Académie de Poitiers
Olympiades académiques - Classes de Première - 9 mai 2001

Exercice 1

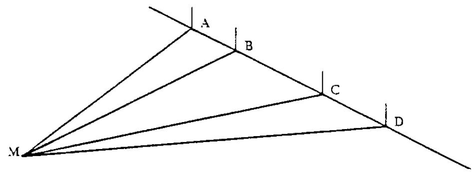
Les faces d'un dé en forme de tétraèdre régulier sont numérotées de 1 à 4. Le dé est posé sur une table, face 1 contre cette table. Une étape consiste à faire basculer le dé autour de l'une quelconque des arêtes de sa base. À l'issue de chaque étape, on note le numéro de la face contre la table. On fait la somme S de tous ces nombres après 2001 étapes, en comptant aussi le 1 initial.

1. Donner la valeur maximale et la valeur minimale que l'on peut ainsi obtenir pour S.
2. La somme S peut-elle prendre toutes les valeurs entières entre ces deux valeurs ?

Exercice 2

Montrer que l'équation $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z+2}$ n'admet pas de solution (x, y, z) constituée d'entiers strictement positifs où $x \geq 4$. Trouvez tous les triplets d'entiers strictement positifs qui sont solution.

Exercice 3



Sur un terrain de jeu sont alignés quatre poteaux, plantés en A, B, C et D dans cet ordre. Ces poteaux délimitent trois buts de largeurs: AB = 1, BC = 2 , CD = d, où d est une longueur donnée.
Déterminer l'ensemble des points M du terrain d'où l'on voit les trois buts sous des angles AMB, BMC et CMD égaux.

Exercice 4

Dessinez un cube C (un dessin même approximatif en perspective suffira).
Soient A un des sommets et B le sommet opposé, c'est-à-dire tel que le milieu de [AB] soit le centre du cube.
Considérons un autre cube C' admettant aussi (A, B) comme couple de sommets opposés. Certaines arêtes de C rencontrent des arêtes de C'. Justifiez le fait que, en dehors de A et B, on obtient ainsi six points d'intersection entre une arête de C et une arête de C'.
Placez l'un d'eux sur le dessin et expliquez comment placer alors les cinq autres.
V étant le volume de C, quelle est la valeur minimale du volume de la portion d'espace commune aux cubes C et C' ?

Tribune libre *(Le texte suivant n'engage que son auteur)*

Olympiades, oui... mais !

La Régionale APMEP de Poitou - Charentes était conviée à la remise des prix de ces premières Olympiades académiques de Mathématiques. L'objectif de ces Olympiades est que la France retrouve un rang honorable aux Olympiades internationales, en détectant les élèves les plus brillants en mathématiques et en leur faisant suivre une préparation au plus haut niveau.
Si l'objectif est louable, une telle initiative semble être celle de la dernière chance, le dernier sursaut avant que les mathématiques ne sombrent en France. L'Institution devrait en effet se demander pourquoi notre pays en est arrivé là, dans ce domaine, au niveau international. Les conditions, horaires en particulier, données par l'Institution à l'enseignement des mathématiques dès le collège et au lycée, leur dénigrement dans la société et l'exploitation qui en est faite en politique éducative, ne sont pas étrangers à cette situation.
La réussite aux Olympiades internationales ne peut pas être un objectif éducatif, mais elle est un bon indicateur du niveau scientifique du pays. Si donc on veut que la France retrouve son dynamisme en mathématiques, il faut déjà encourager les professeurs dans l'exercice de leur métier, leur permettre de l'exercer dans de bonnes conditions pour tous les élèves, et pas uniquement pour ceux qui sont en difficulté sous prétexte que les "autres" s'en sortiront ! Les "bons" élèves ont eux aussi besoin d'être considérés, d'être stimulés pour faire "fructifier" leurs talents. Il ne faudrait pas qu'être bon en mathématiques devienne "honteux" !
Alors ces Olympiades peuvent être un moyen de remettre les mathématiques à la lumière des projecteurs ; mais encore faut-il qu'il y ait des acteurs sous ces projecteurs ! Encore faut-il alimenter le vivier où seront puisés ces acteurs, comme le font les disciplines sportives pour obtenir des équipes ou des athlètes de haut niveau.
Que les organisateurs de ces Olympiades académiques ne découragent pas les candidats comme malheureusement ils l'ont fait cette année. Le jury de Poitou - Charentes a dû en effet évaluer les candidats sur les deux premiers exercices seulement, vu la difficulté reconnue des deux autres (exercices nationaux) — le troisième exercice faisait appel à des connaissances "hors programme" ! "Seuls 2 candidats sur les 116 ont abordé de manière intéressante les deux derniers exercices", affirme le jury.
Que l'Institution prenne ses responsabilités en permettant dès le collège aux élèves qui le désirent d'approfondir leurs connaissances et savoir-faire en mathématiques.
On pourra ainsi espérer, pour l'avenir scientifique de la France, des jours meilleurs.

Jean Fromentin