

Édito

En attendant...

Pour une fois, ce n'est pas le président de la Régionale qui écrit cet édit. Jackie CITRON a rendu son tablier lors de la dernière assemblée générale qui s'est tenue à La Rochelle le 4 décembre. Le comité et l'ensemble des adhérents de la Régionale le remercient vivement pour le travail accompli avec rigueur, efficacité et bonne humeur malgré tous les soucis que nous donne l'exercice de notre métier.

Le Comité de la Régionale s'est réuni le 22 janvier et a désigné Louis-Marie Bonneval comme nouveau Président. Mais, en attendant cette élection, il a fallu écrire les articles de Corol'aire.

D'ailleurs, vous vous êtes peut-être demandé si Corol'aire existait toujours ! Des ennuis informatiques ont retardé sa parution. Nous tâcherons d'être au rendez-vous pour les prochains numéros.

Le délai du mois de janvier est donc passé pour offrir les vœux à l'occasion de cette nouvelle année. Mais il n'est jamais trop tard pour souhaiter que les sciences, et les mathématiques en particulier, retrouvent la place qui doit être la leur dans l'enseignement. Il ne s'agit pas de cet impérialisme, voire de cette tyrannie, qu'on a bien voulu attribuer aux mathématiques, et que les mathématiques n'ont jamais revendiqué. Il s'agit au contraire de leur place dans la formation de l'esprit.

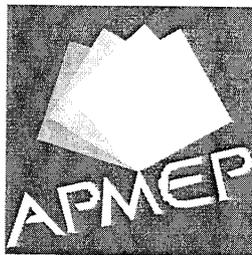
Récemment, il a été question de l'ennui à l'école. Il paraît que même nos ministres de l'Éducation Nationale s'y ennuyaient ! Ce qui est ennuyeux, c'est que les raisons de cet ennui ne sont peut-être pas les mêmes pour tous, et le journaliste n'est malheureusement pas entré dans les détails, si ce n'est que les professeurs sont montrés du doigt. Entre s'ennuyer parce qu'on ne comprend rien, parce qu'on n'est curieux de rien et s'ennuyer parce qu'on sait beaucoup et qu'on veut savoir davantage, la marge est grande. Et pourtant on peut tenter d'apporter une réponse à cet ennui : la mise en place à partir de la classe de Quatrième de structures différenciées adaptées aux besoins des élèves, assortie de passerelles permettant des réorientations, comme le demande l'APMEP. Peut-on espérer un collège pour tous, un collège pour chacun au lieu d'un collège unique où tous s'ennuient ?

Jean Fromentin

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Assemblée Générale de la Régionale	p. 2
Comité de la Régionale	
et Rallye Mathématique	p. 3
Itinéraires de Découvertes	p. 4
Salon des Mathématiques	p. 4
Conférences et expositions	p. 5 et 6
Rubricol(1)age	p. 7 à 9
Exponentielle et Logarithme	p. 10

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public



Régionale de
Poitou-Charentes

n° 51

Février 2003

Dispensé de timbrage Poitiers Centre de tri

COROL'AIRE

IREM, Faculté des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX



PRESSE
DISTRIBUÉ PAR

LA POSTE

DÉPOSÉ LE 10/02/2003

APMEP : <http://irem.univ-poitiers.fr/apmep>
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1 E .
Abonnement 1 an (4 numéros) : 3,5 E.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur Louis-Marie Bonneval
Comité de rédaction Colette BLOCH, Serge PARPAY,
Jean FROMENTIN.
Imprimerie IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS - CEDEX
Editeur APMEP Régionale de Poitiers
Siège social IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. n° 73 802
Dépôt légal Février 2003

Vie Associative

Compte rendu de l'assemblée générale de la Régionale du 4 décembre 2002

L'Assemblée Générale annuelle de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes s'est tenue à l'IUFM de La Rochelle

Jackie Citron, président, remercie les présents (près de 40 personnes) ainsi que l'IUFM qui nous accueille, excuse quelques absents, puis aborde le **rapport d'activités 2002** :

1) Etat des troupes

Toujours dans les mêmes eaux (219 adhérents) mais nous ne sommes jamais assez nombreux surtout pour faire entendre notre voix. C'est pourquoi nous prolongeons l'effort national dans la campagne des nouvelles adhésions : en plus des prix spéciaux et des brochures, la Régionale prend à sa charge cette année encore une partie de la première adhésion pour les PLC2 et les PE, qui paieront respectivement 15 et 7 euros au lieu de 23. Nous avons envoyé un mél aux formateurs de l'IUFM et nous espérons que l'information est passée. Nous n'avons pas encore les résultats de cette action mais nous avons déjà une bonne dizaine de nouveaux adhérents.

2) Conférences

Cette année encore nous avons essayé de diversifier les genres et les lieux :

- Le 20 mars deux conférences :

l'une à Châtelleraut : «De la géodésie à la topographie» par Stéphane Jouffrais,

l'autre à Bressuire : «Le nombre d'or» par Robert Vincent.

- Le 24 avril à Saintes : «Construction de polyèdres» par Jean-Jacques Dupas.

- Le 6 novembre en liaison avec l'espace Mendès France : «La géométrie des fortifications» par Frédéric Métin.

Nous sommes en mesure d'annoncer les conférences du premier semestre 2003 :

- Le 5 mars, toujours dans le cadre de notre collaboration avec Mendès et à l'occasion de l'exposition Maths2003, Jeanne Peiffer parlera de «Dürer en son atelier de géomètre».

- Le 14 mai, la dernière conférence portera sur l'astronomie et sera présentée par J. Renaudineau, à Saint-Jean d'Angély.

Nous réfléchissons à d'autres types d'actions : ateliers-débats en différents endroits pour revivifier la Régionale.

3) Communication

- Corollaire : notre journal est apprécié, même au niveau national ; nous ne pouvons donc qu'encourager Jean Fromentin et ses collaborateurs à poursuivre leurs efforts.

- Site web <http://irem.univ-poitiers.fr/apmep> : Samuel Dussubieux s'efforce de le tenir à jour, il ne faut pas hésiter à lui faire part de toute remarque.

4) Concours et autres

- Rallye : 2350 élèves ont participé (33 classes de 3ème et 48 de 2de) : en baisse pour le collège et en hausse pour le lycée. L'équipe organisatrice souhaite toujours s'agrandir et fait appel à toutes les bonnes volontés.

- Euromaths2002 : bonne prestation de l'équipe (5ème) sous la direction d'Yvonne Noël ;

- Olympiades2002 : nous avons assisté à la remise des récompenses le 19 juin.

5) Itinéraires de découverte

Un groupe s'est mis en place au mois de mai et malgré les difficultés de calendrier a réussi à se réunir et à travailler (4 réunions). Il est lui aussi ouvert et nous attendons ses productions.

6) Liaison avec le National

- Pétition

- Visite aux députés. Les élections sont passées, il faudra peut-être recommencer et faire tous les départements ?

- Journées de Rennes : bonne participation de notre Régionale, discussions intéressantes sur des problèmes locaux et généraux (effectifs, horaires, désaffection ...).

Après ce rapide bilan, une feuille circule où peuvent s'inscrire les collègues qui acceptent de participer au comité régional. Jackie précise qu'il est démissionnaire de la présidence de la régionale, et que le prochain comité devra donc élire en son sein un nouveau président.

Cyrille KIRCH, notre trésorière, présente le **bilan financier**.

Elle précise que Jacques CHAYÉ, trésorier - adjoint, a bien amélioré la gestion grâce à une application EXCEL.

La présentation des recettes et des dépenses fait apparaître un équilibre de bon aloi, qui permet de maintenir des réserves confortables.

Le rapport d'activité et le rapport financier sont approuvés à l'unanimité.

La parole est alors donnée à Jacques Chayé, pour une conférence intitulée «**Gammes, modes, tempéraments**», dans laquelle il nous montre avec son tempérament fougueux toute la gamme de ses talents sur des modes divers.

Les rapports entre mathématiques et musique sont ainsi déclinés sur tous les tons, et abondamment illustrés tant au niveau visuel que sonore, artistique que scientifique.

Merci Jacques pour ce moment de grand plaisir intellectuel et artistique !



Un excellent moment, avec les interventions pleines d'humour de Dominique Gaud et de Serge Parpay, suivi d'un délicieux champagne à l'occasion du départ en retraite de notre ex-président Jackie Citron.



Compte rendu du Comité de la Régionale du 22 janvier 2003

Après avoir excusé les absents, Jackie Citron ouvre la séance.

1- Constitution du bureau :

À la suite de l'assemblée générale du 04/12/02, un nouveau comité a été élu et a désigné son bureau.

Le bureau suivant est élu à l'unanimité :

Président : **BONNEVAL Louis-Marie**

Président-adjoint : **PARENT Marie**

Secrétaire : **GOBIN Chantal**

Secrétaire-adjoint : **PRIOU Jean-Samuel**

Trésorier : **KIRCH Cyrille**

Trésorier-adjoint : **CHAYÉ Jacques**

2- Itinéraires De Découvertes :

Un groupe d'enseignants travaille sur les IDD. La prochaine réunion est fixée le 19 mars 2003. Voir par ailleurs le compte rendu de sa dernière séance.

3- Suivi des conférences :

a) J. Citron confirme

- La conférence de J. Peiffer " Dürer en son atelier... de géomètre " le 5 mars 2003, à 15h à l'Espace Mendès-France de Poitiers

- La conférence de D. Guedj " Histoire des nombres " le 2 avril 2003, à 14h à l'Amphi A de Chimie de Poitiers,

- La conférence de J. Renaudineau " Astronomie ", le 14 mai 2003 au Lycée Audouin Dubreuil de St Jean d'Angély.

b) Pour les prochaines conférences, des contacts sont pris. On espère, " Les suites de Farey " avec L. Jérémy, " Topographie " avec S. Jouffray, " Les polyèdres " avec J.J. Dupas, " Calcul formel " avec G. Bonne et " Les nombres entiers " avec A. Yahiatène.

4- Corol'aire :

Suite à des problèmes informatiques, Corol'aire paraît avec un certain retard. Toutes nos excuses.

5- Rallye :

Les exercices d'entraînement ainsi que les consignes de passation ont été envoyés dans tous les établissements. L'équipe organisatrice espère que vous serez nombreux à vous inscrire. Elle rappelle que l'épreuve officielle doit se dérouler le mardi 8 avril 2003.



Le nouveau comité au travail

6- Questions diverses :

- Du 4 mars au 4 mai 2003, on peut visiter à l'espace Mendès-France de Poitiers, deux expositions " Les hasards de la vie " et " Math en Méditerranée ". De plus, des conférences et des ateliers sont prévus pendant cette période :

- Mardi 4 mars 2003, 18h, Espace Mendès-France (Poitiers) : inauguration de l'exposition «Vive les maths 2003»

- Mercredi 5 mars 2003, 15 h, Espace Mendès-France (Poitiers) : conférence de Jeanne Peiffer «Dürer en son atelier ... de géomètre»

- Jeudi 6 mars, 20 h 30, Espace Mendès-France (Poitiers) : conférence de Benoît Rittaud «Maths et hasard»

- Mercredi 2 avril, 14 h, Amphi A, Chimie, Campus de l'université de Poitiers : conférence de Denis Guedj «Histoire des nombres»

- Cette année, les Olympiades, destinées aux classes de première, se dérouleront le 26 mars de 14 à 18h.

- Le site de la Régionale a connu quelques problèmes techniques. Mais maintenant tout est rentré dans l'ordre, et il est à jour.

- Le CREAHI de Poitou-Charentes a informé la Régionale de son projet " Aventures mathématiques ". Des contacts vont être pris pour que l'APMEP soutienne cette action.

- Une campagne d'adhésion avait été lancée auprès des jeunes enseignants, mais elle n'a pas reçu l'enthousiasme espéré.

L'ordre du jour étant épuisé, les membres du Comité et quelques invités sont alors conviés à une petite " cérémonie " en l'honneur du départ en retraite de Jackie Citron, cérémonie magistralement orchestrée par Dominique Gaud et Serge Parpay.

La prochaine réunion du Comité est fixée au mercredi 12 mars 2003.

Chantal Gobin

Rallye Mathématique Poitou-Charentes

8
avril 2 0 0 3

Vous avez pris connaissance du dossier d'inscription pour le Rallye Mathématique Poitou-Charentes 2003 qui aura lieu le 8 avril. Si ce n'est pas le cas, renseignez-vous auprès du coordonnateur de mathématiques, de votre documentaliste ou de votre chef d'établissement. Les envois dans les établissements ont été effectués par le Rectorat mi-janvier. Vous avez donc pris connaissance des épreuves d'entraînement et des éléments de solutions. Cette épreuve d'entraînement reprend des exercices des épreuves des années précédentes. Nous espérons que vous serez nombreux à faire participer vos élèves, et nous vous rappelons que la date limite d'inscription est le 14 Février. Pour tout renseignement complémentaire, vous pouvez me contacter au 05-49-24-40-02 ou à mon e-mail : yvonne.noel@free.fr

Yvonne NOEL

Photo de gauche : Équipe de charme pour l'envoi des dossiers d'inscription.

Photo de droite : L'équipe "Rallye" en train de concocter, dans la bonne humeur, des petits problèmes pour l'épreuve du 8 avril.



Les Itinéraires de Découvertes

**Réunion le mercredi 19 mars prochain à 14h30
à l'IREM de Poitiers, 40 Avenue du Recteur Pineau**

À l'ordre du jour, le point sur les IDD : Contenus, évaluations, perspectives pour la rentrée 2003.

Tous les collègues intéressés sont invités à cette réunion, même s'ils n'ont pas participé aux précédentes. Échanger nos idées, partager nos problèmes permet de se sentir moins seul.

Compte rendu de la réunion du 27 novembre 2002

Au cours de cette réunion, nous avons constaté que les modes de fonctionnement des itinéraires de découverte (IDD) étaient différents dans les 9 établissements représentés.

Dans la plupart des établissements, ils se déroulent sur deux heures consécutives en fin de journée ou en fin de matinées et fonctionnent par semestre.

Les élèves participent alors à deux IDD, l'un au 1^{er} semestre, l'autre au 2nd semestre. L'un des collèges fonctionne par trimestre, les élèves ne participent cependant qu'à 2 IDD. Dans un autre établissement, les élèves ne peuvent suivre qu'un IDD. La plupart des professeurs concernés, presque tous volontaires, interviennent pendant deux heures et sont rémunérés 1 HSA. Certains ont obtenu le paiement de 1,5 heures voire 2 heures.

Le mode de constitution des groupes est tout aussi variable.

Dans la majorité des collèges représentés, les groupes ont été constitués en début de 5^{ième}, ne correspondent pas aux classes et ont des effectifs souvent réduits (3 groupes pour 2 classes...)

Deux collèges ont constitué leurs classes de 5^{ième} en fonction du choix des élèves en fin de 6^{ième}. Les groupes IDD sont, dans ces établissements, les classes entières.

Voici les différents thèmes faisant intervenir les mathématiques.

- Enquête et statistiques en liaison avec les SVT :

Une enquête sur le tabagisme a été réalisée auprès des élèves et adultes du collège. Les élèves ont traité les résultats et réalisé des diagrammes. Des recherches sur Internet ont été faites pour connaître les résultats nationaux.

- Météo en liaison avec les sciences physiques :

Les élèves étudient les différents paramètres météorologiques, utilisent un tableur pour présenter leurs résultats.

- Représentation d'un objet dans l'espace en liaison avec la technologie

Les élèves étudient les différentes techniques pour représenter un objet (perspective cavalière, projection...). Ils seront aussi amenés à le créer.

- L'eau en liaison avec les sciences physiques

Les élèves ont été répartis en 8 sous-groupes en choisissant un thème sur 20 propositions. (Le château d'eau, l'origine de l'eau, l'eau et loisirs, la pollution, la station d'épuration, une enquête sur l'eau).

Notre groupe se réunira le 19 mars à 14h30 à l'IREM.

L'ordre du jour sera : Premier bilan des IDD, un point sur les évaluations et l'étude des textes officiels pour la rentrée 2003-2004.

Christelle Richard

Enquête IDD

Merci aux collègues qui ont répondu à notre enquête mais le nombre de réponses est trop faible pour tirer des conclusions fiables.

Cependant les quelques réponses semblent confirmer les constats de nos premières réunions :

- * Très grande disparité de fonctionnement d'un établissement à l'autre,
- * Peu d'intervention avec 2 enseignants en présence d'élèves,
- * Peu d'IDD en 4^{ème},
- * La place des maths dans les IDD est peu importante voire inexistante dans certains établissements.

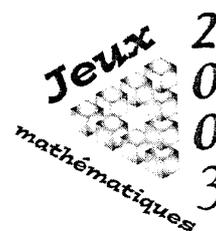
Vous pouvez continuer à nous envoyer des enquêtes ou à nous faire parvenir les premiers bilans. Ils nous permettront de nous faire une idée plus précise de la mise en place des IDD et ainsi d'argumenter dans nos rencontres éventuelles avec le Ministère au niveau national.

4^{ème} Salon des Jeux Mathématiques & de la Culture Mathématique

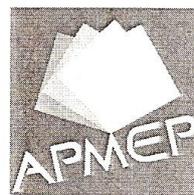
Les 29, 30, 31 mai et 1^{er} juin 2003 — Place Saint Sulpice — PARIS VI^{ème}

Retenez déjà les dates de ce quatrième salon des mathématiques organisé par le CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques). Des ateliers d'animation (jeux, pliages, magie, astronomie...), des stands (livres, logiciels, magazines, associations...), des événements (Rallye mathématique de Paris, Coupe d'Europe des régions...). La Régionale APMEP de Poitou-Charentes essaiera de participer à nouveau à cette coupe d'Europe des Régions : EUROMATH, et l'APMEP nationale tiendra certainement un stand d'animation sur les jeux et les mathématiques. Des classes peuvent s'inscrire pour visiter le salon et participer à des ateliers. Cette manifestation " grand public " est un atout pour les mathématiques, pour leur image à l'école et dans la société. Nous nous étions fait l'écho de la troisième édition de ce salon dans le n° 49 de Corol'aire. Nous ne pouvons que vous inciter à faire le déplacement. Vous ne serez pas déçus.

J. F.



Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public

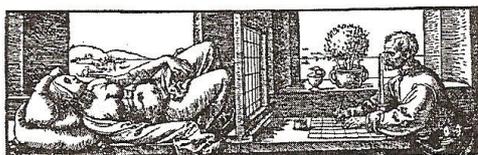
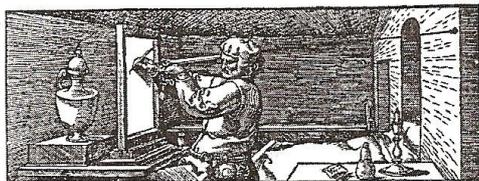


En partenariat avec l'Espace Mendès France,
la Régionale A.P.M.E.P. de Poitou-Charentes
vous invite à participer à la conférence :

DÜRER en son atelier... de géomètre.

Jeanne PEIFFER

historienne des mathématiques au CNRS.



POUR AFFICHAGE

POITIERS
Espace Mendès France
le mercredi 5 mars 2003
à 15 heures

Rue Jean Jaurès, au niveau du Baptistère Saint Jean.

Nuremberg 1525.

L'Underweysung der Messung

d'Albrecht Dürer vient de paraître.

Ces "Instructions à la mesure" constituent

une encyclopédie géométrique

que le peintre et graveur adresse

à ses compagnons artistes et artisans.

Nous feuilleterons ce splendide volume,

richement et artistiquement illustré ;

nous caractériserons la géométrie

qui y est mise en œuvre.

Elle est constructive,

non démonstrative,

matérielle et appliquée aux arts, etc.

Nous tenterons d'évaluer ses effets à long

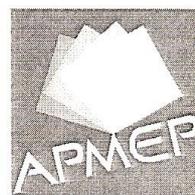
terme,

tant dans le domaine des arts

que dans les sciences mathématiques.

A.P.M.E.P. , I.R.E.M. Faculté des Sciences, 40, Avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS Cedex.

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public

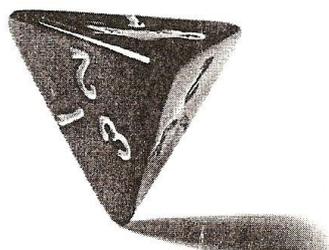


En partenariat avec l'Espace Mendès France,
la Régionale A.P.M.E.P. de Poitou-Charentes
vous invite à participer à la conférence :

Les mathématiques du hasard

Benoît RITTAUD

maître de conférences à l'université Paris 13



POUR AFFICHAGE

POITIERS
Espace Mendès France
le jeudi 6 mars 2003
à 20 h 30

Rue Jean Jaurès, au niveau du Baptistère Saint Jean.

Aujourd'hui encore, l'association d'une discipline comme les mathématiques, science de l'"exactitude" par excellence, à la notion floue de "hasard", que rien ne semble pouvoir définir, fait parfois douter du caractère scientifique de la théorie des probabilités. Si cet étonnement a des racines historiques profondes, l'apparente incompatibilité entre les deux domaines a été surmontée il y a près de quatre siècles, permettant l'émergence d'une branche qui a aujourd'hui envahi des pans entiers des mathématiques tout autant qu'elle s'est immiscée dans de nombreux recoins de notre vie quotidienne.

VIVE les MATHS

Une expo ludique sur les grandes avancées mathématiques de l'Histoire et les phénomènes de hasard qui paraissent leur résister.

Du 4 mars au 4 mai à l'Espace Mendès France :

Maths en Méditerranée et Les hasards de la vie

Cette nouvelle manifestation consacrée aux mathématiques repose sur deux expositions. *Maths en Méditerranée* raconte la riche histoire méditerranéenne des mathématiques : dix manipulations ludiques évoquent les pyramides d'Égypte, Pythagore, Thalès, Euclide, l'Alhambra de Grenade, Al Kwarizmi et Léonard de Vinci. La seconde, *Les hasards de la vie*, présente les liens subtils qui unissent le hasard et le quotidien. On imagine souvent que l'imprévisibilité de certains phénomènes naturels est à l'origine du hasard. Pourtant il n'en est pas toujours ainsi : vingt-quatre expérimentations simples permettent de dénicher le hasard, de repérer les lieux où il se cache et ceux où il n'est pas dans notre quotidien.

Tarifs spéciaux pour les groupes : Réserver au 05 49 50 33 08.

Pour tout renseignement, contacter Édith Cirot : edith.cirot@pictascience.org

A.P.M.E.P. , I.R.E.M. Faculté des Sciences, 40, Avenue du Recteur Pineau, 86022 POITIERS Cedex.

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Les collègues peuvent transmettre, en plus de la copie papier, leur texte sur disquette (en précisant le traitement de texte utilisé). Cela évitera de retaper ces textes, donc de faire des erreurs de transcription, et économisera beaucoup de temps. Merci ! Naturellement la disquette leur sera retournée après utilisation.

S. P.

Deux problèmes classiques

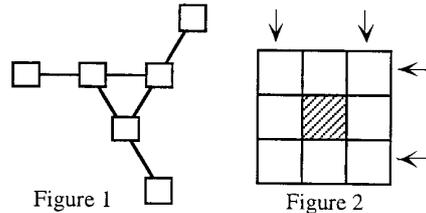
1) Comment tracer des triangles équilatéraux ayant leurs sommets sur trois côtés d'un carré, en particulier un triangle d'aire maximum et un triangle d'aire minimum ?

2) Trouver les triplets d'entiers positifs (X, Y, Z) tels que $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z+2}$.

Exercices de rallye : Saint-Michel en l'Herm 1996.

Dix partout.

Placer les nombres de 1 à 6, chacun une fois, dans les carrés de la figure 1 de façon à avoir un total de 10 sur chacun des trois alignements de trois nombres.



Quinze partout.

Placer les nombres de 1 à 8, une fois chacun, de façon à avoir 15 sur chacun des quatre alignements repérés par les flèches sur la figure 2.

Un exercice de Jacques Chayé (Poitiers)

On donne deux points B et C et une droite Δ parallèle à (BC).

Un point A décrit la droite Δ .

Quel est le lieu décrit par l'orthocentre du triangle ABC ?

Un exercice d'olympiade (Pologne)

Résoudre l'équation trigonométrique : $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

Un exercice de Jacques Drouglazet (Surgères)

Pour x réel positif strictement inférieur à 1, on peut écrire : $\ln(1 + \sqrt{x}) = \sqrt{x} - \frac{x}{2} + \frac{x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{4} + \dots$, ou encore :

$$\ln(1 + \sqrt{x}) = \left(-\frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \dots - \frac{x^p}{p} - \dots\right) + \sqrt{x} \left(1 + \frac{x}{3} + \dots + \frac{x^p}{2p+1} + \dots\right)$$

a) Mettre cette expression sous la forme : $\ln(1 + \sqrt{x}) = \int_0^1 \frac{xt}{xt^2 - 1} dt + \sqrt{x} \int_0^1 \frac{-1}{xt^2 - 1} dt$.

b) Donner une expression analogue à celle de a) pour $\ln(1 + \sqrt[n]{x})$, x réel positif strictement inférieur à 1 et n entier naturel supérieur ou égal à 2.



B * * C

HISTOIRE des NOMBRES

Conférence de Denis GUEDJ, professeur à l'Université de Paris VIII,

organisée par l'Espace Mendès France dans le cadre de son partenariat "amphis du savoir"

avec la faculté des sciences SFA de l'Université de Poitiers.

Mercredi 2 avril 2003 à 14 h à l'Amphi A de Chimie Campus de l'Université de POITIERS

Toutes les civilisations ont eu leur façon de dire les nombres, certaines ont inventé les chiffres qui forment un véritable alphabet numérique. Histoire des nombres. Histoire des civilisations.

LES INSTRUMENTS DE MATHÉMATIQUES DU XV^e AU XVIII^e SIÈCLE

Conférence d'Élisabeth Hébert professeur de mathématiques (IREM de Rouen)

et présidente de l'association Science en Seine et patrimoine (Rouen)

organisée par l'Espace Mendès France en partenariat avec la Régionale APMEP de Poitou-Charentes.

Lundi 7 avril 20 h 30 à l'Espace Mendès-France de Poitiers

Sans calculatrice, sans GPS, la science était possible. A partir de nombreuses images, nous découvrirons les instruments que cachent les musées et les livres anciens et qui témoignent de l'ingéniosité des hommes. Communément appelés instruments de mathématiques, ils nous parlent de mesure du temps, navigation, topographie, dessin..., ils nous racontent la science de leur époque.

 **Solutions d'exercices de Frédéric de Ligt** (Montguyon)

Exercice n° 1 de Corol'aire n°49 :

On a élevé au cube une matrice carrée d'ordre 3 à coefficients entiers et on a obtenu la matrice ci-contre. Quelle était cette matrice ?

$$\begin{vmatrix} 54 & -538 & -817 \\ 20 & 353 & 538 \\ 259 & -20 & 54 \end{vmatrix}$$

Les valeurs non entières de $\sigma_2(A)$ ne conviennent pas. Il reste 6 couples $(\text{Tr}(A); \sigma_2(A))$ possibles $(-1; 23), (2; -10), (4; 11), (17; 95), (-34; 386), (68; 1541)$. En testant chacun de ces couples dans la seconde équation, seule le couple $(17; 95)$ fournit une égalité. Finalement $\text{Tr}(A) = 17, \sigma_2(A) = 95$ et $\det(A) = 131$. Le polynôme caractéristique de A est donc : $X^3 - 17X^2 + 95X - 131I$.

Les coefficients de A.

On va utiliser le théorème d'Hamilton-Cayley qui indique que le polynôme caractéristique de A est un polynôme annulateur de A. Autrement dit, $A^3 - 17A^2 + 95A - 131I = 0$ où I désigne la matrice identité et 0 la matrice nulle, ou encore : $A^3 = 17A^2 - 95A + 131I$.

On va exprimer A^6 en fonction de A^2, A et I seulement, en utilisant systématiquement cette égalité.

$$\begin{aligned} A^4 &= AA^3 = A(17A^2 - 95A + 131I) = 17A^3 - 95A^2 + 131A \\ &= 17(17A^2 - 95A + 131I) - 95A^2 + 131I = 194A^2 - 1484A + 2227I \\ A^5 &= AA^4 = 194A^3 - 1484A^2 + 2227A = 1814A^2 - 16203A + 25414I \\ A^6 &= AA^5 = 1814A^3 - 16203A^2 + 25414A = 14635A^2 - 146916A + 237634I \end{aligned}$$

Mais $A^6 = (A^3)^2$ peut être calculée.

On parvient donc au système de deux équations à deux inconnues A et A^2 ci-contre.

$$\begin{cases} A^3 = 17A^2 - 95A + 131I \\ A^6 = 14635A^2 - 146916A + 237634I \end{cases}$$

Après résolution, on a : $A = \frac{1}{1107247}(14635A^3 - 17A^6 + 2122593I)$

Le calcul de A^6 donne :

$$\begin{vmatrix} -219447 & -202626 & -377680 \\ 147482 & 103089 & 202626 \\ 27572 & -147482 & -219447 \end{vmatrix}$$

On en déduit, à l'aide de l'égalité ci-dessus, les coefficients de la matrice A :

$$A = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -5 \\ -2 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$$

Exercice n° 2 de Corol'aire n°49 :

En quelle année a été donné l'exercice de bac ci-dessous ?
Soit un nombre X de quatre chiffres écrit avec les chiffres a, b, c et a dans cet ordre. Trouver X tel qu'il soit multiple de 7 et que son reste dans la division par 99 soit 1.

Solution : (NDLR : Des incompatibilités entre logiciels ont rendu difficiles certaines modifications. Aussi, dans ce qui suit, la plupart des « ... » doivent être lus comme « égale modulo ». Merci de votre compréhension).

Cherchons les solutions de l'exercice.

Examen de la condition $\overline{abca} \dots 0[7] \cdot \overline{abca} = 1000a + 100b + 10c + a = 1001a + 10(10b + c)$
Comme $1001 \dots 0[7]$ alors $10(10b + c) \dots 0[7]$ et donc puisque 10 n'est pas divisible par 7 on doit avoir $10b + c \dots 0[7]$. On a les possibilités : $10b + c = 0, 7, 14, \dots, 91, 98$.

Examen de la condition supplémentaire $\overline{abca} \dots 1[99]$.

Si $a = 0$ le nombre s'écrit $\overline{bc0}$. On doit avoir $100b + 10c = 99b + b + 10c \dots b + 10c \dots 1[99]$ ce qui impose $b = 1$ et $c = 0$ mais alors $10b + c = 10$ n'est pas dans la liste établie au paragraphe précédent et donc il faut chercher des solutions avec $a \geq 1$. Dans ce cas, la condition peut s'écrire $\overline{abc(a-1)} \dots 0[99]$ et puisque 9 et 11 sont premiers entre eux il faut réaliser $\overline{abc(a-1)} \dots 0[9]$ et $\overline{abc(a-1)} \dots 0[11]$. Un critère de divisibilité par 11 donne $a - b + c - (a - 1) = c - b + 1 \dots 0[11]$, ou encore $b \dots c + 1[11]$. Dans la liste établie pour \overline{bc} seuls 98 et 21 conviennent. Un critère de divisibilité par 9 donne $a + b + c + (a - 1) = 2a + b + c - 1 \dots 0[9]$. Donc avec $b = 9$ et $c = 8$, on a $a = 1$ et avec $b = 2$ et $c = 1$, on a $a = 8$.

On aboutit aux deux solutions 1981 et 8218. Peut-être cet exercice a-t-il été proposé au bac 81 ?

Journées Nationales APMEP à PAU les 23, 24 et 25 octobre 2003.

MATHÉMATIQUES DE LA TERRE AUX ÉTOILES

Le texte suivant, transmis par Raymond Barra, n'engage bien sûr que son auteur. N'hésitez pas à nous faire part de votre point de vue à ce sujet ou de lancer d'autres débats sur les problèmes rencontrés dans notre enseignement. Les pages de Corol'aire sont là pour cela. Toutes les adresses (postale, téléphonique, électronique et internet) sont en page 1 de ce numéro.

PROPOS SUR LE PROGRAMME TS 2002

Logarithme (ln) et exponentielle (exp). Raymond Barra

Le programme demande de présenter l'exponentielle (exp) avant le logarithme népérien (ln). Motif avoué : satisfaire la demande des physiciens qui auraient besoin très tôt de exp. Admettons et faisons taire notre étonnement : pourquoi un besoin si pressant n'a-t-il pas été déclaré en d'autres temps ? Notons toutefois que placer exp après ln ne retarde son étude que d'une quinzaine de jours au plus. L'urgence est-elle si grande ?

Laissons pour l'instant les préoccupations pédagogiques pour voir si ce nouvel ordre de présentation facilite l'exposé du point de vue mathématique.

Remarque : dans les cours d'analyse de tous les grands noms, ln est toujours avant exp (dernier en date, Dixmier)

Dans le programme, exp est définie comme solution de l'équation différentielle $y' = y$, son existence est momentanément admise, mais son unicité et sa positivité doivent être prouvées. Le programme dit que l'existence sera prouvée ultérieurement ainsi : ln étant définie comme primitive de $1/x$, et son existence prouvée lors de l'intégration, il est dit — nous citons — : "Celle de sa réciproque (de ln) en découle alors. La volonté d'introduire exp ... aura conduit à admettre un théorème d'existence qui se trouve ainsi justifié." Il commet alors une grossière erreur de raisonnement : il est vrai que la réciproque g de ln existe, mais pour affirmer que g est exp telle qu'elle a été définie il faut nécessairement prouver que g est solution de $y' = y$, donc qu'elle est dérivable. La nécessité n'étant pas indiquée, quitte à l'admettre, la conséquence est que la faute de raisonnement se retrouve malheureusement dans la littérature pour bacheliers.

Pour prouver l'existence de g réciproque de ln, plusieurs façons sont possibles, mais dans chacune, il faut d'abord montrer que g est strictement croissante ou que $g(u + v) = g(u)g(v)$ (ce qui a déjà été fait pour exp mais doit être refait), puis que g est continue, enfin que g est dérivable. Ce qui dépasse le niveau voulu d'une TS.

Remarque : Démontrer la dérivabilité de g revient à démontrer celle de exp lorsque celle-ci est définie comme réciproque de ln, ce qui était le cas dans les anciens programmes. Or ceux-ci demandaient toujours d'admettre cette dérivabilité (et les élèves de 89, par exemple, étaient aussi instruits en analyse que ceux d'aujourd'hui).

Sans doute pour éviter l'erreur de raisonnement, beaucoup de manuels définissent ln comme réciproque de exp, donc admettent son existence puisque est admise celle de exp. Bien obligés au niveau TS. Ainsi dans cette démarche, rien n'est démontré, ni l'existence de exp ni celle de ln. En outre la dérivabilité de ln doit être admise.

CONCLUSION : La progression ln puis exp est celle qui en TS permet de démontrer le plus grand nombre de résultats ; c'est aussi la plus économique : l'existence de ln étant prouvée, celle de exp définie comme sa réciproque est alors immédiate de même que le sont unicité et positivité. Si on admet sa continuité, sa dérivabilité est facile à obtenir.

Restent les considérations pédagogiques. Admettons que la problématique des équations différentielles soit la meilleure. Rien n'empêche de bien poser le problème, d'avertir comment un passage par ln va permettre sa résolution. Sinon ne pas oublier que peuvent être motivantes :

- la recherche d'une fonction qui transforme les produits en sommes,
- le défi de trouver une primitive à $1/x$ seule fonction du type $1/x^n$ dont on ne connaît pas directement une primitive.

PS1 : Le GEPS a été averti de ces anomalies. Dans un document d'accompagnement, il propose une preuve de ce que la réciproque g de ln est solution de $y' = y$. En voici une autre plus naturelle et plus courte.

Après avoir prouvé que g est strictement croissante, on prouve que $g(x)$ est proche de $g(a)$ pour tout x suffisamment proche de a. Or $g(a) - 10^p < g(x) < g(a) + 10^p$ équivaut à $\ln[g(a) - 10^p] < x < \ln[g(a) + 10^p]$. Les x qui satisfont à cette condition forment un intervalle ouvert qui contient a (utiliser la monotonie), d'où la continuité de g. Sa dérivabilité en découle. [Cette preuve de la continuité de g nous a été adressée par Marc Pichereau.]

PS 2 : Un collègue me dit qu'on peut démontrer le théorème manquant par la géométrie, et que, en outre cette démarche est très formatrice. Ma réponse : ce faisant, on commet un contre-sens « déformateur », car ce n'est pas le fait que la symétrie conserve le contact qui permet de prouver ce théorème, mais au contraire, c'est celui-ci qui permet de prouver la conservation du contact par symétrie, sinon comment prouver cela sans recours à l'analyse.

PS 3 : Intégration. Le programme demande d'introduire les suites adjacentes lors de l'intégration. Mais pourquoi, puisqu'on n'a nul besoin de cette notion, ni pour la théorie, ni pour la pratique. Il suffit de disposer des suites ayant la même limite. Est-ce pour cela que plusieurs manuels affirment que les suites

$$\frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right) \quad \text{et} \quad \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right)$$

sont adjacentes, alors qu'elles ne le sont pas en général, même avec f strictement monotone ?

