TPE en 1°S - 2000 /2001 au Lycée de Jonzac.

Quelles mathématiques ont été, ou auraient pu être, utilisées ?

Nous avons présenté dans le dernier Corol'aire 4 des 11 sujets faisant appel aux mathématiques, que nous a envoyés Daniel Daviaud de Jonzac. En voici quatre autres.

Thème : Images
Disciplines : Maths & Sc. Phys.
Intitulé du sujet : *La photographie noir et blanc*
Problématique : Comment mesure-t-on la sensibilité d'une pellicule photo ? Et quel lien y a-t-il entre les différentes échelles existantes ?

Activités mathématiques :

Un document rédigé par l'enseignant a été donné aux élèves. On y trouve des informations et des questions à partir desquelles les élèves ont élaboré leur travail.

On s'intéresse d'abord à la normalisation américaine (ASA).

Dans cette unité, la suite des sensibilités existantes est géométrique, de premier terme $a_0 = 12.5$ et de raison 2. Sa représentation graphique est difficile à mettre en page du fait de la croissance exponentielle.

On s'intéresse ensuite à la normalisation allemande (DIN).

En din, la suite des sensibilités existantes est arithmétique et de raison 3. Elle se représente (facilement) par des points alignés.

Il reste enfin à étudier le système ISO qui se veut une synthèse des deux précédents.

Puis on découvre la formule qui permet de calculer le nombre d'asa d'une pellicule en fonction de son nombre de din. Des applications numériques confirment les inscriptions lisibles sur les boîtes de pellicules. En classe de première, on renonce à expliciter la formule réciproque qui nécessiterait un logarithme.

Cependant on ne renonce pas à déterminer le nombre de din en fonction du nombre d'asa. Pour ce faire on construit, sur du papier semi-logarithmique, un abaque avec les din en abscisses et les asa en ordonnées. La droite obtenue permet des conversions assez précises dans les deux sens.

ÉDUCATION — *Le N.R. 15/06/01*

Des collégiens matheux

Les délégués de classe tiennent les diplômes

Le collège Joachim-du-Bellay peut s'enorgueillir de compter des matheux parmi ses élèves. En effet, les classes de 3e, soit 155 élèves, ont participé au rallye mathématiques organisé à l'échelon de l'académie. Chaque classe avait deux heures pour résoudre un certain nombre de problèmes faisant appel à des connaissances en algèbre, sur les nombres et des qualités d'esprit logique. De plus, trois problèmes étaient posés dans des langues étrangères; anglais, allemand et espagnol.

Mardi matin, M.Copin, principal adjoint, remettait, en compagnie des professeurs qui s'impliquent fortement sur ce challenge, Mme Gobin, Mlles La Fontaine et Pignet, MM. Lépinay, Priou, Sanjakdar et Verneau, les récompenses dues aux bons résultats. Le collège remporte le prix départemental et le prix de participation. Un diplôme vient récompenser chaque élève pour celle-ci, il sera remis par les délégués de classe, deux livres sur les mathématiques gagnés viendront enrichir le fonds du CDI.

M. Copin annonce son prochain départ pour Poitiers, au lycée Auguste-Perret, avant le jus de fruit d'honneur et après avoir félicité les élèves et les professeurs.

Thème : Eau
Disciplines : Maths & Sc. Phys.
Intitulé du sujet : *La dureté de l'eau*
Problématique : Aucune.

Activités mathématiques :

Les élèves ont mis tellement longtemps à définir un sujet, qu'ils ont remis un travail mono-disciplinaire (chimie). Des calculs intéressants de concentrations en Ca ou en Mg font intervenir des puissances de 10, mais le mathématicien reste sur sa faim.

Ce qu'on aurait pu faire :

Le temps a manqué pour traiter la superbe problématique suivante :

Pourquoi l'enceinte d'un adoucisseur à résine est-elle remplie de billes, et quel diamètre optimum ces billes doivent-elles avoir ?

On aborde là le célèbre problème de la densité (on dit aussi " compacité ") des sphères empilées dans un volume. On peut évoquer Kepler, Hilbert, Hales etc, et faire ainsi beaucoup de géométrie, avant de se renseigner sur la densité d'un empilement aléatoire, vibré ou non. On trouve plusieurs articles sur ce sujet sur les revues PLOT et TANGENTE.

Ensuite, il apparaît que, plus les billes sont petites, plus leur surface totale est grande, et plus cela facilite les échanges ioniques qui s'y produisent.

Mais en même temps, plus les billes sont petites, et plus les surfaces de contact entre les billes (à quantifier) occupent une part importante de la surface de chaque bille, et plus cela nuit aux échanges ioniques.

D'où la recherche du rayon qui maximise la surface utile aux échanges ioniques. Après une " mise en fonction " du problème, on détermine l'extremum, graphiquement ou à l'aide de la dérivée, si celle-ci a été étudiée.

Resterait à vérifier si le résultat obtenu s'accorde ou non avec ce qui existe sur le marché.

Thème : Risques naturels et technologiques
Disciplines : Maths & S.V.T.
Intitulé du sujet : *Les séismes : énergie, sources et ondes sismiques*
Problématiques : Qu'est-ce que l'échelle de Richter ? Comment localise-t-on le foyer d'un séisme ?
Activités mathématiques :
Il est à noter que ce groupe d'élèves n'a presque pas demandé d'aide.

Par définition, E = 10^(11,4+1,5M) où E est l'énergie mécanique libérée par le séisme (en J) et où M est la magnitude du séisme sur l'échelle de Richter.
E(M) est une suite géométrique de raison $\sqrt{1000}$. D'où quelques petits calculs et la construction d'un abaque sur papier semi-logarithmique avec M en abscisses et E en ordonnées. Sur cet abaque, on peut placer les points représentant quelques tremblements de terre célèbres. Et faire ainsi des comparaisons.

Par ailleurs, des méthodes pour localiser le foyer F, ou hypocentre, d'un séisme ont été évoquées (l'épicentre est la projection du foyer sur la surface terrestre).

Il y a d'abord la méthode des sphères.

Pour cela, on enregistre dans trois stations différentes les heures où passent les ondes P (primaires et longitudinales), puis les ondes S (secondaires et transversales). Connaissant les vitesses de ces différentes ondes, il est possible de calculer la distance entre le foyer et chaque station. Le foyer F est donc l'un des deux points d'intersection de trois sphères. Lorsque le foyer est peu profond, il est pratiquement confondu avec l'épicentre et il est l'intersection de trois cercles. *On parle alors de méthode des cercles.*

Il y a ensuite la méthode des hyperboles.

On note seulement les heures de passage des ondes P dans les différentes stations. Le décalage de temps entre les passages dans deux stations S1 et S2 permet de calculer la différence FS1-FS2. Si F est superficiel, il est situé sur une certaine hyperbole de foyers S1 et S2 (" foyers " au sens des coniques). Avec 3 stations, on pourra construire 3 hyperboles et déterminer F. Si F est profond, il est à l'intersection de 3 hyperboloïdes et ... ça se complique.

Ce qu'on aurait pu faire :

Traiter de façon précise et complète la recherche d'un foyer par la méthode des sphères (ou des cercles s'il est superficiel). Les équations de sphères entreront dans le programme de maths de première S à partir de 2001. Un joli système de 3 équations à 3 inconnues en vue.

Traiter de façon précise et complète la recherche d'un foyer superficiel par la méthode des hyperboles. Ce serait l'occasion d'apprendre la définition géométrique d'une hyperbole et d'en construire. On peut envisager des constructions point par point, au compas, ou avec ficelle, tige et crayon par un procédé de jardinier.

Thème : Risques naturels et technologiques
Disciplines : Maths & Sc. Phys.
Intitulé du sujet : *L'électricité et sa production*
Problématique : Comment visualiser la répartition de la production électrique d'un pays en ses trois composantes : fossile, nucléaire et renouvelable ?
Activités mathématiques :
Le procédé choisi est une représentation dans un triangle équilatéral.
On commence par démontrer, par des considérations d'aires, que pour tout point M situé à l'intérieur (ou sur la frontière) d'un triangle équilatéral, la somme des trois distances de M aux côtés est constante et égale à la hauteur du triangle.
Par suite, on peut représenter un triplet (a,b,c) avec a+b+c=100 par l'unique point M situé à l'intérieur d'un triangle équilatéral ABC de hauteur 100 mm et tel que d(M,BC)=a, d(M,AC)=b et d(M,AB)=c.

Si a, b et c sont les pourcentages des trois composantes de la production électrique d'un pays, le point M est d'autant plus proche de A, (resp. B, C) que la part d'électricité d'origine fossile, (resp. nucléaire, renouvelable) est importante.
On peut ainsi comparer, d'un coup d'œil, les productions de divers pays. On peut aussi apprécier l'évolution de la production d'un pays au fil des années en représentant, dans un même triangle, la suite chronologique des triplets (a,b,c).

Généralisation : comment pourrait-on visualiser une répartition en 4 composantes ? Il a été démontré, par des considérations de volume, que la propriété du triangle équilatéral s'étend aux tétraèdres réguliers.

Ce qu'on aurait pu faire :

Le point M a la propriété d'être le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients a, b et c. Mais le barycentre n'avait pas encore été étudié.

Une tout autre problématique aurait pu être celle-ci : Comment fonctionne une centrale à énergie solaire ?

Le fonctionnement est fondé sur une propriété des miroirs paraboliques. Tout rayon incident parallèle à l'axe du paraboloïde est réfléchi vers un point particulier appelé foyer. En dehors de toute connaissance sur la géométrie des coniques, la démonstration de cette propriété fait appel à la géométrie analytique, à la dérivation et à la trigonométrie. Un beau problème de fin de Première ou de début de Terminale. On peut compléter en cherchant d'autres applications, passées ou actuelles, de cette propriété.