

TPE en 1^oS - 2000 /2001 : Un élément du bilan au Lycée de Jonzac.

Le cas des Mathématiques

Par Daniel Daviaud, professeur de Mathématiques au lycée de Jonzac

Une année d'expérience a montré que le rôle du professeur de mathématiques ne peut pas se limiter à la définition donnée page 57 du B.O. n°2 du 11/01/2001 : « Les enseignants accompagnent les étapes du travail des élèves en leur prodiguant recommandations, avis et conseils », car cette conception suppose que les élèves possèdent ou acquièrent seuls le contenu disciplinaire : ce qui est utopique.

En effet, lorsque les élèves sont parvenus à définir un sujet et une problématique (par le dialogue entre eux et avec les enseignants), ils sont souvent désemparés parce que l'outillage mathématique nécessaire ne leur a pas (encore) été enseigné. Or, en mathématiques, la lecture d'un article ou d'un chapitre exige généralement des pré-requis et une culture dont ils sont dépourvus. Il en est de même avec les sites Internet qui, de surcroît, sont criblés de coquilles en tous genres.

Bref, les élèves ne sont pas en mesure de digérer l'information mathématique existante. Par ailleurs, le professeur ne peut pas se contenter de "parler" de mathématiques : cette langue-là doit être écrite pour être comprise.

En outre, les élèves ont besoin d'aide pour appliquer des mathématiques, tâche dont ils n'ont jamais eu l'initiative.

D'où la nécessité pour l'enseignant de **rédiger une documentation** adaptée aux besoins et au niveau des élèves. Celle-ci peut revêtir un caractère magistral, ou mieux, se présenter sous forme d'exercices de découverte à traiter.

C'est à ce prix que les T.P.E. maths – Sciences physiques, ou

maths – S.V.T. fournissent l'occasion de mathématiser ou modéliser une situation, de traiter un véritable problème mathématique et de réinvestir les résultats dans le contexte étudié. La mathématique retrouve alors son double statut : " la reine et la servante des sciences ". Et l'interdisciplinarité est pleinement réalisée.

Il faut bien comprendre la nécessité absolue d'un accompagnement actif et formatif : les élèves ont recours à l'enseignant pour décoder la documentation existante, pour apporter des éléments de connaissances ou de méthodes, pour mathématiser une situation et pour transférer les résultats mathématiques vers le monde réel. Il est normal que des lycéens ne sachent pas conduire spontanément cette démarche. Si l'enseignant n'intervient pas suffisamment, on constatera vite que les élèves aidés par leur milieu familial seront les seuls à réussir, et que les autres se contenteront de compilations mal comprises, sans intérêt, où les mathématiques se cantonnent aux calculs de proportionnalité. Une fois de plus, l'école aura entériné la sélection sociale au lieu d'y remédier.

En termes pratiques, deux heures hebdomadaires en présence des élèves sont indispensables, ainsi qu'un temps conséquent de réflexion, de recherche et de préparation entre les séances. Rémunérer 2 heures par semaine semble être un minimum. Dans l'état actuel des choses (1h rémunérée), participer aux TPE revient à s'offrir une " danseuse " : on y trouve des satisfactions, mais cela coûte trop cher. Peut-on se payer ce luxe très longtemps ?

P.S. J'ai participé cette année, avec enthousiasme, à l'encadrement de 11 équipes d'élèves. Toute personne intéressée peut me demander la liste détaillée des sujets étudiés et des questions mathématiques traitées. Il m'a fallu travailler en moyenne 4 heures par semaine ; je n'exagère pas, bien au contraire. Et ce travail n'a pas vocation à être réutilisé localement : ceci limiterait la liberté de choix des élèves et encouragerait des stratégies de récupération des productions antérieures.

NDLR : Corollaire publié dans ce numéro quatre des onze sujets. Les autres seront publiés dans le suivant. Si vous avez encadré des TPE dans votre lycée, n'hésitez pas à nous envoyer (courrier ou message électronique) les sujets traités. Nous pourrions ainsi mettre en place une rubrique régulière.

Quelles mathématiques ont été, ou auraient pu être, utilisées ?

Présentation de 4 des 11 sujets faisant appel aux mathématiques

Thème : Images

Disciplines : Maths & Sc. Phys. (et Informatique)

Intitulé du sujet : *Le cinéma : des effets spéciaux à la 3D*

Problématique : Comment programmer la rotation d'un cube sur l'écran d'un ordinateur ?

Activités mathématiques :

Le point de départ a été un document Internet assez abscons et bourré d'erreurs. Il y était question de matrices de rotations dans le plan et dans l'espace : choses bien utiles mais absentes des programmes de maths actuels. Ces notions ont été expliquées et en grande partie justifiées aux élèves qui étaient très motivées (c'étaient des filles) pour comprendre. Alors les élèves ont été capables d'écrire les formules permettant

de calculer les coordonnées des sommets d'un cube après une rotation quelconque autour d'un axe vertical.

Par suite, elles ont été initiées à quelques rudiments de programmation en langage Turbo Pascal. Puis, elles ont rédigé la procédure de rotation d'un programme en Turbo Pascal dont les autres procédures (interface utilisateur, dessin en perspective, changement de repères, etc.) ont été fournies par l'enseignant.

Citons deux lignes extraites de la synthèse d'une élève :

" nous avons calculé les nouvelles coordonnées du cube après une rotation d'angle θ à l'aide d'une matrice de rotation. Et quelle satisfaction de voir que notre cube tournait ! "

Et un peu plus loin :

" ce dossier est intéressant et est source de divertissement et de savoir ... "

Thème : Sciences et aliments

Disciplines : Maths & S.V.T. (et Informatique)

Intitulé du sujet : *La vache folle*

Problématique : Comment modéliser et simuler la propagation de l'E.S.B. en Grande-Bretagne ?

Activités mathématiques :

On analyse la suite des nombres de cas déclarés de 1987 à 1999, consultable sur Internet.

A partir de 1993, cette suite devient pratiquement géométrique. Un tableur (EXCEL en l'occurrence) fournit alors, comme modèle mathématique, la suite géométrique "la plus proche". En fait EXCEL donne l'exponentielle de régression correspondant à la droite des moindres carrés pour les logarithmes des nombres donnés. Mais on ne parle que de suite géométrique aux élèves. Celle-ci a pour raison 0,615.

On formule alors des hypothèses compatibles avec les informations connues. Une vache contaminée depuis 4 ans au moins, risque, chaque année qui suit, de développer la maladie avec une certaine probabilité. On établit que cette probabilité est 1-0,615, soit 0,385. En fait, on ne parle pas de probabilités aux élèves ; on dit seulement que, chaque année, le nombre de nouvelles vaches malades est égal à 38,5% du nombre de vaches contaminées depuis au moins 4 ans.

Le modèle fonctionne à merveille. Il autorise des calculs prévisionnels (perspective). Mais il permet aussi, en résolvant quelques équations, de remonter le passé et de construire l'historique des contaminations (rétrospective).

Ayant ainsi décortiqué le mécanisme de propagation de l'épidémie, il a été possible d'établir une feuille de calcul EXCEL qui montre ce que sont devenues, année après année, les cohortes de vaches contaminées. Cette simulation est UNE reconstitution complète de l'épidémie.

Ce qu'on aurait pu faire :

Dans la simulation, remplacer le calcul déterministe des nombres de vaches malades (38,5% de ...) par un tirage aléatoire avec une probabilité de 0,385.

Thème : Temps, rythmes et périodes

Disciplines : Maths & Sc. Phys.

Intitulé du sujet : *La relativité*

Problématique : Comment démontrer quelques propriétés de la théorie de la relativité restreinte ?

Activités mathématiques :

Les documents découverts par les élèves sur Internet se sont rapidement avérés d'une grande faiblesse pédagogique et donc inexploitable. En revanche le petit livre de vulgarisation "La relativité" écrit par Einstein lui-même se révèle nettement plus abordable.

Mais, pour guider le travail des élèves, il est apparu indispensable de rédiger un document dont la première partie résume la genèse de la transformation de Lorentz-Einstein (nommée TLE par la suite). On désigne ainsi les 4 équations qui donnent les coordonnées spacio-temporelles (x', y', z', t') d'un point M dans un repère mobile R' en fonction des coordonnées (x, y, z, t) de M dans un repère fixe R. La TLE ne se démontre pas ; elle est admise en tant que principe.

Par suite, 8 exercices de démonstration ont été proposés aux élèves. Dans chacun d'eux, une propriété à démontrer est énoncée ; des indications sont fournies qui précisent les hypothèses et suggèrent des questions intermédiaires.

- 1) La vitesse de la lumière est la même dans tous les repères.
- 2) La quantité $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ est indépendante du repère (invariant relativiste).
- 3) Expression de la TLE inverse : (x, y, z, t) en fonction de (x', y', z', t') .
- 4) Deux événements simultanés dans un repère R ne le sont pas dans un repère R'.
- 5) Plus on va vite, plus le temps s'écoule lentement (avec graphiques, exemples numériques).
- 6) Plus on va vite, plus les distances se contractent.
- 7) Condition nécessaire pour qu'un événement puisse être la cause d'un autre.
- 8) Loi de composition des vitesses.

Les propriétés concernant la masse et l'énergie ont été écartées : le travail mathématique autour des notions de distance, temps et vitesse était déjà assez copieux et permettait de pratiquer le calcul algébrique à un niveau accessible en première S.

Ce qu'on aurait pu faire :

Traiter avec sérieux les questions soulevées ci-dessus (par les élèves eux-mêmes, pourtant). Mais le calcul algébrique les fatiguait vite et ils ont préféré les considérations qualitatives.

Thème : Images

Disciplines : Maths & Sc. Phys.

Intitulé du sujet : *La photographie*

Problématique : Quelle relation existe-t-il entre la taille d'un objet photographié et la taille de l'image obtenue sur la pellicule ?

Activités mathématiques :

Tout est basé sur la formule des lentilles convergentes, ou formule de Descartes.

Un petit fascicule intitulé "Photographie et mathématiques" publié en 1992 par des gars de Lyon (Galion thèmes) a servi de support pour les élèves. Il conviendrait d'y sabrer certains prolongements, et en revanche d'ajouter l'étude du lemme suivant, inconnu des élèves et pourtant bien utile ici.

Si $a/b = c/d = k$, alors $(a+b)/(b+c) = k$ et $(a-b)/(c-d) = k$.

Le cheminement des rayons qui traversent une lentille est d'abord rappelé.

La formule des lentilles se démontre en général à l'aide de la propriété de Thalès.

De nombreux cas d'applications sont étudiés (constructions géométriques et calculs) selon les positions respectives de l'objet et du foyer objet.

Puis on résout des exercices du genre suivant :

On photographie la Tour Eiffel avec un objectif dont la distance focale est 135 mm, et avec une pellicule de format 24*36. A quelle distance de la tour faut-il se placer pour que l'image tienne en entier sur la pellicule, en format portrait ?