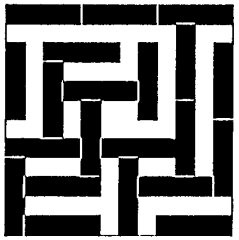
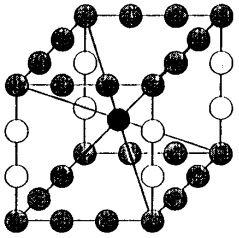
RALLYE MATHÉMATIQUE POITOU - CHARENTES - 5 AVRIL 2001

1 La tour des 4 sergents de La Rochelle (5 points)



Dans sa salle supérieure, il y a au sol une œuvre d'art de Gottfried Honegger occupant un carré de côté 12 unités de longueur. Les parties noires sont des juxtapositions de pierres identiques.
Si on comblait les intervalles entre les pierres noires par des pierres blanches de même nature la masse totale de celles-ci serait 50 kg.
Combien pèse l'ensemble des pierres noires ?

2 2001, l'odyssée de l'espace (5 points)



En cette année 2001 où une station orbitale est en cours de réalisation, et en souvenir du célèbre film "2001, l'Oyssée de l'espace", Géo se lance dans la construction d'une structure cubique, semblable à celle qui est dessinée ci-contre : le même nombre de sphères sur chaque arête et une sphère centrale à l'intersection des grandes diagonales. Il a choisi cette structure car il a remarqué qu'il pouvait utiliser exactement 2001 sphères.
Combien y a -t-il de sphères sur chaque arête ?

3 La Sainte Irène (5 points)

Aujourd'hui, c'est la Sainte Irène et c'est aussi l'anniversaire d'Irène Dématte. Elle est née un 5 avril comme son mari Omar et leurs trois enfants. Ce matin, alors qu'Omar était sur le point d'emmener leur fille Aurore à l'école, Irène l'a une fois de plus épaté lorsqu'elle s'est écriée : "le produit de nos cinq âges est égal à cette année !" Omar est resté perplexe ... **Mais quels âges ont-ils donc tous les cinq ?**

4 Les comptes des deux mille et une nuits (10 points)

Depuis qu'il travaille chez Hérazade, un éleveur de moutons, Ali en est tout baba. Chaque nuit, en rêve, il compte ses moutons. La première nuit il rêve qu'il en a perdu un, mais la seconde il en récupère deux, pour en perdre trois la nuit suivante et en gagner quatre la quatrième nuit, et ainsi de suite. Et chaque matin, son rêve est réalisé. Son maître Hérazade, inquiet dans un premier temps, finit par se réjouir que son troupeau augmente. Mais après la deux mille unième nuit, il n'y a plus aucun mouton et Ali est immédiatement renvoyé !
Combien le troupeau comportait-il de têtes quand Ali a été embauché chez Hérazade ?

9 Le caprice de Marc (5 points)

M. et Mme Dubois, et leurs quatre enfants, Anne, Claire, Marc et Thomas partent en voyage. Dans l'avion, ils prennent les six places de la rangée centrale. Marc, le benjamin, ne veut pas être à un bout de la rangée ni à côté d'un de ses parents. Devant un tel caprice, M. et Mme Dubois s'installent de façon que Marc ne puisse pas s'asseoir.
De combien de façons peuvent se placer M et Mme Dubois ?

10 Curieuse Léa (5 points)

Léa Broutille voit sur le bureau du Prof Ila Ransor un bout de papier griffonné :
« $57\,100\,231 = 7820^2 - \blacksquare^2$ »
" Malgré la tache d'encre, ce document me permet de dire que 57 100 231 n'est pas seulement divisible par 1 et lui-même, mais aussi par deux autres entiers naturels premiers entre eux " dit Léa. **Lesquels ?**

11 Der Sammler (5 points)

Ein Sammler von Kleingeld hat eine gewisse Anzahl von 20 Pfennigstücken. Anstatt sie aufeinander zu stapeln, breitet er sie auf einem Blatt Papier aus.
Er legt ein Geldstück in die Mitte des Blattes, dann 6 andere im Kreis um das zentrale Geldstück herum. Er macht einen zweiten und dann einen dritten Kreis. Die Geldstücke liegen alle ganz dicht aneinander. Es bleiben dem Sammler 3 Geldstücke übrig.
Wieviel Geldstücke hatte er ? Wieviel andere würde er brauchen, um einen vierten Kreis zu bilden ?

El coleccionista (5 points)

Un coleccionista de monedas amarillas posee cierta cantidad de monedas de cien pesetas. En lugar de apilarlas, las extiende sobre una hoja de papel.
Coloca una en el centro de la hoja, luego seis más en corona alrededor de la moneda central. Hace una segunda y una tercera corona. Todas las monedas se tocan. Le sobran tres monedas.
¿ Cuántas monedas tenía ? ¿ Cuántas más necesitaría para formar una cuarta corona ?

The coin collector (5 points)

A coin collector has a number of ten-pence coins. Instead of piling them up, he spreads them on a sheet of paper.
He puts one in the middle, then six others around that first one. It looks like a crown. He then makes two other crowns around the first one. There is no space left between the coins. When he has finished, there are 3 coins left.
How many coins did he have ? How many more would he need to make a fourth crown ?

5 Le troc de Lily (5 points)

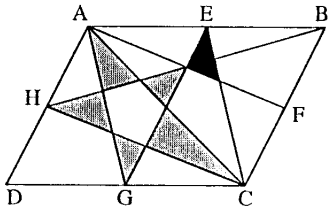
Mon amie Lily a été capturée par les Zbugs dès notre arrivée sur leur planète. Heureusement ils pratiquaient le troc. Je n' écris que les initiales de leurs objets mais ils voulaient bien échanger Lily contre 3B + 1A + 1C + 1F.
Les autres échanges pouvaient se pratiquer dans les deux sens ainsi :

échange 1 : D <—> 2B ; échange 2 : B <—> C + E ;
échange 3 : 3F <—> A + D ; échange 4 : B + C <—> 2F ;
échange 5 : G <—> B + A ; échange 6 : 2G <—> B + C + E .

Ecrire de gauche à droite les numéros des échanges qui m'ont permis d'obtenir de quoi sauver Lily en sept échanges maximum grâce aux 2D que par chance je possédais.

6 La planète des Jeux (10 points)

Des extraterrestres ayant espionné notre ville de Parthenay pendant son festival des jeux ont été conquis par son côté ludique. Toute leur planète a, depuis, été restructurée en districts spécialisés dans telle ou telle activité de jeu ; leur drapeau a été réorganisé : sur celui-ci, chaque district est représenté et a une aire proportionnelle au nombre de ses habitants joueurs. La région noire représente les amateurs de jeux mathématiques.



ABCD est un parallélogramme. E, F, G et H sont les milieux des côtés du parallélogramme.

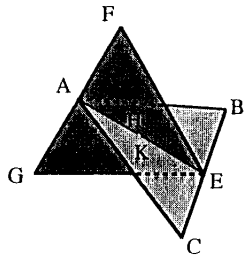
Combien sont-ils sachant que la planète compte 12 000 habitants ?

7 La pastèque (5 points)

Dans une pastèque de 1 kg, l'eau constitue 99 % de la masse. On la laisse quelque temps au soleil. Elle se déssèche et l'eau ne représente plus alors que 98 % de sa nouvelle masse. **Calculer cette dernière.**

8 Un tétraèdre (15 points)

Construire deux triangles équilatéraux ABC et EFG de même mesure. Tracer leurs deux demi-hauteurs : AH et EK. Faites une entaille de manière à les emboîter de telle sorte que les plans des triangles soient perpendiculaires. Les points B, C, F et G sont les sommets d'un tétraèdre. Celui-ci n'est pas régulier. Pourquoi ?
Dessinez un patron de ce tétraèdre. Comment choisir les triangles ABC et EFG pour que le tétraèdre soit régulier ?



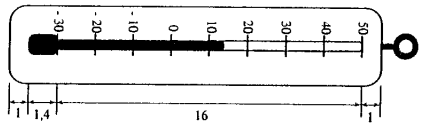
Dessin en perspective.

12 Fayçal Essiv en famille (10 points)

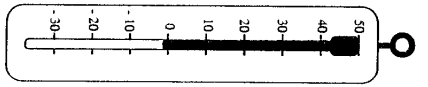
Fayçal Essiv partage une somme d'argent entre ses trois enfants Ali, Baba, Orom.
À Ali, il donne les 3/7 de la somme, à Baba il donne un certain nombre de cinquièmes de la somme et à Orom le reste, soit 60 F.
Quelle est la somme donnée par Fayçal Essiv ?
(Les trois parts sont des nombres entiers)

13 Chaud et froid (10 points)

Un bricoleur farceur a inversé le tube de verre sur la planchette de son thermomètre. (voir dessins 1 et 2)
Évidemment, la température indiquée n'est pas, en général, la bonne.
Pourtant, un jour, l'indication donnée fut exacte.
Pour quelle température ?



Dessin 1 : thermomètre avant transformation

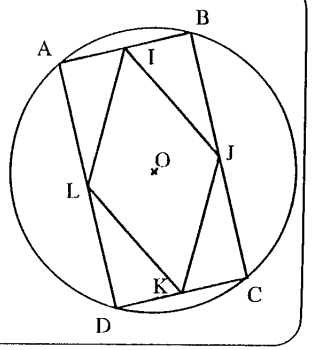


Dessin 2 : thermomètre après transformation

Supplément pour la classe de Seconde

14 Ludomaniaques à tout âge... (10 points)

A la dernière foire-exposition de casse-tête mathématiques, les 100 jeunes visiteurs ont dépensé 2000 francs. Chaque lycéen a dépensé 100 francs, chaque collégien 20 francs, et chaque élève de l'école primaire 5 francs.
Donner toutes les répartitions possibles lycéens, collégiens, écoliers.

15 Nicolas le jardinier (15 points)

Nicolas veut réaliser un parterre fleuri circulaire de 10 m de rayon, comme le montre la figure ci-contre. Dans ce parterre, il compte inscrire une plate-bande rectangulaire ABCD puis tracer ensuite une parcelle représentée par le quadrilatère IJKL (les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].
Quelle doit être la largeur AB du rectangle pour que cette parcelle ait une aire de 50 m^2 ?
Construire le plan du jardin correspondant, à l'échelle 1/100.