RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Les collègues peuvent transmettre, en plus de la copie papier, leur texte sur disquette (en précisant le traitement de texte utilisé). Cela évitera de retaper ces textes, donc de faire des erreurs de transcription, et économisera beaucoup de temps. Merci ! Naturellement la disquette leur sera retournée après utilisation.

S.P.

Des problèmes

Les quatre problèmes qui suivent sont proposés par Jean-Claude Laugier de Rochefort.

1 - 53 . On dispose de deux octogones réguliers de même taille découpés par exemple dans du carton. Les sommets du premier sont numérotés de 1 à 8 dans le sens des aiguilles d'une montre. Est-il possible de numéroter les sommets du second (de 1 à 8) de manière que, pour toute superposition du premier sur le second, il y ait une occurrence et une seule de deux sommets superposés portant le même numéro ?
(Problème mentionné, me semble-t-il dans " Mathématiques pour l'élève - professeur ", de Georges Glaeser). J-C Laugier

2 – 53. Dans un dictionnaire en 10 volumes, je dois chercher la définition de 10 mots. Combien de volumes différents vais-je, en moyenne, consulter ? On suppose naturellement que chaque mot figure dans un volume donné avec la probabilité 1/10 et que les 10 attributions de volume sont indépendantes.

3 – 53. Soit un ensemble A de nombres entiers compris entre 1 et 1000 tel qu'aucun élément de A ne soit le double d'un élément de A. Quel est le nombre maximal d'éléments de A ?

4 - 53. Comment répartir n boules noires et b boules blanches dans k urnes de manière que, une urne étant choisie au hasard et une boule étant tirée dans celle-ci, la probabilité d'obtenir une boule blanche soit maximale ?

5 – 53. *Exercice proposé Jean-Philippe Verneau de Buxerolles.*
On dispose d'une urne contenant 15 boules numérotées de 1 à 15. On tire au hasard deux boules, puis on remet les deux boules dans l'urne. On effectue ainsi n tirages.
Quelle est la probabilité d'avoir tiré les boules numérotées de 1 à 15 après les n tirages ?

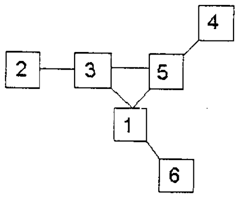
Des solutions

Exercices du Rallye Saint-Michel en l'Herm proposés dans le Corol'aire n°51.
Solutions de F. de Ligt et J. Drouglazet :

Dix partout

Enoncé : Placer les nombres de 1 à 6, chacun une fois, dans les carrés de la figure de façon à avoir un total de 10 sur chacun des trois alignements de trois nombres.

Solution : figure unique aux rotations du triangle près :



Quinze partout

Énoncé : Placer les nombres de 1 à 8, une fois chacun, de façon à avoir 15 sur chacun des quatre alignements.

Solution : Cette grille est unique aux symétries du carré près.

6	1	8
2		4
7	5	3

Rectificatifs dans le Corol'aire n°52 :

Solutions : du problème n°1.... 1 b) Le système proposé comporte un 3 à la place de $\sqrt{3}$
1 c) La valeur minimale de S n'est pas 3 mais $\sqrt{3}$.
du problème n°2 ... Remplacer à la fin tous les $\pi/12$ par des $\pi/6$.

N.d.l.r. : nous vous prions de nous excuser pour ces erreurs qui sont de notre fait.

Solution du problème n°2 ci-dessus, en utilisant uniquement les formules classiques de trigonométrie :
Soit l'équation trigonométrique : $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$. On a : $2\cos^2 x + 2\cos^2 3x + 2\cos^2 2x = 2$

En utilisant la formule : $1 + \cos 2a = 2\cos^2 a$: $1 + \cos 2x + 1 + \cos 6x + 2\cos^2 2x = 2$

En utilisant la formule : $\cos a + \cos b = 2\cos(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$, on a : $2\cos 4x \,.\, \cos 2x + 2\cos^2 2x = 0$,
soit : $(\cos 4x + \cos 2x)\cos 2x = 0$, soit : $2\cos 3x \cos x \cos 2x = 0$.
Les solutions sont celles des trois équations $\cos x = 0$, $\cos 2x = 0$ et $\cos 3x = 0$, d'où :
$x = \pi/2 + k\pi$; $2x = \pi/2 + k\pi$, soit $x = \pi/4 + k\pi/2$; $3x = \pi/2 + k\pi$, soit $x = \pi/6 + k\pi/3$,
soit l'ensemble des solutions : $S = \{ \pi/4 + k\pi/2, \pi/6 + k\pi/3 ; k - Z \}$.

S.P