuellement de 1,74 m pour les hommes et 1,62 m pour les femmes, soit environ 7 cm de plus qu'en 1950. Selon le LAA, d'ici à 2010, les Français devraient encore gagner 2 cm et les Françaises 3 cm environ pour atteindre respectivement 1,76 m et 1,65 m...

À quoi ressemblerons-nous dans cent ans ? Dans mille ans ? ...Or, loin des fantasmes qui nous imaginent évoluer vers une perfection idéale ou cauchemardesque, la science est aujourd'hui en mesure d'apporter des réponses. Recours d'abord à la paléo - anthropologie pour tirer des règles du passé afin d'extrapoler notre évolution. De fait quelques évidences s'imposent lorsque l'on compare nos ancêtres directs supposés : par exemple un hominidé fossile du genre Australopithecus vieux de quelque 3,5 millions d'années avec notre espèce Homo sapiens apparue il y a 160 000 ans : notre aïeul est nettement plus petit et moins élancé, sa capacité crânienne moindre et sa mâchoire plus carrée, garnie de dents plus robustes. L'examen d'autres hominidés appartenant à diverses époques intermédiaires confirme ces observations, et dessine quelques tendances évolutives sans pour autant tracer une transformation parfaitement linéaire de ces caractères. Des tendances qu'il est tentant de projeter pour esquisser un "Homo futuris" de haute stature doté d'un crâne volumineux abritant un cerveau hypertrophié et d'une étroite mâchoire dépourvue de dents de sagesse. Ce portrait, fondé en apparence, n'est pourtant qu'une simple vue de l'esprit. Car l'évolution n'obéit pas à la logique de continuité suggérée par une galerie d'ancêtres ; elle n'agit qu'au présent, par la pression constante de l'environnement. Pour espérer tirer le portrait des créatures qui nous succèderont, il faut donc se tourner vers d'autres branches de la science. Comme l'anthropométrie, par exemple, qui mesure les caractéristiques physiques des humains. Son verdict est formel : l'homme est en train de changer. Et sa métamorphose se voit même à l'œil nu ! Il suffit de comparer parents et enfants pour constater qu'Homo sapiens grandit au fil des générations. En France, la stature moyenne a gagné 7 cm depuis 1950, et la courbe de croissance, si elle fléchit légèrement, reste résolument orientée à la hausse ! Une poussée des statures qui se constate d'ailleurs partout dans le monde... où la famine n'existe pas (voir courbe ci-dessus)... La poussée de croissance de notre espèce va-t-elle se poursuivre indéfiniment ? « Non, répond Régis Mollard. Si la taille moyenne s'élève, ce n'est pas parce que la taille des plus grands a augmenté, mais parce qu'il y a moins de petits ! D'ailleurs nous constatons déjà un fléchissement des courbes de croissance chez les populations de grande taille ; la stature moyenne finira par se stabiliser. » Il faut savoir que la taille résulte d'interactions entre le patrimoine génétique d'un individu et son environnement. Les gènes fixent pour chacun un maximum, plus ou moins élevé selon les populations, sachant que la limite biologique, au-delà de laquelle l'équilibre de notre corps et la solidité de sa structure seraient compromis, se situe vers les 2,20 m. Ce maximum ne peut toutefois s'exprimer qu'en présence de conditions favorables, nourriture, hygiène et accès aux soins en tête. Si ces conditions disparaissent, la croissance s'arrête, comme viennent de le démontrer John Komlos et Marieluise Baur. Ces économistes de l'université de Munich, en Allemagne, ont en effet découvert que l'Américain moyen rapetisse ! « La classe d'âge masculine 21-29 ans a perdu quelques millimètres par rapport aux 30-39 ans. Chez les femmes, la chute est plus spectaculaire : presque 1 cm ! » Ces chiffres étonnants sont liés à la dégradation du niveau de vie d'une partie de la population américaine. Notamment, en ce qui concerne le suivi médical, explique John Komlos. Car la stature obéit probablement à des cycles déterminés par la qualité de vie et l'abondance de nourriture. Ce phénomène d'accordéon a pu être sélectionné par l'évolution : « parce qu'un corps plus réduit exige moins de calories, il y a un avantage évident à voir la taille régresser quand la nourriture est moins abondante. » L'hypothèse demande à être confirmée. Il n'en reste pas moins que les générations à venir ne grandiront pas à l'infini. Or, cette croissance surprenante est bien la seule évolution tangible que le futur propose à notre espèce... Car l'anthropométrie n'a pas confirmé les autres tendances dégagées par la paléo-anthropologie.

Quelques remarques et questions :

Le groupe avait trouvé un certain nombre de documents, cet article leur a été présenté dès sa parution: il a été lu, mais visiblement, il n'a pas été utilisé...

Quelques outils mathématiques présents :
- une courbe : elle se récupère facilement sur le net, mais il reste à comprendre et à noter les légendes ; le tracé pour les années futures est soumis à conditions ;
- toute courbe faite à partir de moyennes statistiques devrait être accompagnée de l'écart-type associé ;
- "si la taille moyenne s'élève... c'est parce qu'il y a moins de petits" : la Boite à Moustache est un outil permettant de montrer ce qui se passe, avec des résultats complémentaires ;
- une loi d'évolution permet la modélisation : peut-on retrouver ses paramètres ?
- "la limite biologique se situe vers 2,20 m" : à l'aide de la fonction, retrouve-t-on la limite ?

Le sujet n'a été traité que sous l'angle "Sciences de la vie et de la terre", les mathématiques n'ont pas été abordées :
- c'est une belle occasion d'interdisciplinarité : comment amener les élèves à la mettre en oeuvre ?
- que signifie le E de "Encadré" dans TPE, si la règle n'est que d'accompagner les élèves sans leur demander un travail particulier ?
- lire un texte scientifique n'est pas acquis pour les élèves : comment les amener, plutôt qu'à compiler des pages, à analyser finement un article ?
- comment dans l'évaluation par les accompagnateurs tenir compte de ce travail scientifique alors qu'ils n'ont même pas connaissance de la fiche de synthèse ? (sans parler de la composition du jury final...)

Cet exemple d'accompagnement laisse un goût d'insatisfaction, mais en même temps donne des pistes de travail : comment les mettre en œuvre ? Il serait intéressant de partager des expériences réussies (avec les étapes intermédiaires) mais aussi ratées (au moins en partie), et de les analyser ; les TPE en séries scientifiques ne peuvent se conduire comme dans les autres séries.

Bilan du Rallye Mathématique Poitou-Charentes 2004.

Aperçu global.

La participation

Nous espérions que les innovations de l'édition 2004 entraîneraient une plus grande participation que les années précédentes. Il n'en est rien. On constate une participation équivalente à l'an dernier : 14 lycées (+1) avec 42 classes (+3), 11 collèges (+1) avec 19 classes (-5). La disparité entre lycée et collège reste importante au niveau du nombre d'élèves concernés. Peut-être ces innovations porteront-elles leurs fruits en 2005 ?

Les productions

Les points se sont étalés de 40 à 108 sur un total de 135 en Troisième (moyenne : 66) et de 40 à 126 sur un total de 145 en Seconde (moyenne : 83). On observe que l'épreuve a été particulièrement bien réussie en Seconde, et bien mieux que les années précédentes pour les deux niveaux. Les questions sur Sophie Germain et les logigrilles ont manifestement élargi la palette des compétences à mettre en œuvre et ont permis à un plus grand nombre d'élèves de s'illustrer dans cette épreuve.

Comme chaque année, nous avons attribué 15 points pour la présentation générale des dossiers, l'humour et les dessins. Ces points supplémentaires ont fait la différence, particulièrement pour les classes primées de Seconde. Nous avons reçu surtout des dossiers bien présentés mais très « scolaires », ce qui nous déçoit un peu. Ce Rallye est l'occasion de faire des mathématiques dans la bonne humeur et cela ne transparaît pas beaucoup dans les dossiers ! Quelques dossiers ont cependant retenu particulièrement notre attention. Certaines classes ont semble-t-il été davantage sensibilisées à ce sujet à l'occasion de l'épreuve d'entraînement. Depuis mai 2001, des "morceaux choisis" de productions des classes sont présentés sur le serveur de la Régionale APMEP de Poitou - Charentes : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep. Nous mettrons sur ce serveur les meilleures productions de cette édition 2004.

Nous renouvelons notre appel à contribution pour ce rallye auprès de tous les collègues : propositions d'exercices ou participation à l'équipe organisatrice.

Commentaires sur les exercices.

À la suite du titre de chaque exercice, le couple de nombres correspond aux pourcentages de réussite en Troisième puis en Seconde.

Ex 1. **Sophie Germain** (47 ; 62) en ce qui concerne le deuxième facteur à trouver et (16 ; 38) en ce qui concerne la vérification. On a observé en général une exploitation peu efficace, voire mauvaise, des renseignements recueillis. Les questions posées devaient amener les élèves à prendre du recul par rapport à leur documentation. Ce type de question a pu accrocher des élèves qui ne se sentaient pas habituellement concernés. Il sera reconduit dans la prochaine édition.

Ex 2. **Cinémath** (58 ; 90) : Cette question nous paraissait simple et elle a été en effet bien réussie. Elle ne nécessitait cependant pas le recours à la résolution d'un système d'équations (2 équations pour 3 inconnues !) et c'était là son intérêt.

Ex 3. **D'un coup de baguette...** (32 ; 57) : Si beaucoup de classes ont justifié leur choix des baguettes pour la base de la pyramide, très peu ont justifié que la baguette de 32 cm était perpendiculaire à la base.

Ex 4. **Le menteur** (58 ; 69) : Ces pourcentages correspondent seulement aux bonnes réponses. Nous avons observé de bonnes explications dont celles de la classe de Seconde 3 du lycée St André de Niort qui a étudié systématiquement chacune des possibilités en appliquant le principe suivant : « *Tout d'abord nous voyons dans l'énoncé qu'il n'y a dans tous les cas qu'une seule réponse fausse. Dès lors que nous verrons deux réponses fausses, l'hypothèse sera fausse elle aussi.* » Nous avons eu aussi le plaisir de trouver dans le dossier de la classe de Seconde ST4 du lycée Valin de La Rochelle, en guise d'explication, le texte suivant avec une assonance en « an » : « *Coralie n'est pas coupable de ce chewing-gum collant ; Deborah se défendant en accusant Jonathan. Jonathan répliquant tout en mentant « Anthony n'est pas innocent ». Tout en cherchant, nous aussi nous avons trouvé les innocents et le coupable mentant : c'est Jonathan !!!* »

Ex 5. **Le cadeau d'Annie Versaire** (53 ; 78) en ce qui concerne la réponse, et (11 ; 40) en ce qui concerne les explications. Il y a des mathématiques derrière ce petit problème ! Les élèves ont utilisé la fonction affine : $Y = 50X + 126$. Comme Monsieur Jourdain, ils ont fait du calcul matriciel et ont opéré dans l'espace vectoriel des carrés magiques ! Signalons que certaines classes ont trouvé une réponse sans utiliser le carré magique proposé.

Ex 6. **De tommettes en tommaths** (58 ; 67) : Exercice correctement réussi, mais très peu de classes ont justifié le fait que l'aire des tommaths était celle du carré ABCD. La classe de Seconde 1 du lycée Paul Guérin de Niort nous a pris à témoin à l'occasion de cet exercice. Rappelant que « *pour un carré de côté a la diagonale se note aV2* », elle nous fait remarquer : « *Comme vous pouvez le constater, nous sommes des plus attentifs à vos formules aussi palpables que passionnantes* ». Et plus loin : « *Une fois de plus, admirez la subtilité et la finesse de la formule* ». Ça fait plaisir de sentir qu'on existe !!

Ex 7. **Logigrilles** (79 ; 66) en ce qui concerne la réponse aux deux grilles proposées ; (16 ; 24) en ce qui concerne les propositions de logigrilles. La réussite au niveau des réponses est très bonne. Cependant les propositions montrent que souvent le principe n'a pas été bien compris. Signalons la classe de Troisième B du collège Noël-Noël de Confolens qui a répondu et posé les questions sous forme de rébus. Les propositions s'inspirent très largement des logigrilles de l'épreuve d'entraînement. Vous trouverez sur la feuille de solutions la proposition la plus originale de la classe de Troisième B du collège de Montguyon qui pratique les dés polyédriques.

Ex 8. **Le trianglor** (11 ; 21) en ce qui concerne la construction du pentagone. Cet exercice a été difficile à corriger par manque d'explications. Les dessins des trianglors n'étaient souvent pas assez explicites et les stratégies de construction difficilement repérables, sauf quand il s'agissait de plier un trianglor en cuivre !! Mais dans ce cas, la stratégie n'était pas acceptable ! Nous avons cependant découvert des stratégies inattendues qu'il serait trop long de décrire ici. La feuille annexe et la feuille de

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU - CHARENTES - 6 avril 2004

(1) Sophie GERMAIN (15 points)

Vous avez découvert Sophie Germain à partir de l'épreuve d'entraînement. Nous vous demandons de réaliser une fiche de présentation de cette mathématicienne (une à deux pages) sur laquelle figurent les renseignements suivants :

- Date et lieu de naissance, date et lieu de décès de Sophie Germain.
- Sophie Germain fut épouvantée par la " Terreur ". À quel âge ? De quel événement s'agit-il ?
- Sophie Germain correspondait anonymement avec un nommé Lagrange. Pourquoi l'anonymat et qui était Lagrange ?
- Sophie Germain fit des recherches sur le " grand théorème " de Fermat. Qui est Fermat et quel est ce théorème ?
- Dans ses recherches sur ce théorème, elle utilise la proposition suivante : " Tout nombre entier de la forme $n^4 + 4$ est un produit de deux entiers ". Avec n = 1145, un des deux nombres est 1 313 317. Quel est l'autre ?

Vérifiez que $n^4 + 4 = (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$.
- Le " grand théorème " de Fermat était en réalité une conjecture avant d'être démontré par Andrew Wiles en juin 1993. Qu'est ce qu'une conjecture ?

(2) Cinémath (5 points)

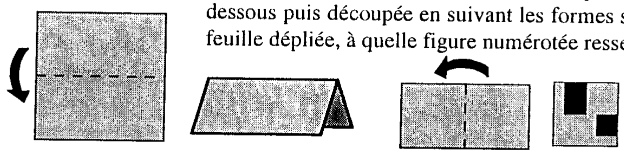
Trois petites salles de cinéma : le Pythagorama, le Thalèscope et l'Euclidiovisuel contiennent, réunies, 354 places. Un samedi, 4 séances au Pythagorama, 4 séances au Thalèscope et 7 séances à l'Euclidiovisuel ont réuni 2004 spectateurs. Combien de places possède l'Euclidiovisuel sachant que les trois salles ont fait le plein à chaque séance ?

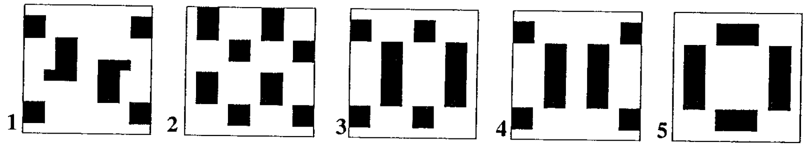
(3) D'un coup de baguette... (15 points)

On dispose de 2 baguettes de 24 cm, 2 de 60 cm, une de 32 cm, une de 40 cm, une de 68 cm et une dernière plus longue. On veut construire une pyramide à base rectangulaire dont les arêtes sont ces baguettes et dont le volume est 15,36 dm3 ? Quelle est la longueur exacte de la dernière baguette ?

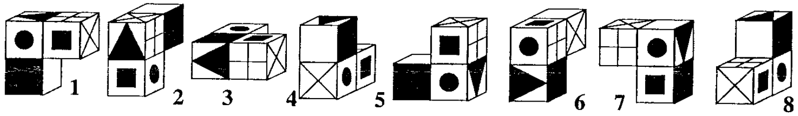
(7) Logigrilles (15 points)

a) Imaginez une feuille de papier carrée, pliée selon le schéma ci-dessous puis découpée en suivant les formes sombres. Une fois la feuille dépliée, à quelle figure numérotée ressemble-t-elle ?





b) Sur chacune de ces figures, les faces opposées sont identiques. Quels dessins représentent un même assemblage vu d'angles différents ?

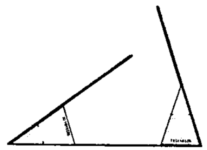


c) En vous inspirant des logigrilles proposées dans l'épreuve d'entraînement et des deux précédentes, imaginez deux autres logigrilles et présentez-les ci-dessous.

(8) Le Trianglor (5 points)

Léa Broutille possède un instrument géométrique appelé " TRIANGLOR ". C'est un triangle isocèle en cuivre dont l'angle au sommet mesure 36°. Les côtés de cet angle mesurent 3 pouces et une marque indique leurs milieux. Vous trouverez 4 prototypes cartonnés de ce Trianglor sur la feuille annexe.

En utilisant **uniquement** un ou plusieurs de ces Trianglors (qui serviront aussi de règle), tracez au crayon sur cette feuille annexe :
- la médiatrice du segment [EF],
- le milieu du segment [CD],
- la perpendiculaire (d) à la droite Δ passant par le point M,
- la parallèle (d') à la droite Δ passant par le point M,
- la bissectrice de l'angle $\widehat{zUt}$,
- un pentagone régulier de côté [GH]



(Les positions du Trianglor seront indiquées chaque fois par un dessin réduit comme le montre le schéma ci-contre.)

(4) Le menteur (10 points)

Au CDI du collège, Déborah, Coralie, Jonathan et Anthony travaillent autour d'une table carrée. A la fin de la séance, la documentaliste découvre un chewing-gum, qui n'était pas là auparavant, collé sous cette table, en son centre. Pour découvrir le coupable, elle interroge les quatre élèves :

"ce n'est pas moi !"dit Coralie,

"c'est Jonathan !"dit Déborah,

"c'est Anthony !"dit Jonathan,

"ce n'est pas moi !"dit Anthony.

Bien sûr le coupable est le seul à mentir et la documentaliste a vite deviné de qui il s'agissait… Et vous ?

(5) Le cadeau d'Annie Versaire (15 points)

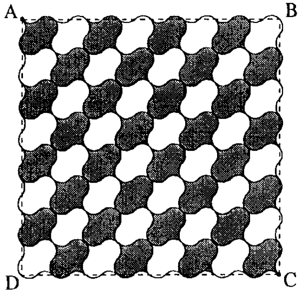
Dans une revue mathématique, j'ai découvert le carré magique suivant de somme 30, composé de tous les nombres entiers de 0 à 15. Les nombres se suivent donc de 1 en 1 et la somme de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale est 30.

14	9	4	3
0	7	10	13
11	12	1	6
5	2	15	8

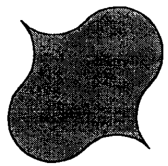
Mon ami va fêter ses 50 ans en 2004 et je veux lui offrir un carré magique de somme 2004, dont les nombres se suivent de 50 en 50. C'est facile d'en trouver un à partir du précédent, m'ont dit mes sœurs Elsa, Rose et Laure,

Alors je compte sur vous pour m'en donner un !

(6) De tommettes en tommaths (10 points)



Les tommettes sont des petits carreaux de terre cuite, souvent de forme hexagonale, utilisées pour daller des surfaces. Le carreleur Tom Matte a inventé des " tommaths " pour remplacer les tommettes.



Il a ainsi dallé une partie de la surface carrée ABCD ci-contre.

Sachant que la distance de A à C est exactement de $16\sqrt{2}$, quelle est l'aire d'une tommath ?

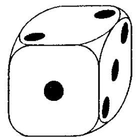
(9) Le voyage d'Emile IV (10 points)

Le roi Emile IV part le 20/04/2004 à 20h 04 min pour un périple de 2004 km. Il roule à la vitesse régulière de 20,04 m/s. Toutes les 2 heures, il s'arrête 20 minutes et 40 secondes pour de reposer un peu.

À quelle heure, de quel jour Émile IV fera-t-il un retour remarqué de son voyage ?

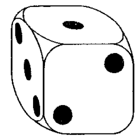
(10) (10 points)

Die Würfel sind gefallen



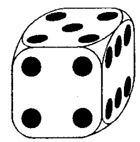
Mit drei Würfeln, deren Seiten von eins bis sechs numeriert sind, wie viele Zahlen mit drei Ziffern kann man schreiben ?
Welches ist die kleinste ?
Welches ist die größte ?
Wie viele Zahlen kann man zwischen der kleinsten und der größten nicht schreiben ?

La suerte está echada



Con 3 dados cuyos lados tienen números de 1 a 6.
¿ Cuántos números de tres cifras se puede escribir ?
¿ Cuál es el menor ?
¿ Cuál es el mayor ?
¿ Cuántos números no se pueden escribir entre el mayor y el menor ?

Let's throw the dice



3 dice are used : each side of each die has a number from 1 to 6 written on it.
How many numbers can you write with 3 figures ?
What is the smallest ?
What is the biggest ?
How many numbers can't you write between the smallest and the greatest ?

Supplément pour la classe de Seconde

(11) Le lièvre et le chien (10 points)

Lorsque le chien passe devant la fontaine, le lièvre a 9 sauts d'avance. La longueur de 7 sauts du chien égale celle de 11 sauts du lièvre. Pendant que le chien fait 4 sauts, le lièvre en fait 6.

Au bout de combien de sauts le chien attrape-t-il le lièvre ?

solutions en proposent quelques spécimens. En tout cas ce trianglor est une excellente activité à exploiter en classe, particulièrement en Cinquième.

Ex 9. **Le voyage d'Émile IV** (26 ; 40) en ce qui concerne la démarche et (0 ; 9) en ce qui concerne la réponse. Cet exercice demandait beaucoup de rigueur et d'organisation. La différence de réussite entre la démarche et la réponse situe bien le problème rencontré par les élèves. Il y a un net déficit au niveau des calculs horaires. Même si la correspondance entre les heures sexagésimales et décimales est vue à l'occasion de la proportionnalité en Cinquième, il est manifeste que les calculs horaires ne sont pas assez traités.

Ex 10. **Les dés sont jetés** (21 ; 21) en ce qui concerne la seule réponse : 340. Certaines classes n'ont pas compris que les dés donnaient les chiffres utilisés pour écrire les nombres étudiés et donc que les nombres ne pouvaient pas contenir les chiffres 0, 7, 8 et 9. Ainsi, le plus grand nombre qu'on pouvait écrire devenait 999. Mais il fallait sûrement retourner la page !

Comme les années précédentes, cet exercice trilingue nous a donné beaucoup de soucis. Il a fallu mettre à contribution nos collègues de langues pour apprécier les solutions des classes qui ne répondaient pas en français ! Certaines classes ont même utilisé les trois langues. Et côté farce, l'un des correcteurs a beaucoup apprécié la solution d'une classe qui s'est permis d'écrire les nombres en toutes lettres et en espagnol, sans indiquer toujours la traduction en chiffres !

Ex 11. **Le lièvre et le chien** (12) : Réservé aux classes de Seconde, cet exercice a posé beaucoup de problèmes. Cette très faible réussite s'explique par le fait qu'une telle situation est inhabituelle. À quoi se référer pour les calculs ? On le voit bien, ce ne sont pas les outils mathématiques qui faisaient défaut à ce niveau (essentiellement les calculs sur les fractions), mais la méthode. C'est bien pour cela qu'il ne faut pas hésiter à proposer à nos élèves des problèmes tels que ceux de notre rallye. Mais quand on est impuissant devant un tel problème, il reste l'humour et quelques classes l'ont bien pratiqué pour ce problème ou d'autres. C'est le cas de cette Seconde qui a capté notre clin d'œil à Jean de La Fontaine et qui nous livre pour toute réponse : *« Rien ne sert de courir, il faut partir à temps. La tortue aurait pu rattraper le lièvre, mais le chien n'y est pas arrivé »*. Et dire que les élèves se sont donné un mal de chien pour rien !

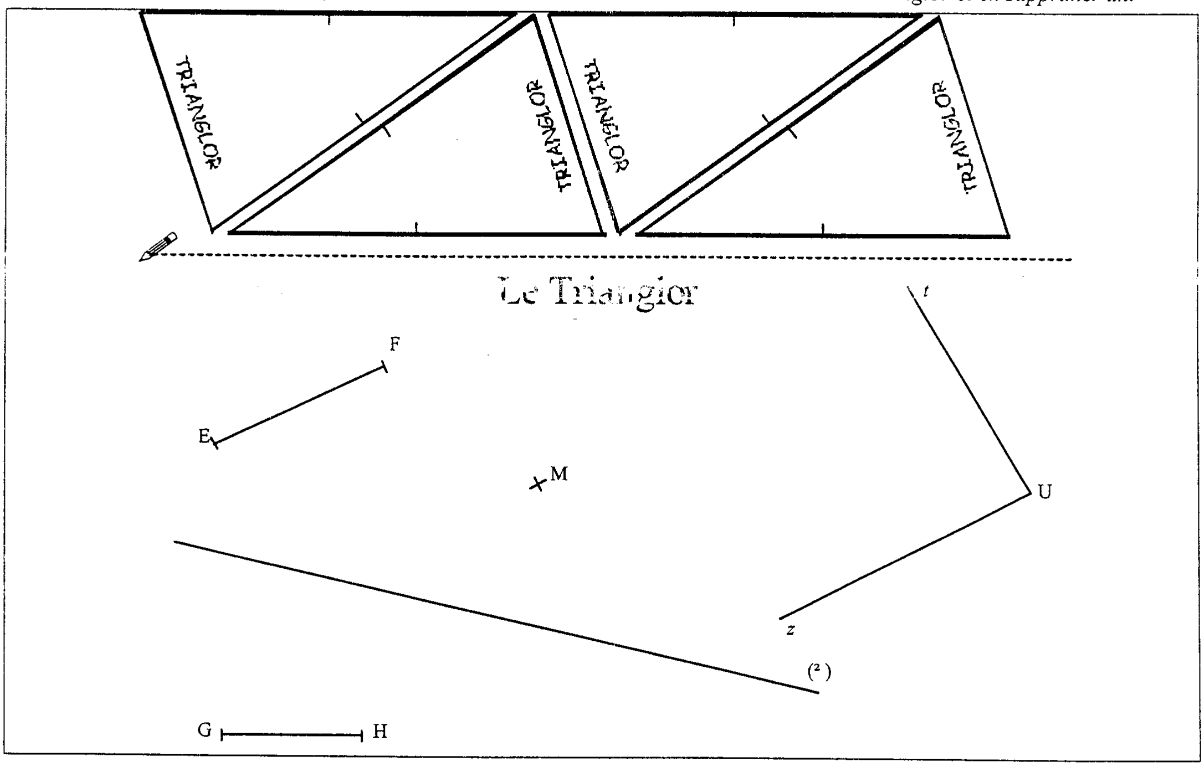
Remerciements.

Nous remercions Madame Gaillot professeur au collège Pierre et Marie Curie de Niort, Madame Brandy et Monsieur Aubagnac du collège Joachim Du Bellay de Loudun qui ont assuré la traduction du problème trilingue, Messieurs Erick Roser et Harry Christophe, IPR de mathématiques, M. Jean Souville, directeur de l'IREM de Poitiers et Mme Mireille Biguet du secrétariat de l'IREM, pour le soutien logistique qu'ils nous ont apporté.

L'équipe APMEP du Rallye composée de : Georges Borion, Jean Fromentin, Chantal Gobin, Frédéric de Ligt, Pierre Minot, Yvonne Noël, Serge Parpay, Jérôme Pénot, Jean-Samuel Priou, Dominique Souder et James Touillet, remercie tous les collègues qui ont entraîné et fait participer leurs classes, et qui permettent ainsi que ce Rallye Mathématique existe.

À l'année prochaine !

Nous avons dû, ci-dessous, resserrer les dessins concernant le document annexe du Trianglor et en supprimer un.



Humeur et humour

Bac Option Chasse.

Lors des dernières élections, un de nos ministres, candidat à la présidence de sa région, avait proposé de créer une Option Chasse pour le baccalauréat. Il ne s'agissait pas, bien entendu, de la chasse aux voix de ses électeurs, mais certainement de l'aboutissement d'une idée mûrement réfléchie - nous ne serons jamais assez reconnaissants à nos ministres de tout le temps qu'ils passent à penser pour nous, pour notre avenir et tutti quanti.
Las ! not' bon ministre (comme on disait « not' bon roi », du temps où le pouvoir héréditaire et divin garantissait les places sans élection) ne fut pas réélu par les manants, et les voix des chasseurs s'éparpillèrent comme vol de moineaux après un coup de pétoire.
Et pourtant quelle belle et bonne idée !
Il n'y a pas assez d'options au baccalauréat pour permettre aux élèves de révéler leurs talents : communicance, jactance, gérance (de stock-options ?), contre - danse ... , mathtraitance ... à vous d'en trouver et d'en proposer ; merci d'avance !
L'option chasse aurait permis pourtant une formidable interdisciplinarité.
Français : étude du conte d'Alphonse Daudet, Tartarin de Tarascon ; *philosophie* : être ou ne pas être chasseur ; *éducation civique* : respecter autrui, en particulier ses compagnons de chasse ; *histoire* : la chasse à travers les âges ; *sciences de la nature* : les espèces animales, observation et reconnaissance (différence entre un promeneur et un lapin) ; *éducation physique* : entraînement à la marche en différents milieux naturels ; *physique - chimie* : composition des poudres, étude du recul du fusil ; *technologie* : démontage et remontage du fusil ; *mathématiques* : notions élémentaires de balistique (trajectoire parabolique ...), étude statistique (répartition des plombs autour d'une cible ...), la courbe dite « du chien »...
Oui, vraiment, nous ne pouvons que regretter le passage à la trappe d'un si remarquable projet qui n'aura vécu qu'un temps très court et aura rapidement passé... l'arme à gauche !

Léa Broutille – Niort le 1er avril 2004.

Les perles de nos copies

(Term S)	*La suite semble ballotter*
(1ère STT)	*La droite passe par B car si on lui afflige la formule y=x+8 on trouve la coordonnée de l'ordonnée du point B.*
(Term S)	*π est la plus petite période connue de la fonction sinus.*
(Première S)	*Si on plie une période en 4, à l'axe des abscisses et à celui des ordonnées, on remarque que les courbes se superposent : il y a donc symétrie.*
(Seconde)	*La droite fx a deux signe différent.*

Vous aussi vous trouvez des perles dans vos copies : n'hésitez pas à nous les envoyer ...

Rallye mathématique POITOU-CHARENTES

Palmarès

Classes de Troisième	*Classes de Seconde*
Prix Académique et ***Prix départemental de la Vienne*** Troisième 2, collège Jules Verne, Buxerolles.*(M. Bourharara)* ***Prix Départementaux*** **Charente** Troisième B, collège Noël-Noël, Confolens. *(M. Tarra)* *Avec une mention spéciale pour la présentation du dossier.* **Charente - Maritime** Troisième A, collège de Montguyon. *(M. Thirion)* **Deux-Sèvres** Pas de prix décerné cette année. **Prix Spécial du Jury** ***Pour la présentation et l'humour du dossier*** Troisième A, collège M. Calmel, Marans. *(M. Caquineau)*	**Prix Académique** Seconde 4, lycée Camille Guérin, Poitiers. *(M. Fronty)* ***Prix Départementaux*** **Charente** Aucune classe n'a participé. **Charente-Maritime** Seconde 4, lycée Cordouan, Royan. *(Mme Bachelier)* Seconde 8, Lycée Valin, La Rochelle. *(M. Leclainche)* **Deux-Sèvres** Seconde 4, lycée Paul Guérin, Niort. *(M. Chagnon)* Seconde 5, lycée Paul Guérin, Niort. *(Mme Seddoh)* **Vienne** Seconde 3, lycée Pilote Innovant, Jaunay-Clan. *(Mme Jalibert)* **Prix Spéciaux du Jury** ***Pour la présentation et l'humour du dossier*** Seconde 2, lycée Pilote Innovant, Jaunay-Clan. *(Mme Delors)* ***Pour l'originalité de la présentation du dossier*** Seconde 2, lycée Saint André, Niort. *(Mme Suire)*

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Frédéric de Ligt

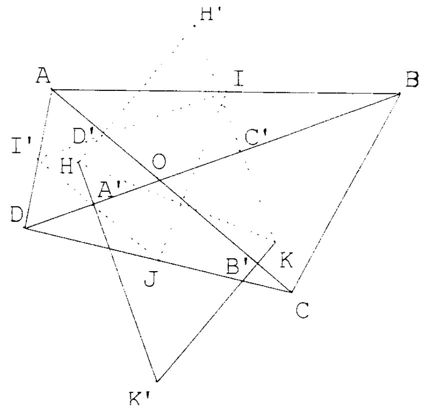
Des problèmes

57-1 *de Sébastien Peyrot (Angoulême)* :
On considère l'équation $z^2 - 2(2 + i)z + a + ib = 0$. Déterminer l'ensemble des points P du plan complexe de coordonnées (a ; b) tel que les racines du polynôme aient le même module.

57-2 *de Frédéric de Ligt (Montguyon)* :
Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires pour peindre le disque unité fermé de telle sorte que deux quelconques de ses points, séparés par une distance unité, ne reçoivent pas la même couleur ?

Des solutions

52-2. Soit un quadrilatère convexe ABCD dont les diagonales se coupent en O. H est l'orthocentre du triangle ADO, K est l'orthocentre du triangle CBO, I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [CD]. Montrer que les segments [HK] et [IJ] sont orthogonaux.



Solution de Frédéric de Ligt :
Complétons tout d'abord la figures par quelques points supplémentaires. I' sera le milieu de [AD], H' et K' les orthocentres respectifs des triangles ODC et OBA. A' et C' les projetés orthogonaux de A et C sur (BD), B' et D' les projetés orthogonaux de B et D sur (AC).
Dans le cas où les diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires, les orthocentres H et K sont confondus en O et le segment [HK] n'est plus qu'un point, l'énoncé n'a alors plus de sens (un traitement par le produit scalaire couvrirait aussi ce cas, mais ce n'est pas l'esprit de la solution attendue)
En dehors du cas limite évoqué ci-dessus, on va prouver que les triangles II'J et KH'H sont directement semblables. On se place dans un plan orienté.

Remarquons tout d'abord que HH'KK' est un parallélo-gramme. En effet, la hauteur (DD') contient les orthocentres H et H', de même la hauteur (BB') contient les orthocentres K et K' et ces deux hauteurs étant toutes deux perpendiculaires à la diagonales [AC], on en déduit que (HH') est parallèle à (KK'). De façon analogue, on montre que (HK') est parallèle à (H'K).

Tous les angles que l'on va considérer maintenant sont orientés et leur mesure est définie modulo 2π. Comme (II') et (I'J) sont respectivement parallèles aux diagonales [BD] et [AC], les angles JI'I et D'OA' sont de même mesure comme angles opposés du parallélogramme I'D'OA'. Ensuite les angles D'OA' et C'OD' sont supplémentaires. Enfin les angles C'OD' et D'H'C' sont supplémentaires car le quadrilatère C'H'D'O est inscriptible dans le cercle de diamètre [H'O] D'où l'égalité des mesures des angles JI'I et D'H'C' ou encore de celle de JI'I et de HH'K.

L'aire du parallélogramme HH'KK' peut s'écrire HH' x B'D' ou H'K x A'C' d'où HH' / H'K = A'C' / B'D'.
Les triangles rectangles OAA', OBB', OCC' et ODD' sont semblables donc OA' / OA = OB' / OB = OC' / OC = OD' / OD. Par conséquent A'C' / B'D' = AC / BD et l'on obtient HH' / H'K = AC / BD. Comme la propriété des milieux donne AC = 2I'J et BD = 2I'I on aboutit à l'égalité recherchée HH' / H'K = I'J / I'I
Il est maintenant établi que les triangles II'J et KH'H sont directement semblables. Il suffit, pour finir, d'observer que les côtés correspondants [JI'] et [HH'] sont perpendiculaires, de même que [I'I] et [H'K] et donc les deux derniers côtés correspondants sont aussi perpendiculaires, il s'agit de [IJ] et [KH].

53-5 (*de Jean-Philippe Verneau*) :
On dispose d'une urne contenant 15 boules numérotées de 1 à 15. On tire au hasard deux boules, puis on remet les deux boules dans l'urne. On effectue ainsi n tirages. Quelle est la probabilité d'avoir tiré les boules numérotées de 1 à 15 après les n tirages ?

Solution de Frédéric de Ligt : Notons $A_n(i)$ l'événement consistant à ne pas avoir tiré la boule numérotée i après n tirages et $p(A_n(i))$ sa probabilité. Notons B_n l'événement consistant à avoir tiré les boules numérotées de 1 à 15 après n tirages. On a alors que B_n est le complémentaire de $A_n(1)\cup\ldots\cup A_n(15)$.
Utilisons *la formule du crible* : $p(A_n(1)\cup\ldots\cup A_n(15)) = \sum_{1\le i\le 15} (-1)^{i-1}(\sum_{1\le r_1<\ldots<r_i\le 15} p(A_n(r_1)\cap\ldots\cap A_n(r_i))$

Comme les événements $A_n(1),\ldots, A_n(15)$ sont échangeables c'est-à-dire que, pour n fixé, la probabilité de l'intersection de i quelconques d'entre eux ne dépend que de i pour tout entier i entre 1 et 15 on a alors :

$$p(A_n(1)\cup\ldots\cup A_n(15)) = \sum_{i=1}^{15}(-1)^{i-1}\binom{15}{i}\,p(A_n(1)\cap\ldots\cap A_n(i))$$. Puisque l'on tire deux boules,

on a $p(A_n(1)\cap\ldots\cap A_n(15)) = p(A_n(1)\cap\ldots\cap A_n(14)) = 0$, et pour $1 \leq i \leq 13$, $p(A_n(1)\cap\ldots\cap A_n(i)) = \dfrac{\binom{15-i}{2}^n}{\binom{15}{2}^n}$.

Par conséquent $p(A_n(1)\cup\ldots\cup A_n(15)) = \displaystyle\sum_{i=1}^{13}(-1)^{i-1}\binom{15}{i}\frac{\binom{15-i}{2}^n}{\binom{15}{2}^n}$. Finalement $p(B_n) = \displaystyle\sum_{i=0}^{13}(-1)^{i}\binom{15}{i}\frac{\binom{15-i}{2}^n}{\binom{15}{2}^n}$

On vérifie que, pour les entiers n de 1 à 7, cette probabilité est bien nulle. Par contre il serait souhaitable de disposer d'une expression plus maniable pour estimer par exemple à partir de combien de tirages on a plus d'une chance sur deux d'avoir tiré les 15 numéros. En effet, les calculs deviennent vite impraticables en raison de la taille des nombres qui interviennent.
Il serait aussi intéressant de calculer le nombre moyen de tirages nécessaires pour obtenir les 15 boules. Le problème n'est pas clos.

55-3 (*Olympiades académiques 2003 de Guadeloupe*) :
Démontrer qu'une droite partageant un triangle en deux polygones de même périmètre et de même aire passe par le centre du cercle inscrit au triangle.

Solution de Jacques Drouglazet : On note A,B et C les trois sommets du triangle. On suppose que cette droite existe, qu'elle coupe [AB] en M et [AC] en N et on pose BC = a, CA = b, AB = c, AM = u, AN = v.
Les hypothèses se traduisent par le système d'équations : AM + MN + NA = BM + MN +NC + BC (1)
1/2.AM.AN.sinA = 1/2.1/2.AB.AC.sinA (2)

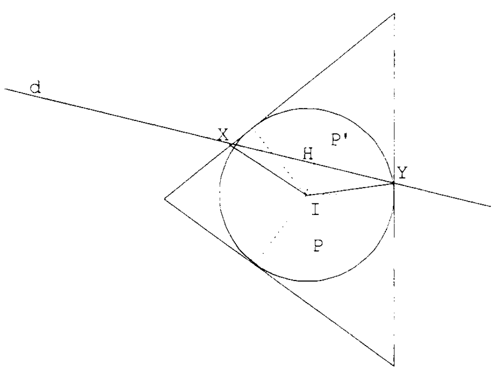
C'est-à-dire : $u + v = c - u + b - v + a$ (1)
$2uv = bc$ (2)

Ou encore $u + v = (a + b + c)/2$ (1)
$2uv = bc$ (2)

u et v sont donc les racines de l'équation en t : $2t^2 - (a + b + c)t + bc = 0$ (3)

On choisit alors le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ dans lequel M a pour coordonnées $(u/c, 0)$ et N a pour coordonnées $(0, v/b)$. D'autre part, I centre du cercle inscrit au triangle ABC, est le barycentre du système $\{(A, a), (B,b), (C,c)\}$; ses coordonnées sont donc $x_I = b/(a + b + c)$ et $y_I = c/(a + b + c)$. Par ailleurs, l'équation de la droite (MN) est : $cx/u + by/v - 1 = 0$.
Il reste à vérifier que les coordonnées de I satisfont cette équation, c'est-à-dire $bc/[u(a + b + c)] + bc/[v(a + b + c)] - 1 = 0$ ou encore $bc(u + v)/[uv(a + b + c)] - 1 = 0$, c'est-à-dire, compte tenu des équations (1) et (2), $bc(a + b + c)/2 = bc(a + b + c)/2$. La proposition est démontrée.
Jacques Drouglazet propose comme condition suffisante d'existence d'une telle droite : a compris entre b et c. Il se pourrait même que cela soit une condition nécessaire, mais cela reste à prouver...

Solution de Frédéric de Ligt : Notons I le centre du cercle inscrit au triangle, r le rayon de ce cercle, d la droite qui partage le triangle en deux polygones P et P' de même périmètre p et de même aire S ; notons X et Y les points d'intersection de d avec les côtés du triangle et enfin H le projeté orthogonal de I sur d.



Le point I est situé ou bien à l'intérieur d'un des deux polygones, ou bien sur leur côté commun [XY].
L'aire du polygone contenant I s'écrit :
$(p\text{-XY})r/2+$ IH.XY/2
et l'aire de l'autre polygone s'écrit :
$(p\text{-XY})r/2-$ IH.XY/2.
Ces deux aires étant égales à S, on a alors IH.XY = 0 et donc IH = 0, d'où I appartient à d.

56-1 *de Stéphane Saint-Jean (Pommiers-Moulons)* :
Quel est le comportement de la suite de terme général $\sin((1+\sqrt{2})^n\pi)$ quand n croit indéfiniment ?

Solution de Daniel Daviaud : intéressons-nous d'abord à $(1+\sqrt{2})^n$.
$(1+\sqrt{2})^0 = 1$; $(1+\sqrt{2})^1 = 1+\sqrt{2}$; $(1+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{2}$; $(1+\sqrt{2})^3 = 7+5\sqrt{2}$; etc.
Finalement $(1+\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ avec a_n et b_n entiers. Et $(1+\sqrt{2})^{n+1} = (a_n+b_n\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = (a_n+2b_n)+(a_n+b_n)\sqrt{2}$.

D'où $\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$. Et ceci nous introduit dans le paradis de l'algèbre linéaire. Mais commençons par quelques observations.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a_n	1	3	7	17	41	99	239	577
b_n	1	2	5	12	29	70	169	408
a_n/b_n	1	1,5	1,4	≈1,416	≈1,414	≈1,41428	≈1,41420	≈1,414215

Ceci permet de conjecturer que a_n / b_n converge vers $\sqrt{2}$. Lorsque cette conjecture aura été démontrée, on en déduira que b_n est équivalent à $a_n/\sqrt{2}$, et donc que $a_n + b_n\sqrt{2}$ équivaut à $a_n + \sqrt{2}a_n/\sqrt{2} = 2\,a_n$.
Autrement dit : $(1+\sqrt{2})^n$ est de plus en plus proche d'un entier pair, si bien que $(1+\sqrt{2})^n\pi$ s'approche de 0, modulo 2π. En conclusion, $\sin((1+\sqrt{2})^n\pi)$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$.
Démonstration de la conjecture.

Les valeurs propres de la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sont les racines de $\begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ 1 & 1-x \end{vmatrix}$ qui vaut

$(1-x)^2 - 2 = (1-x-\sqrt{2})(1-x+\sqrt{2})$. On trouve donc $1+\sqrt{2}$ et $1-\sqrt{2}$. Un vecteur propre associé à $1+\sqrt{2}$ est un vecteur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ tel que $\begin{pmatrix} a+2b \\ a+b \end{pmatrix} = (1+\sqrt{2})\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Le vecteur $\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ convient. Un vecteur propre associé à $1-\sqrt{2}$ est un vecteur $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ tel que $\begin{pmatrix} a+2b \\ a+b \end{pmatrix} = (1-\sqrt{2})\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$. Le vecteur $\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ convient. On a donc $M = PDP^{-1}$ avec $D = \begin{pmatrix} 1+\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1-\sqrt{2} \end{pmatrix}$;
$P = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $P^{-1} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$. Ceci se vérifie aisément, n'est-ce pas cher lecteur ?

En conséquence $M^n = (PDP^{-1})^n = PD^nP^{-1}$ avec $D^n = \begin{pmatrix} (1+\sqrt{2})^n & 0 \\ 0 & (1-\sqrt{2})^n \end{pmatrix}$. Pour alléger le calcul qui suit, nous posons $\alpha = (1+\sqrt{2})^n$ et $\beta = (1-\sqrt{2})^n$. Il est clair que α tend vers $+\infty$ et que β tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$.

$$M^n = PD^nP^{-1} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} (\alpha+\beta)\sqrt{2} & 2(\alpha-\beta) \\ \alpha-\beta & (\alpha+\beta)\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où } \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = M^n\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} (\alpha+\beta)\sqrt{2} & 2(\alpha-\beta) \\ \alpha-\beta & (\alpha+\beta)\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\alpha}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \sqrt{2}+\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{2} \\ 1-\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Or, lorsque n tend vers $+\infty$, β/α s'approche de 0. D'où a_n/b_n tend vers $\sqrt{2}$ quand n tend vers $+\infty$.
J'aimerais savoir s'il existe une ruse qui éviterait la grosse artillerie matricielle. Pour l'instant, je ne vois pas.

Solution de Frédéric de Ligt : Voici une astuce qui devrait plaire à Daniel Daviaud.
Pour n entier naturel la quantité $(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n$ ne prend que des valeurs entières, en effet on a la suite d'égalités où le dernier membre est manifestement entier :

$$(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\sqrt{2}^k + (-1)^k\sqrt{2}^k = \sum_{p=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]}\binom{n}{2p}2^{p+1}$$

Comme $(1-\sqrt{2})^n$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$ car $|1-\sqrt{2}| < 1$, alors $(1+\sqrt{2})^n$ tend vers 0 modulo 1 quand n tend vers $+\infty$, c'est-à-dire que $(1+\sqrt{2})^n$ en croissant avec n tend à se rapprocher de plus en plus de valeurs entières.
Par conséquent $\sin((1+\sqrt{2})^n\pi)$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$.