

Édito

Ça continue ...

Cette fin d'année scolaire a été marquée par de nombreux événements politiques. La continuité, le changement, les promesses, les annonces, les surprises, les prises de conscience, les sondages, il faudrait peut-être à ce sujet se poser des questions et travailler sérieusement sur la véracité d'une affirmation. ce serait vraisemblablement bénéfique pour beaucoup. Que sera la rentrée ? Il faudra encore faire preuve de vigilance et rappeler nos exigences à chaque occasion.

La nécessité de quatre heures de mathématiques à chaque niveau au collège est toujours d'actualité et ne sous-entend pas un refus de l'interdisciplinarité. Du reste, au niveau régional, le groupe qui s'était réuni le 29 mai poursuit son travail pour présenter quelques projets qui montreront que les maths peuvent être autre chose qu'une discipline de service ; au niveau national, les journées de Rennes proposent quelques ateliers dans ce domaine.

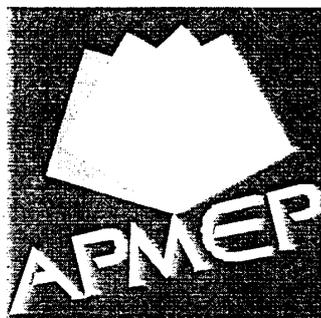
La nécessité de former un maximum d'élèves pour qu'ils se dirigent vers l'enseignement scientifique nécessite beaucoup de temps, beaucoup d'efforts, beaucoup de moyens. Est-ce dans cette direction que nous nous dirigeons ? L'APMEP souhaite éviter l'à peu près et désire la meilleure formation possible en mathématiques pour le plus grand nombre. Nous le voyons, les problèmes demeurent, du travail reste à faire, les actions engagées se poursuivent ... Mais profitez tout de même de vos vacances.

J. Citron

SOMMAIRE

Édito	p. 1
Vie associative : Comité	p. 2
Salon des Jeux Mathématiques 2002	p. 2
Les mathématiques s'affichent à Bressuire	p. 3
Rallye Mathématique Poitou - Charentes	p. 3 à 7
TPE en Terminale S (Daniel Daviaud)	p. 7
Rubricol'age	p. 8 et 9
Olympiades de Première	p. 10

Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement
Public



79 86

17 16

Régionale de
Poitou-Charentes

Juillet 2002

n° 49

COROL' AIRE

IREM, Fac. des Sciences.
40 Avenue du Recteur Pineau.
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206

DISPENSE DU TIMBRAGE
POITIERS CENTRE DE TRI

APMEP : <http://irem.univ-poitiers.fr/apmep>
Mél : apmep@mathlabo.univ-poitiers.fr
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 1 E.
Abonnement 1 an (4 numéros) : 3.5 E.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur Jackie CITRON
Comité de rédaction Colette BLOCH, Serge PARPAY,
Jean FROMENTIN.
Imprimerie IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS - CEDEX
Editeur APMEP Régionale de Poitiers
Siège social IREM, Faculté des Sciences
40, Avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. n° 73 802
Dépôt légal Juillet 2002

Vie Associative

Compte rendu du Comité de la Régionale du 16 juin 2002

Après avoir excusé les absents, le Président J.Citron ouvre la séance.

Activités régionales

Conférences

F. Métin accepte de venir parler de «la géométrie des fortifications» le 06/11/02.

J. Pfeffer viendra parler de Dürer le 05/03/03

Des contacts vont être pris pour d'autres conférences avec S. Jouffrais (Géométrie sphérique), l'Association de l'observatoire de Paris (Astronomie), des gens du C.N.R.S. de Grenoble (Graphes).

Rallye

Voir l'épreuve, les commentaires et le palmarès dans le journal.

I.D.D. (Itinéraires de découvertes)

Une première réunion s'est tenue le 29/05. Une douzaine de personnes y participait. De nombreux thèmes ont été abordés : mosaïque et monde arabe, logique et raisonnement, aire, puzzles, et aussi des pistes sur les statistiques. Il a été redit que, lors de ces I.D.D., l'objectif n'est pas que les maths soient un outil mais que ce soit un domaine à explorer. De plus, le fait de travailler sur les I.D.D. n'empêche pas la revendication des **4 heures de math pour tous** au collège.

Toute personne intéressée peut venir aux prochaines réunions.

Olympiades

C'est une épreuve individuelle et elle concerne les 1ères S.

Activités nationales

Journées de Rennes

Elles se dérouleront les 26, 27 et 28 octobre.

Des professeurs des écoles seront les bienvenus pour participer à des ateliers les concernant.

Comité national

15 000 personnes ont déjà signé la pétition, mais il faut encore des signatures.

Les instances nationales demandent :

- des correcteurs pour les Olympiades académiques,

- des gens compétents pour aider au serveur et des vérificateurs, c'est-à-dire des personnes qui vont sur le site et qui signalent les erreurs, les choses qui manquent : elles font part de leurs remarques en cliquant sur " Mise à jour ".

- des adresses de sites intéressants non encore reliés à l'A.P.M.E.P.

L'A.P.M.E.P. essaie d'obtenir la reconnaissance d'intérêt d'utilité publique.

Questions diverses

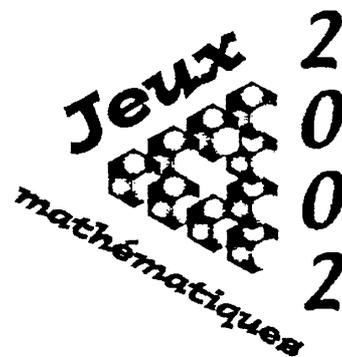
La réunion de rentrée du comité de la Régionale aura lieu le 11 septembre 2002 et l'assemblée générale le 4 décembre 2002.

L'ordre du jour étant épuisé, le Président clôt la séance.

Chantal Gobin

3^{ème} Salon des Jeux Mathématiques & de la Culture Mathématique

Organisé par le CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques), le 3^{ème} salon des jeux mathématiques et de la culture mathématique s'est tenu du 30 mai au 2 juin dernier, place Saint Sulpice à Paris, dans le VI^{ème}. Des stands d'animation (astronomie, jeux, magie, pliages, puzzles...) avec venues de classes, des expositions avec notamment des polyèdres et des sculptures fractales, des événements avec le Rallye mathématique de Paris et la Coupe d'Europe des Régions : "Euromath" et un soleil radieux ont fait le bonheur de très nombreux visiteurs et participants. Ce fut le cas de l'équipe de notre Régionale "Poitou - Charentes" qui participait à la coupe "Euromath" sous la houlette de notre collègue Yvonne Noël. Mais laissons-lui le soin de nous conter le parcours de notre équipe.



Euromath 2002 : nous y étions !

Après Math 2000 et Math 2001, nous voilà repartis à Paris pour le concours EuroMath 2002. Notre équipe s'est renouvelée : les collégiens 6^{ème}-5^{ème} et 4^{ème}-3^{ème}, le lycéen, l'étudiant et l'adulte font leurs débuts. L'écolière et le capitaine sont des habitués. Cette année 11 équipes étaient inscrites : Belgique, Ile de France, Limousin, Luxembourg A, Luxembourg V, Midi-Pyrénées, Normandie, Pays de Loire, Poitou-Charentes, Provence-Côte d'azur et Ukraine.

Vendredi 30 Mai 14 h. Première épreuve individuelle : chaque candidat doit résoudre 10 problèmes en 3/4 d'heure. Nous finissons 4^{ème}. 2^{ème} épreuve collective : il faut remplir des grilles de « démineur », « bataille navale »... Nous ne sommes plus que 5^{ème}. À la fin de ces 2 épreuves 2 équipes sont déjà qualifiées : ce sont Midi-Pyrénées et Limousin. Une nouvelle série d'épreuves individuelles et collectives permet la sélection de quatre autres équipes. Nous sommes 2^{ème} et avons notre billet pour la finale.

Samedi matin. Un peu de tourisme dans le quartier du Marais, histoire d'être en forme pour l'après-midi.

Samedi 14 h. Sur la scène de la salle de réception de la mairie du VI^{ème}, les épreuves se succèdent. Il faut faire preuve de rapidité, d'astuce et de logique pour résoudre les casse-têtes.

Les équipes du Limousin et de Midi-Pyrénées l'emportent avec plus de 50 points. Ils s'affronteront pour la joute finale. Nous ne sommes que 5^{ème}, mais les 4 équipes non sélectionnées sont très proches les unes des autres : 46, 45, 44 et 42 points. Après ces efforts, nous visitons le salon Euromath et, le soir nous assistons à la joute finale entre Limousin et Midi-Pyrénées. Après bien des rebondissements, c'est Limousin qui l'emporte sur le fil.

Voilà, c'est fini pour cette année. Chacun regagne sa chambre, plein de souvenirs en espérant revenir l'an prochain avec une équipe aussi soudée et dynamique.

Yvonne Noël

Les mathématiques s'affichent sur Bressuire.

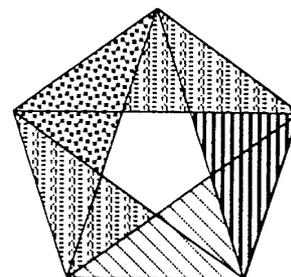
Échos de la dernière conférence à Bressuire sur le Nombre d'Or

L'année 1999/2000 avait vu pour la première fois à Bressuire une ouverture des mathématiques par une conférence «tout public» : Jean Jacquesson, après être intervenu au Lycée Saint Joseph avec des élèves d'arts appliqués, avait donné une conférence au Lycée Maurice Genevoix sur les «Fractales». En 2001, André Délécliq était intervenu au Lycée Maurice Genevoix sur le thème : «Que sont, et à quoi servent les nombres?».

En mars 2002, Robert Vincent, ancien ingénieur des travaux publics, spécialisé dans le Nombre d'Or, a été hébergé une semaine au Lycée Saint Joseph. Intervenant devant 11 classes, par groupes de 2 classes, il a permis aux élèves de faire un saut dans l'histoire et l'art roman ; puis il leur a fait mettre «la main à la pâte» ou plutôt au compas, leur permettant de découvrir le «ça marche» : il a ainsi donné à nombre d'élèves l'envie de faire des figures ou d'en savoir plus.

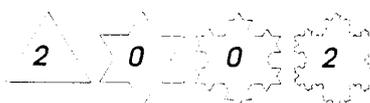
Le mercredi 20 mars, Robert Vincent a donné dans le cadre de l'APMEP une conférence à la Médiathèque de Bressuire (avec le concours du CDDP et du Lycée Saint Joseph) ; il nous a permis de réfléchir aux liens entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, constructions exactes et constructions approchées. Il nous a fait découvrir où se niche le Nombre d'Or et nous a montré que des recherches se font encore sur ce nombre vieux comme le monde.

Robert Vincent est l'auteur de publications de vulgarisation, à la fois agréables et précises, mines d'idées aussi bien pour le primaire que pour le secondaire ; il travaille actuellement à la publication d'une brochure mettant en œuvre un ingénieux procédé inédit de constructions utilisant des feuilles à petits carreaux.



Pour l'équipe d'accueil, Gilles Maréchal.

Rallye Mathématique Poitou-Charentes



Palmarès

Classes de Troisième

Prix Académique :

3^{ème} 1, collège Joachim du Bellay, Loudun. (Mme Gobin)

Prix Départementaux Charente

3^{ème} Turquoise, collège La Grande Garenne, Angoulême. (Mme Marty)

Charente-Maritime

3^{ème} B, collège de Montguyon. (M Thirion)

Deux-Sèvres

3^{ème} D, collège Jean Zay, Niort. (Mme Descoubes)

Vienne

3^{ème} 3, collège Joachim du Bellay, Loudun. (M Priou)

Prix Spécial du Jury

Pour la qualité et l'originalité du dossier

3^{ème} 3, collège Saint André - Notre Dame, Niort. (Mme Suyre)

Classes de Seconde

Prix Académique et Prix Départemental de Charente

2^{de} 5, lycée Élie Vinet, Barbezieux. (M Preux)

Prix Départementaux Charente-Maritime

2^{de} GTA, lycée Émile Combes, Pons. (Monsieur Ritou)

2^{de} 7, lycée Jean Dautet, La Rochelle. (Mme Noirez)

Deux-Sèvres

2^{de} 4, lycée Paul Guérin, Niort. (M Chagnon)

Vienne

2^{de} 3, lycée Pilote Innovant, Jaunay-Clan. (Mme Maréchal)

Prix Spéciaux du Jury

Pour la présentation originale et imaginative

Lycée Saint André - Notre Dame, Niort, avec une mention spéciale pour les 2^{de} 2 (Mme Pineaud) et 2^{de} 4. (Mme Écotière)

Pour l'humour et la présentation

2^{de} 1, lycée Pilote Innovant, Jaunay-Clan. (M Boucher)

Le Rallye mathématique de Poitou - Charentes dans la presse régionale.

Le collège Joachim-du-Bellay peut en effet avoir les honneurs de la presse (Nouvelle République du 08/06/02) : deux classes primées, l'une avec le prix académique et l'autre avec le prix départemental de la Vienne. Nos félicitations vont bien sûr aux élèves, mais aussi aux professeurs de mathématiques du collège qui ont su créer une telle dynamique. Rappelons que le même collège avait eu, en 2001, un prix spécial du jury pour sa participation fidèle et importante au rallye.

Ces collégiens sont des matheux



Dans la classe de Mme Chantal Guoin on collectionne les récompenses

Depuis bientôt une dizaine d'années, les élèves du collège Joachim-du-Bellay participent au rallye mathématique organisé au plan académique. Ils ont brillé cette année...

En effet, le cru 2002, va ressembler dans les annales du collège. Souvent les élèves, le classement est collectif par classe, ont obtenu de bons résultats, mais cette année, ils ont vraiment été très brillants et les différents professeurs qui s'investissent sur l'opération ne peuvent qu'être sautés.

ressent sur l'opération ne peuvent qu'être sautés.

Les premiers de l'académie

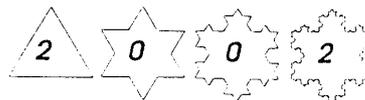
Le rallye concerne les classes de 3^{ème} dans les collèges. Il comprend dix exercices, dont un dans trois langues étrangères, anglais, allemand et espagnol. Ces exercices portaient essentiellement sur l'annee galindrome, l'euro et la géométrie.

La classe de 3^{ème} 1 de Mme Chantal Guoin emporte le premier prix de l'academie et la 3^{ème} 3, classe de M Jérôme Prou

termine première au plan départemental. Les cinq classes de 3^{ème} ont participé, les autres professeurs sont Mlle Marie La Fontaine, Mrs Sébastien Rabaut et Jean-Yves Loinay.

Cette performance des collégiens est d'autant plus appréciable que leur participation est désintéressée, les prix sont purement honorifiques, quelques livres viendront peut-être récompenser le CDI du collège.

Mais dans la classe de Mme Guoin on affiche fièrement les diplômes remis à chaque élève. Bravo à ces collégiens matheux.



Comme les années précédentes, pour vous détendre pendant ces vacances, vous trouverez en pages centrales l'épreuve du Rallye. Les éléments de solution paraîtront dans le Corollaire de septembre. Mais, en attendant, nous vous donnons ci-dessous le bilan qui a été envoyé à toutes les classes participantes. Saisissez, au détour d'un chemin, des idées de problèmes que vous pourriez nous proposer pour la prochaine édition de ce Rallye.

Aperçu global.

Ce sont en définitive 32 classes de 13 collèges et 47 classes de 16 lycées qui ont participé à cette édition 2002 du Rallye Mathématique de Poitou-Charentes. La participation est comparable à celle de l'an dernier, avec cependant deux collèges en moins et un lycée en plus. 7 classes de Troisième en moins et 6 classes de Seconde en plus. Certains collègues nous ont signalé que les classes étaient concernées par d'autres actions et qu'elles ne pourraient donc pas participer.

Les points se sont étalés de 12 à 87 sur un total de 125 en Troisième (moyenne : 45) et de 24 à 127 sur un total de 150 en Seconde (moyenne : 71). Il faut signaler que les moyennes sont meilleures que celles de l'an dernier, sur les deux niveaux. Cependant, certains problèmes se sont avérés difficiles pour des élèves de Troisième. Nous avons repéré les types de problèmes qui ont recueilli la plus grande adhésion. Nous tâcherons d'en proposer de plus nombreux l'an prochain.

En plus des points prévus pour chaque exercice, nous avons attribué 5 points pour la présentation générale des dossiers, 5 points pour l'humour et 5 points pour les dessins. Ces points supplémentaires font souvent la différence entre deux dossiers équivalents sur le plan «mathématique». Ce dernier aspect permet de mettre en valeur toutes les compétences des élèves d'une classe, et pas uniquement les compétences mathématiques. Depuis mai de l'an dernier, des «morceaux choisis» de productions des classes des quatre dernières éditions du rallye sont présentés sur le serveur de la Régionale APMEP de Poitou - Charentes : <http://irem.univ-poitiers.fr/apmep>. Nous mettrons sur ce serveur les meilleures productions de cette édition 2002.

Nous renouvelons notre appel à contribution pour ce rallye auprès de tous les collègues : propositions d'exercices ou participation à l'équipe organisatrice.

Commentaires sur les exercices.

Un certain nombre de problèmes ont été résolus partiellement. De ce fait, nous ne pouvons pas mettre les pourcentages de réussite à chaque problème comme nous avons tenté de le faire l'an dernier.

Ex 1. **La goutte d'eau** : Très bonne réussite sur les deux niveaux. La solution est donnée par les dessins des onze circuits possibles en utilisant la symétrie par rapport à [AB].

Ex 2. **Parfait !** : Une seule solution a été trouvée : 33 ans, parfait... Teument ! Aucune classe n'a pensé que le facteur 1 pouvait se glisser dans la décomposition de 2002. Ils avaient une solution, ils n'ont pas pensé qu'il pouvait y en avoir d'autres. Nous habituons peut-être trop nos élèves à ce qu'il n'existe qu'une solution à un problème. Signalons qu'une classe a trouvé une solution décimale avec des années et demie.

Ex 3. **Le tour de champ** : Assez bonne réussite sur les deux niveaux. Les propriétés du triangle sont souvent données sans aucune référence au texte. La méconnaissance des unités agraires a entraîné beaucoup d'erreurs. Peu d'élèves savent que la diagonale d'un carré de côté a est $a\sqrt{2}$.

Ex 4. **Pyramide** : Ce problème était manifestement difficile. Mais nous devons rappeler ici que nous prenons en compte les

éléments de solution, même si la résolution n'a pas abouti. Dans ce problème, les propriétés du triangle SEG et sa construction étaient tout à fait abordables par des élèves de Troisième. La construction pouvait être poursuivie intuitivement avec une vérification par découpage et pliage du patron. C'est ce qu'ont certainement fait quelques classes des deux niveaux en donnant un patron correct sans justification.

Ex 5. **Devinez !** : Problème assez bien réussi, mais la procédure de résolution est rarement explicitée. Signalons que "nombre premier avec 9" n'a pas toujours été compris. Ce nombre de centaines est même devenu multiple de 9, en Troisième comme en Seconde !

Ex 6. **Un carré de carrés** : Ce problème a manifestement plu aux élèves. Il a été abordé par la presque totalité des classes. Mais la réussite n'a pas pour autant été totale. Le choix des dimensions du carré initial a été parfois un obstacle. Par exemple, une classe a affirmé que le découpage en neuf carrés était impossible : la longueur du côté du carré initial était de huit carreaux !

Ex 7. **Petite moyenne** : La réussite est très inégale d'une classe à l'autre. La difficulté résidait dans la compréhension de la situation. Il n'était nullement besoin de poser de complexes équations. Nous avons bien sûr eu droit à la moyenne simple des vitesses moyennes. Une classe de Seconde est même allée chercher la moyenne harmonique des deux vitesses moyennes a et b : $2/v = 1/a + 1/b$. Mais cette moyenne ne s'applique que dans le cas où les vitesses moyennes a et b correspondent à deux sections indépendantes et de même longueur.

Ex 8. **Belinda et l'Euro** : La première partie du problème est très bien réussie, une classe évoquant l'"arrondissement de l'Euro" à 6,56 F ! La deuxième partie l'est bien moins : La méthode a consisté souvent en des essais à la calculatrice qu'il était difficile de mettre par écrit. Certaines classes ont fait l'étude systématique de tous les cas possibles mais en convertissant les Euros en Francs, ce qui ne donnait pas le résultat attendu : 7,7 Euros = 50,51 Francs. Mais à partir de ce résultat, on pouvait envisager la conversion dans l'autre sens et la tester.

Ex 9. **L'arbre de Noël** : Réussite partielle. Quelques éléments de réponse (volume d'un des deux cônes, du cylindre), mais difficulté d'analyse du dessin pour établir les calculs aboutissant à la solution. Certaines classes ont utilisé dès les premiers calculs 3,14 comme valeur approchée de π et n'ont pu mener ces calculs à terme.

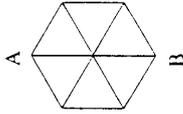
Ex 10. **Le triangle de Poséidon** : Même s'il fait appel à des outils de Quatrième (propriétés des bissectrices d'un triangle, de la tangente à un cercle, théorème de Pythagore, développement algébrique), ce problème était difficile au niveau de son traitement. Mais, là encore, la réalisation d'un dessin prenant seulement en compte les propriétés géométriques était à la portée des élèves. La construction effective du triangle est particulièrement intéressante. Nous nous ferons un plaisir de la publier dans Corollaire, le journal de la Régionale APMEP de Poitou - Charentes.

Ex 11. **Le 10-01 de 2002** : Ce problème a été peu réussi. Il ne faisait pourtant appel à aucune technicité mathématique. La

RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU - CHARENTES - 18 AVRIL 2002

1 La goutte d'eau (5 points)

Une goutte d'eau descend de A vers B sans, bien sûr, pouvoir remonter.
Combien y a-t-il de chemins possibles pour cette goutte d'eau ?



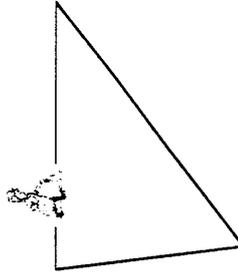
2 Parfait ! (10 points)

Aujourd'hui, c'est la Saint Parfait. C'est la fête, mais aussi l'anniversaire, de M. Teument qui, ce matin, a laissé sans voix sa femme Béa lorsqu'il lui a déclaré :
" *la somme des âges de nos quatre enfants est égal à mon âge et le produit de leur âge est égal à 2002. C'est parfait non ?* "
Mais quel âge M. Teument peut-il avoir aujourd'hui ?



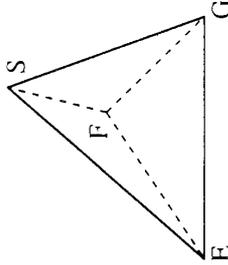
3 Le tour de champ (10 points)

Un agriculteur marche, droit devant lui, vers le nord, à une allure régulière, et ce, pendant 10 minutes. Puis, du même bon pas, il continue en ligne droite, vers l'est, pendant 10 minutes. Enfin, il rejoint directement son point de départ. Il vient d'arpenter son champ triangulaire d'aire 32 hectares.
Quelles sont les dimensions de son champ ?



4 Pyramide (15 points)

On considère un tétraèdre SEFG (pyramide à base triangulaire). Les points I, J, K, L, M sont les milieux respectifs de [SE], [SG], [GF], [EF], [EG].
Dessiner un patron du tétraèdre SEFG tel que SIMJ soit un carré, IJKL un rectangle, EF = 8 cm et EG = 12 cm.



9 Weihnachtsbaum

Zu Weihnachten ist eine Tanne auf den Dorfsplatz gestellt worden. Dieser Weihnachtsbaum ist mit vier gleichen verwickelten Kegeln und einem Zylinder gebildet, wie die Zeichnung es zeigt (Die Maße sind in dm). Außerdem ist ein Kegel so hoch wie zwei Zylinder und die Kegel sind auf der Ebene der Hälfte ihrer Höhe verwickelt.

Da der Weihnachtsbaum ein Gesamtvolumen von 2002 dm³ hat, wie groß ist der Baum in Meter ? (Man nimmt 22/7 für π)

El árbol de navidad

Para navidad, se instaló un árbol de navidad en la plaza del pueblo. Cuatro conos idénticos superpuestos y un cilindro como lo indica el dibujo forman este árbol de navidad (las dimensiones están en dm).

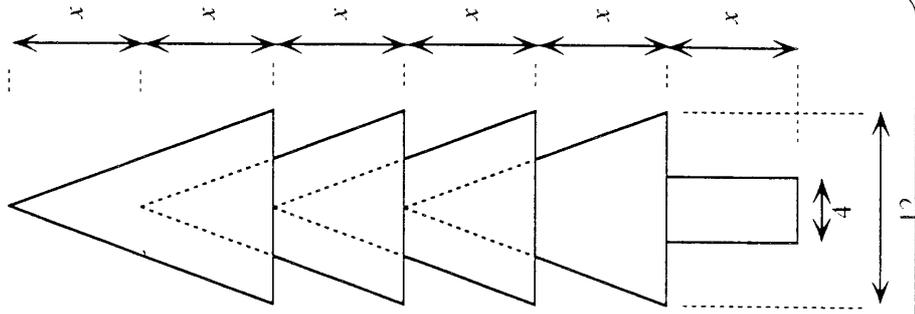
Además la altura de un cono es igual a dos veces la del cilindro, y los conos están superpuestos al nivel de la mitad de su altura.

Sabiendo que su volumen total es de 2002 dm³ ¿Cuál es en metro la altura del árbol de navidad ? (El valor de π será 22/7).

The Christmas tree

For Christmas, a tree has been settled on the square of the village. This Christmas tree is made of four similar entangled cones and of a cylinder as it is shown on the drawing (the dimensions are given in dm). The perpendicular height of a cone is twice as high as the one of the cylinder and the cones are entangled as far as the half of their height.

We know that its total volume is 2002 dm³. Could you express in metres how high the tree is ? (we'll use 22/7 for π).

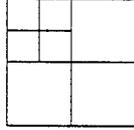


5 **Devinez!** (5 points)

Trouver tous les nombres entiers positifs n à quatre chiffres satisfaisant aux conditions suivantes :

- 1) n est un nombre palindrome (nombre qui se lit de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche).
- 2) n n'a pas 4 chiffres identiques.
- 3) Le nombre de centaines de n est un nombre inférieur à 25 et est premier avec 9.

6 **Un carré de carrés** (10 points)



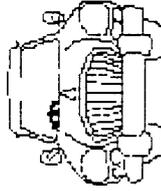
La figure ci-contre montre comment on a décomposé un carré en sept morceaux carrés. Peut-on décomposer un carré en 2 ? en 3 ? ... en 15 morceaux carrés ? **Dessinez les décompositions trouvées.**

7 **Petite moyenne** (15 points)

Au tableau de bord de ma voiture, je peux lire, à chaque instant, ma vitesse moyenne depuis mon départ.

Je roule sur autoroute et, depuis mon départ, j'ai parcouru 455 km. Il y a une heure, grâce à une circulation fluide, mon tableau de bord m'affichait une vitesse moyenne de 105 km/h. Mais depuis une heure, un fort ralentissement a réduit ma vitesse. Je lis actuellement une vitesse moyenne de 91 km/h.

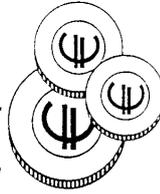
Quelle distance ai-je parcourue durant cette dernière heure ?



8 **Belinda et l'Euro** (10 points)

Belinda Fram-Heto a des ennuis avec l'Euro. 1,1€ vaut 7,22 F ; 4,4€ valent donc 28,88 F se dit-elle. Mais son convertisseur lui donne 28,86 F ! **Que se passe-t-il ?**

Par contre elle a vu un double affichage du style :
 xy,xy F = z,z € , x, y et z étant des chiffres qu'elle a bien sûr oubliés ! **A-t-on plusieurs possibilités pour un affichage de ce type ?**



10 **Le triangle de Poséïdon** (15 points)

Dans un parc, une allée longe l'hypoténuse d'un triangle de verdure ABC. Vous vous en doutez, ce triangle est rectangle. À l'intérieur de celui-ci, un bassin circulaire (le bassin de Poséïdon) est tangent aux trois côtés, en particulier à l'hypoténuse [BC] en un point I. Les longueurs BI et CI sont respectivement 5 m et 7 m.

Quelle est l'aire de la parcelle triangulaire ABC ?

Supplément pour la classe de Seconde

11 **Le 10-01 de 2002** (10 points)

Le 10 janvier 2002 j'ai acheté une voiture immatriculée 97 TT 79. Que cela est curieux !

97 - TT - 79

La date 10-01, l'année et le numéro d'immatriculation de ma voiture sont des palindromes ; ces nombres ou numéros se lisent de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche.

En France métropolitaine, les numéros d'immatriculation des voitures sont composés d'un nombre allant de 11 à 9999 sauf le numéro du département dans lequel la voiture est immatriculée, suivis de deux ou trois lettres sauf les lettres I, O et U, suivi enfin du numéro du département, de 01 à 95.

Combien de numéros d'immatriculation palindromes peut-on établir en France métropolitaine ?

12 **Le bichoco de Dominique** (15 points)

Délicieuse friandise en forme de prisme de 1 cm de haut, et de base un quadrilatère ABCD, elle est composée de chocolats noir et blanc, et incite à la gourmandise. On note I, J, K trois milieux des quatre côtés de ABCD : le prisme de base JK est entièrement en chocolat blanc, soit 15 grammes, tandis que tout le reste est en chocolat noir de même densité.

Pensez-vous qu'il est possible de déterminer la masse totale de cette friandise ? Si oui déterminez cette masse ; sinon dites pourquoi cela est impossible.



difficulté a donc résidé dans l'exploitation des informations. Les activités développant stratégie et méthode devraient être davantage prises en compte dans notre enseignement.

Ex 12. **Le bichoco de Dominique** : La très grande majorité des classes pense qu'il est impossible de déterminer la masse, par manque de données. Le parallélogramme de Varignon devrait peut-être être introduit dans les programmes du collège, avec un objectif culturel ! En tout cas, ce problème a donné lieu à des réponses très humoristiques du style : " *Par manque de données, il n'est pas possible de calculer le poids de la friandise. De toute façon, la seule destinée de ce gâteau et de ce problème est d'être dégusté* ".

Le travail d'équipe.

L'augmentation du nombre de problèmes, l'an dernier n'avait pas facilité, comme nous l'espérions, le travail en équipe. Nous avons donc, cette année, repris le nombre habituel de problèmes (10 pour les Troisièmes et 12 pour les Secondes). Les scores d'ensemble s'en retrouvent meilleurs que l'an dernier où ils avaient nettement chuté. Beaucoup de dossiers reflètent un manque de cohésion et d'entraide entre les groupes.

La présentation des dossiers : originalité et humour

Les textes sont présentés, en général, proprement. Les dessins et écrits humoristiques apparaissent çà et là suivant l' " humeur " des élèves, mais ne sont pas le fait d'une stratégie de la classe et sont, sur l'ensemble des dossiers, peu nombreux. Cette remarque ne s'applique pas, bien évidemment, aux classes lauréates dans ce domaine, et en particulier au lycée St André - Notre Dame de Niort pour lequel l'originalité de la présentation semble franchement avoir été une stratégie d'établissement. C'est pourquoi nous avons décerné un prix spécial à l'ensemble des classes participantes de ce lycée.

Comme l'an dernier, les feuillets qui ont particulièrement retenu notre attention seront présentés sur le site de la Régionale APMEP dont nous vous avons donné l'adresse précédemment, dans la partie Rallye, morceaux choisis. Ils ont été de plus ex-

posés au 3^{ème} **Salon des jeux mathématiques et de la culture mathématique** qui s'est tenu du 30 mai au 2 juin Place Saint Sulpice à Paris dans le VI^{ème} dans l'espace réservé aux rallyes mathématiques.

Le traitement des problèmes.

Comme les années précédentes, nous regrettons que les élèves ne donnent pas toujours leurs éléments de recherche, même quand celle-ci n'a pas abouti. Il nous faut les habituer à faire état de leur réflexion, à montrer les différentes pistes ouvertes, à faire ainsi apparaître, à travers leurs écrits, toute l'activité mathématique déployée.

Remerciements.

Nous remercions Madame Gaillot, Madame Méjean et Monsieur Ferjou, professeurs au collège Pierre et Marie Curie de Niort, qui, cette année ont assuré la traduction du problème trilingue. M. Erick Roser, IPR de mathématiques, M. Jean Souville, directeur de l'IREM de Poitiers et plus particulièrement Mme Annette Fontaine, secrétaire de l'IREM, pour le soutien logistique qu'ils nous ont apporté.

Nous tenons aussi à remercier et à féliciter Mickaël Launay élève de Terminale au lycée Valin de La Rochelle qui nous a fourni des problèmes pour l'épreuve d'entraînement et l'épreuve finale. Deuxième prix aux Olympiades académiques en 2001, cet élève participe au club mathématique de son lycée animé par Dominique Souder. De cette association " élève-professeur " est né un livre de 52 défis mathématiques qui sortira en juin prochain aux éditions Pôle.

L'équipe APMEP du Rallye :

Georges Borion, Jean Fromentin, Chantal Gobin, Yvonne Noël, Serge Parpay, Jérôme Pénot, Jean-Samuel Priou, Dominique Souder et James Touillet.

remercie tous les collègues qui ont entraîné et fait participer leurs classes, et qui permettent ainsi que ce Rallye Mathématiques existe. À l'année prochaine !

TPE en Terminales S - 2001-2002- Lycée de Jonzac

Nous avons publié dans le supplément au Corol'aire n° 46 et dans le n° 47 huit des onze sujets de TPE en 1^{ère} et S transmis par notre collègue Daniel Daviaud du lycée de Jonzac. Nous n'avons pas eu la place de publier les trois derniers dans le n° 48, mais ce n'est que partie remise. Daniel Daviaud nous transmet six sujets TPE de Terminale S. Nous l'en remercions bien vivement. Mais, là encore, la place nous manque pour les publier tous.. Vous devrez donc vous contenter d'un seul sujet.. Les autres seront publiés dans le Corol'aire n° 50.

Quelles mathématiques ont été utilisées ? Voici un des six sujets faisant appel aux mathématiques. (Daniel Daviaud)

Thème : Espace et mouvements.

Disciplines : S, V.T. et Maths.

Intitulé du sujet : Séisme : tectonique des plaques et localisation de l'épicentre.

Problématiques : Localisation du foyer par diverses méthodes. Tentative de quantifier l'énergie mécanique dissipée par un séisme.

Activités mathématiques :

Ce n'est pas un sujet nouveau pour nous. On se reportera à la description des TPE de première S (sur Corol'aire n° 47 de janvier 2002 par exemple) pour l'évocation de quelques méthodes de localisation du foyer. Cette année, la méthode des sphères a été étudiée sur un exemple fictif. Elle permet de déterminer la latitude, la longitude et la profondeur du foyer en résolvant un superbe système de trois équations à trois inconnues (les équations de trois sphères concourantes au foyer). La méthode des hyperboles a aussi été décortiquée. Ceci complète le travail entrepris l'année précédente.

Mais la lecture des productions déçoit : pas de dessin pour illustrer la méthode des sphères (que des équations !) et rien

sur la méthode des hyperboles (qui consiste précisément à construire des hyperboles qui concourent à l'épicentre).

Explication des élèves : " Nous n'avons pas de logiciel pour faire ces dessins ". Pourtant, ils avaient réalisés ces dessins à la main pendant les séances de travail ; mais ils s'étaient mis en tête que leur dossier devait être entièrement réalisé à l'ordinateur. Quel dommage d'appauvrir le contenu pour une raison aussi futile !

La seconde problématique visait à trouver une expression de l'énergie mécanique dissipée en un point P, en fonction de l'amplitude des ondes enregistrées en P. Sachant la distance de P au foyer, on pouvait alors espérer calculer l'énergie E libérée au foyer. Et par suite la magnitude M sur l'échelle de Richter par la relation $\log(E) = 11.4 + 1.5M$.

Hélas, les documents consultés ont montré que les relations et méthodes choisies dépendent du type des ondes enregistrées, du fait que le séisme est californien ou non, proche ou lointain, superficiel ou profond, gros ou léger, etc. Bref, une cuisine compliquée et assez décourageante !

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur ... Cette rubrique est à vous.

Les collègues peuvent transmettre, en plus de la copie papier, leur texte sur disquette (en précisant le traitement de texte utilisé). Cela évitera de retaper ces textes, donc de faire des erreurs de transcription, et économisera beaucoup de temps. Merci ! Naturellement la disquette leur sera retournée après utilisation.

S.P.

Exercice (Jacques DROUGLAZET, Surgères) :
On a élevé au cube une matrice carrée d'ordre 3 à coefficients entiers et on a obtenu la matrice ci-contre. Quelle était cette matrice ?

54	- 538	- 817
20	353	538
259	- 20	54

Exercice : En quelle année a été donné l'exercice de bac ci-dessous ?
Soit un nombre X de quatre chiffres écrit avec les chiffres a, b, c et a dans cet ordre.
Trouver X tel qu'il soit multiple de 7 et que son reste dans la division par 99 soit 1.

Exercice en complément de l'exercice du rallye "Le triangle de Poséidon" (voir dans ce même n°).
Le point de contact I du cercle inscrit dans un triangle rectangle ABC d'hypoténuse BC partage cette hypoténuse en deux segments BI et IC. x et y étant les longueurs de ces segments, on démontre facilement par le calcul que l'aire du triangle ABC est égale à x.y. Montrer géométriquement ce résultat (découpage du triangle en puzzle par exemple).
S.P.

Une réponse à cet exercice sera donnée dans le prochain n°. Nous attendons la vôtre !

Le moulin de Louis Rivoallan (Corol'aire n° 40)

Une solution de Serge Parpay

Nous rappelons l'énoncé :

À l'intérieur d'un disque C de centre O, on prend un point quelconque I et on trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires en I.

On fait tourner ces droites d'un angle $\alpha, 0 < \alpha < \pi/2$. Au cours de cette rotation les droites (d) et (d') balayent une partie du disque. Montrer que l'aire de cette zone est indépendante de I et exprimer cette aire en fonction de α .

a) Soit un cercle de centre O, un point I intérieur au cercle et deux cordes AC et BD perpendiculaires et passant par I. $IA^2 + IB^2 = AB^2$ et $IC^2 + ID^2 = CD^2$.
La parallèle à (BD) passant par A coupe le cercle en A'. Le quadrilatère ABDA' est un trapèze isocèle (propriété classique) : donc angle (ABD) = angle (BDA').
Angle (CAB) = angle (CDB) (même arc intercepté sur le cercle). En conséquence, angle (CDA') = angle (CDB) + angle (BDA') = angle (CAB) + angle (ABD) = 1 droit, puisque le triangle AIB est rectangle. [CA'] est un diamètre du cercle :
 $CD^2 + DA'^2 = CA'^2 = 4R^2$ et aussi $CD^2 + BA^2 = 4R^2$.
Par suite $IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 = 4R^2$.

b) La droite (d) coupe le cercle en A et C, la droite (d') coupe le cercle en B et D (figure ci-contre). (d) et (d') sont perpendiculaires.

On choisit un axe de coordonnées polaires Ix , les angles étant mesurés en radians.

La figure (IA, IB, IC, ID) est parfaitement déterminée par $t = (Ix, IA)$.

En posant $IA = a, IB = b, IC = c, ID = d$; a, b, c et d sont fonctions de t.

La figure (IA, IB, IC, ID) tournant d'un angle θ à partir de la position initiale $t = 0$, l'aire balayée par les segments IA, IB, IC, ID sera égale à :

$$\mathcal{A}(\theta) = \int_0^\theta \frac{1}{2} (a^2 + b^2 + c^2 + d^2) dt, \text{ soit } \mathcal{A}(\theta) = \int_0^\theta \frac{1}{2} 4R^2 dt, \text{ soit } \mathcal{A}(\theta) = 2R^2\theta.$$

Seulement fonction de l'angle de rotation des "ailes du moulin", l'aire balayée est indépendante de la position du point I dans le disque.

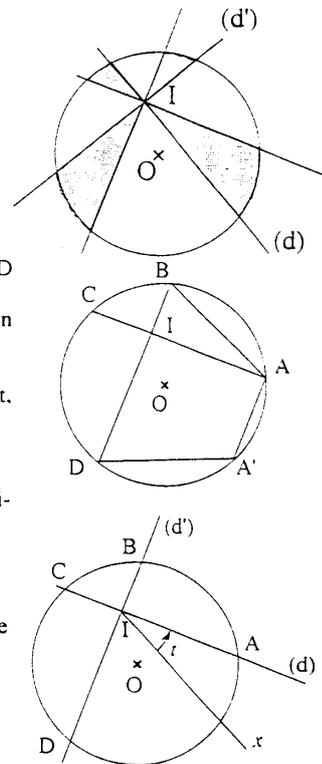
En particulier quand les ailes tournent d'un angle droit toute la surface du disque est couverte ; on retrouve bien, en appliquant la formule obtenue ci-dessus, l'aire du disque : πR^2 .

Un correctif.

Jacques Drouglazet nous signale "une petite erreur de transcription" dans le premier de ses exercices publiés dans le dernier Corol'aire (n° 48). Voici l'énoncé corrigé : L'entier naturel n étant donné, trouver un couple (x, y) d'entiers vérifiant l'équation : $x^2 \cdot xy + y^2 = 273^n$. Par exemple, pour $n = 5$, on trouve (entre autres solutions) $x = 1373616, y = 368559$.

Nous publierons, dans le prochain Corol'aire, une solution de Frédéric de Ligt à ce problème.

Par ailleurs, le problème du tétraèdre passionne toujours autant. Nous publions deux autres solutions, de Jean-Christophe Laugier et d'Alain Pichereau.



 **Solution à l'exercice 1** (Corol'aire n° 47) - Alain Pichereau.

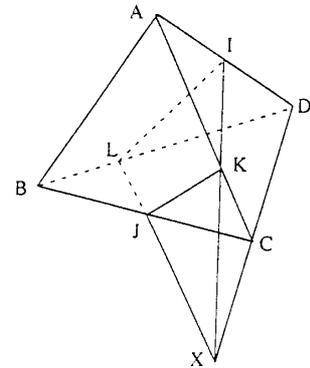
Énoncé : Tout plan P passant par les milieux I et J de deux côtés opposés $[AD]$ et $[BC]$ d'un tétraèdre partage ce dernier en deux parties de même volume.

1^{er} cas : P passe par un des sommets du tétraèdre.

Si P passe par A ou D alors $P = (ADJ)$ et le tétraèdre est partagé en deux tétraèdres $BADJ$ et $CADJ$ qui ont même volume car $d(B, P) = d(C, P)$ puisque le milieu de $[BC]$ est sur P . Conclusion analogue si P passe par B ou C .

2^{ème} cas : P ne passe par aucun des sommets du tétraèdre.

P va donc couper le plan (ADC) selon une droite passant par I (et ne passant ni par A , ni par D , ni par C) : cette droite va couper soit $]AC[$, soit $]CD[$. On supposera ici que P coupe $]AC[$ en un point K (si c'est $]CD[$ qui est coupé en K , par échange de A et D on se ramène au cas précédent).



Précisons le point d'intersection de P avec la droite (BD) .

Si K est le milieu de $[AC]$, alors, en notant L le milieu de $[BD]$, on a $(LJ) \parallel (CD) \parallel (KI)$ donc les quatre points L, J, K et I sont coplanaires et L est dans le plan (IKJ) , ainsi L est sur P et (BD) , et c'est donc le point d'intersection de P et (BD) [(BD) ne peut être dans P car alors B, D, I et J , et donc A, B, C et D seraient coplanaires].

La section est donc dans ce cas un parallélogramme $LJKI$, le plan P étant parallèle à (AB) et (CD) .

Si K n'est pas le milieu de $[AC]$, alors (IK) et (CD) qui sont deux droites non parallèles de (ACD) se coupent en un point X situé en dehors de $[CD]$. (XJ) qui est une droite de (BCD) ne peut être parallèle à (BD) , sinon (XJ) couperait $[CD]$ en son milieu Z et les droites (XJ) et (CD) auraient deux points distincts en commun (X et Z) et donc $(XJ) = (CD)$, soit J sur (CD) , ce qui est exclu. Par conséquent, (JX) et (BD) se coupent en un point L qui est le point d'intersection de P et (BD) . Bien entendu, en notant Y le point d'intersection de (JK) et (AB) , L est le point d'intersection de (YL) et (BD) .

Montrons que l'on a toujours : $AK/AC = DL/DB$.

Si K est le milieu de $[AC]$, c'est évident car L est alors le milieu de $[BD]$.

Sinon, par application de Ménélaus (version distance) dans ACD aux points alignés X, K et T , et dans BCD aux points alignés X, J et L , on obtient $(XD/XC)(KC/KA)(IA/ID) = 1$ et $(XD/XC)(JC/KB)(LB/LD) = 1$. Compte tenu que $IA/ID = JC/KB = 1$ on obtient $KA/LD = KC/LB$, quantité égale aussi à $(KA+KC)/(LD+LD) = AC/BD$ et finalement on a $AK/AC = DL/DB$.

Il ne reste plus qu'à montrer que les deux parties obtenues : Pa_1 , le "pseudo-prisme" de base $LJKI$ et d'arête latérale $[AB]$, et Pa_2 , le "pseudo-prisme" de base $LJKI$ et d'arête latérale $[CD]$, ont même volume.

$\text{Volume}(Pa_1) = \text{Volume}(\text{pyramide de sommet } B \text{ et base } LJKI) + \text{Volume}(BAIK)$

$\text{Volume}(Pa_2) = \text{Volume}(\text{pyramide de sommet } C \text{ et base } LJKI) + \text{Volume}(CDIL)$

Les deux pyramides ont le même volume puisque $d(B, P) = d(C, P)$, le milieu J de $[BC]$ étant sur P .

Notons V le volume du tétraèdre $ABCD$.

$\text{Volume}(BAIK) = d(B, (ACD)) \cdot \text{aire}(AIK)/3 = V \cdot \text{aire}(AIK)/\text{aire}(ACD) = V \cdot AI \cdot AK / (AC \cdot AD) = V \cdot (AK/AC)/2$ (cela en utilisant deux fois le fait que l'aire d'un triangle est $bc(\sin A)/2$).

De même, $\text{Volume}(CDIL) = d(C, (DBA)) \cdot \text{aire}(DIL)/3 = V \cdot \text{aire}(DIL)/\text{aire}(DBA) = V \cdot (DL/DB)/2$ et donc d'après la relation $AK/AC = DL/DB$ on a $\text{Volume}(Pa_1) = \text{Volume}(Pa_2)$.

Deux remarques :

- Si K est le milieu de $[AC]$ alors $\text{Volume}(BAIK) = \text{Volume}(CDIL) = V/4$ et les deux pyramides évoquées ci-dessus ont chacune pour volume $V/4$.

- On peut démontrer que le milieu de $[LK]$ est toujours sur $[IJ]$.

 **Solution à l'exercice 1** (Corol'aire n° 47) - Jean-Christophe Laugier.

Soit un tétraèdre $ABCD$, I le milieu de $[AD]$ et J le milieu de $[BC]$. Le plan (P) passant par I et J coupe $[AB]$ en M et $[CD]$ en M' . Chacun des deux solides déterminés par (P) se décompose en une pyramide et un tétraèdre :

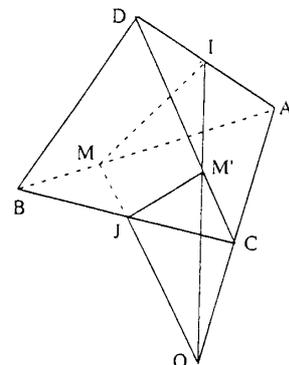
* Celui possédant les sommets B et D en la pyramide P_1 de base $IMJM'$ et de sommet D et le tétraèdre T_1 de sommet D et de base BMJ .

* Celui possédant les sommets A et C en la pyramide P_2 de base $IMJM'$ et de sommet A et le tétraèdre T_2 de sommet A et de base JCM' .

Il est clair que P_1 et P_2 ont même volume : elles ont une base commune et même hauteur puisque I est le milieu de $[AD]$. Il reste donc à prouver que T_1 et T_2 ont même volume.

Soit O le point d'intersection éventuellement rejeté à l'infini des droites (IM') et (MJ) . O est sur (AC) . Le théorème de Ménélaus appliqué au triangle ACD avec la transversale $IM'O$ fournit, en mesures algébriques :

$(OA/OC) \times (M'C/M'D) \times (ID/IA) = 1$. Le même théorème appliqué au triangle ABC avec la transversale MJO fournit, en mesures algébriques : $(MA/MB) \times (JB/JC) \times (OC/OA) = 1$.



Des deux égalités précédentes, il résulte que : $MA/MB = M'D/M'C$ car $ID/IA = JB/JC = -1$ (toujours en mesures algébriques), et donc $MB/AB = M'C/CD$.

Or $\text{Vol}(T_1)/\text{Vol}(ABCD) = \text{Aire}(BMJ)/\text{Aire}(ABC) = (1/2) \times (MB/AB)$.

$\text{Vol}(T_2)/\text{Vol}(ABCD) = \text{Aire}(CM'J)/\text{Aire}(BCD) = (1/2) \times (M'C/CD)$. On a donc bien $\text{Vol}(T_1) = \text{Vol}(T_2)$.

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

CLASSE DE PREMIÈRE - ACADÉMIE DE POITIERS, Session 2002

Création et but des Olympiades

Les Olympiades de mathématiques ont été créées en 2001 par le Ministère de l'Éducation nationale pour stimuler chez les jeunes le goût de la recherche et de l'effort en face de problèmes mathématiques posés sous une forme inhabituelle et ludique. Elles doivent aussi permettre de détecter de jeunes talents au niveau national susceptibles, à l'issue d'une préparation supplémentaire, de représenter avec des chances de succès notre pays dans les compétitions internationales.

C'est le cas pour les meilleurs de nos lauréats en 2001 qui ont été pris en charge cette année par le Ministère de l'Éducation nationale qui leur propose un entraînement par correspondance pour des compétitions de niveau supérieur

Olympiades de mathématiques 2002

Cette deuxième édition est à nouveau organisée par l'Inspection générale de mathématiques, toujours selon le même principe : 3 exercices sont communs pour tous les participants, un quatrième est choisi, dans chaque Académie, par le Président de la commission académique. En Poitou-Charentes, celle-ci est composée de huit professeurs de lycée volontaires. Elle est présidée par un professeur en classe préparatoire de mathématiques spéciales.

Cette année, 66 élèves, des quatre départements de la Région, se sont effectivement présentés. Ils sont scolarisés en classe de Première scientifique, générale ou technique, et dans des établissements publics ou privés.

La remise des prix

Elle a lieu le mercredi 19 juin à 17 heures au Centre Régional de Documentation Pédagogique à Poitiers.

Elle est présidée par Monsieur le Recteur de l'Académie, en présence d'un membre de la Présidence du Conseil Régional de Poitou-Charentes, et d'un Inspecteur Général de Mathématiques.

Comme l'an passé, le jury a voulu distinguer 8 lauréats :

1^{er} prix : Nicolas MERCADER, Lycée Aliénor d'Aquitaine POITIERS

2^{ème} prix : Benoît CHAUMET, Lycée Marcelin Berthelot CHATELLERAULT

3^{ème} prix : Laetitia BROTTTER, Lycée Camille Guérin POITIERS

4^{ème} prix ex-aequo : Emmanuel BERNUAU, Lycée Marcelin Berthelot CHATELLERAULT et Marie GORISSE, Lycée Saint André NIORT

6^{ème} prix ex-aequo : Rémi BRILLAUD, Lycée du Bois d'Amour POITIERS, Gaël MILLET, Lycée Aliénor d'Aquitaine POITIERS et Nicolas VERRER, Lycée Marguerite de Valois ANGOULEME.

On peut remarquer que, cette année, les lycées de la Vienne sont très bien représentés dans le palmarès, et plus particulièrement les lycées Camille Guérin et Aliénor d'Aquitaine de Poitiers qui y figurent pour la deuxième fois, ce dernier avec trois lauréats en deux ans.

La présentation de concurrents aux Olympiades, et leur réussite, est très largement liée au dévouement de professeurs de mathématiques qui, dans les lycées, animent avec régularité des clubs où l'on fait des mathématiques pour le plaisir

Le Conseil Régional de Poitou-Charentes est le partenaire de cette manifestation.

EXERCICE 1

Des fourmis se déplacent, en ligne droite, à la queue leu leu, à vitesse constante, en formant une colonne de 50 cm de long. La dernière fourmi du groupe décide d'aller ravitailler la fourmi chef et pour cela rejoint la tête de la colonne puis, sa mission étant accomplie, retourne aussitôt à la queue de la colonne. Sachant que, pendant cet aller-retour, la vitesse de cette fourmi est restée constante et que la colonne a parcouru 50 cm, quelle est la distance parcourue par la fourmi ravitaileuse ?

EXERCICE 2

Soit un carré ABCD de côté a . Un cercle G , intérieur au carré, est tangent à (AB) et (AD). Un second cercle G' , intérieur au carré, est tangent extérieurement à G ainsi qu'aux droites (CB) et (CD).

Soit S la somme des aires des cercles G et G' , quelles sont les valeurs maximale et minimale de S .

EXERCICE 3

10 personnes sont assises autour d'une table ronde. 10 jetons portant les numéros de 1 à 10 sont distribués au hasard à ces 10 personnes.

Chaque personne gagne une somme égale en euros au total du numéro de son propre jeton, de celui de son voisin de gauche et de celui de son voisin de droite.

1) À l'aide d'un procédé aléatoire de votre choix, donner un exemple de répartition des jetons.

Sur cet exemple, indiquer le gain de chaque personne et la moyenne de ces dix gains.

2) Prouver que, quelle que soit la répartition des jetons, au moins une des dix personnes aura un gain supérieur ou égal à 17 euros.

3) Donner un exemple où tous les gains sont inférieurs ou égaux à 18.

4) Peut-on, dans la deuxième question, remplacer 17 par 18 ?

EXERCICE 4

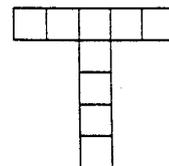
On dispose :

- * d'un damier carré formé de 10×10 petits carrés identiques,
- * d'une pièce d'un seul tenant obtenue en accolant successivement par au moins un côté 9 petits carrés identiques à ceux du damier.

Le problème consiste à poser plusieurs exemplaires identiques de cette pièce sur le damier en respectant les règles suivantes :

- * chaque exemplaire peut être tourné ou retourné,
- * chaque petit carré constituant les exemplaires recouvre exactement un petit carré du damier,
- * deux exemplaires ne peuvent pas se chevaucher

1) Dessiner l'une des solutions si on pose quatre exemplaires de la pièce représentée ci-contre :



2) Montrer que, quelle que soit la forme de la pièce de départ, il est possible de poser deux exemplaires de cette pièce en respectant les règles ci-dessus.

3) Peut-on dans la question précédente remplacer deux par trois, par quatre, par cinq, etc... ?