Association
des Professeurs
de Mathématiques
de l' Enseignement
Public

79 86 17 16

Régionale de
Poitou-Charentes

APMEP

Mars 2001 n° 44

COROL' AIRE
IREM, Fac. des Sciences,
40 Avenue du Recteur Pineau,
86022 POITIERS CEDEX

ROUTAGE 206 DISPENSE DU TIMBRAGE POITIERS CENTRE DE TRI

Edito

Math au lycée : de bonnes idées, mais ...

La réforme du lycée se traduit par la mise en place d'une part de structures nouvelles (aide individualisée en Seconde, TPE en Première cette année et en terminale l'année prochaine), d'autre part de nouveaux programmes, notamment en mathématiques (en Seconde cette année, en Première à la rentrée 2001, en Terminale à la rentrée 2002). Mais elle se traduit aussi, en ce qui nous concerne, par une réduction générale des horaires.

L'aide individualisée peut permettre à des élèves en difficulté passagère de se remettre à flot, sans faire appel aux coûteux cours particuliers. Mais elle s'avère insuffisante pour les élèves en grande difficulté, en tout cas demanderait une évaluation fine pour être plus efficace.

Les Travaux Personnels Encadrés veulent promouvoir l'interdisciplinarité, le travail d'équipe, la recherche personnelle, l'autonomie : autant de valeurs que l'APMEP défend depuis toujours. Mais les pesanteurs de l'emploi du temps et des services, le manque de locaux ou de moyens documentaires freinent bien souvent les initiatives. Quant aux sujets choisis, ils cantonnent souvent les mathématiques à un rôle accessoire.

Les nouveaux contenus des programmes proposent des ouvertures sur des domaines nouveaux des mathématiques : initiation aux statistiques inférentielles dès la Seconde, tableur en Première L, matrices en Première ES (option), graphes en Terminale ES (spécialité). Ces programmes sont souvent intéressants et ambitieux. Mais pourquoi faut-il qu'ils s'accompagnent d'une diminution d'horaires qui les rend infaisables dans pratiquement toutes les sections ?

Suite page 3

APMEP : http://irem.univ-poitiers.fr/apmep
Téléphone : 05 49 45 38 77 (IREM de Poitiers)

Le numéro : 6 F.
Abonnement 1 an (4 numéros) : 20 F.
ISSN : 1145 - 0266

Directeur .... Jackie CITRON
Comité de rédaction Colette BLOCH, Serge PARPAY, Jean FROMENTIN.
Imprimerie .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
Editeur .... APMEP Régionale de Poitiers
Siège social .... IREM, Faculté des Sciences 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 POITIERS - CEDEX
C.P.P.A.P. .... n° 73 802
Dépôt légal .... Mars 2001

SOMMAIRE

Compte rendu du Comité de la Régionale du 31 janvier 2001

Après avoir excusé les absents, notre président, Jackie Citron présente ses vœux à tous. Il transmet les vœux avignonnais de Jean-Pierre Sicre puis lit le mot de remerciements de Madame Bloch.

L'exposition "math dans la nature"

L.M. Bonneval signale que l'expo "math dans la nature" est disponible à l'Espace Mendès-France à Poitiers. Cette exposition peut circuler dans les établissements, mais elle concerne plutôt les lycéens. Un document d'accompagnement existe pour 9 panneaux. Une petite équipe doit rédiger un document pour les trois derniers panneaux :

- Virus et nœuds marins
- Imagerie médicale et mathématiques
- Tigre rayé, léopard tacheté.

L'Espace Mendès-France dispose d'une deuxième exposition " Mathématiques au quotidien ".

Les conférences et ateliers

La conférence de B. Germain-Bonne, " Calcul formel et enseignement des maths " est programmée en septembre 2001. Celle de B. Guennebaud " Tests statistiques " est prévue en décembre 2001, lors de l'assemblée générale de la Régionale.

Valérie Larose, pour un atelier " Pliages ", et Jean Fromentin et Nicole Toussaint, pour un atelier " Jeux ", vont être sollicités.

Le Rallye

Yvonne Noël précise que les épreuves d'entraînement du Rallye ont été envoyées dans les établissements et que les inscriptions étaient à faire avant le 7 février. Le 14 février, l'équipe met au point l'épreuve finale.

La question " Faut-il trouver des commanditaires en vue d'offrir des récompenses ? " est de nouveau posée. Un débat s'engage d'où il ressort que cette épreuve reste gratuite et qu'il ne sera pas distribué de lot individuel, mais des livres pour la classe.

Chantal Gobin signale que l'APMEP de Poitiers possède des expositions sur les jeux. Il serait intéressant qu'une commission se constitue pour s'occuper de ce matériel et de sa gestion. Ce principe est accepté. Toute personne intéressée pour participer à cette commission est priée de se faire connaître auprès de Jean Fromentin.

Lycées, collèges

Cyrille Guiberteau a envoyé un e-mail contenant des documents sur le sujet de brevet proposé par l'équipe de Niort aux établissements de L'Académie. Elle demandait aussi les coordonnées d'un correspondant par établissement afin que l'APMEP puisse envoyer à chacun des informations. À ce jour, peu de réponses lui sont parvenues.

Les Olympiades Régionales de mathématiques auront lieu le 9 mai 2001. Elles concernent les élèves de 1ère S. Les lycées ont reçu une affiche avec les modalités de cette épreuve. Messieurs Tarfaoui, Sarlat et Berton s'occupent de ces Olympiades.

Une question se pose : " Quelle est l'attitude de l'APMEP devant ces Olympiades ? "

Les programmes de Terminale S et les commentaires des programmes de 1ère S sont disponibles sur le site du GEPS (ancien GTD). Les programmes de Terminale ES devraient aussi y figurer.

Après discussion, il ressort que le programme de Terminale S est cohérent mais infaisable en 5h 30. D'après le GEPS, " Il faut faire des choix et tout ne doit pas être traité à un haut niveau ". Ces programmes sont en consultation. Des remontées sont attendues.

Concernant les TPE, il y a des problèmes d'organisation et les mathématiques ont du mal à trouver leur place.

Jacques Germain regrette le nombre insuffisant de réponses (seulement une dizaine au niveau national) concernant l'enquête sur " les structures d'aide pour les élèves en difficultés dans les Collèges ".

Corol'aire

L'équipe de rédaction lance un appel pour des articles concernant le collège, le lycée, ...

Corol'aire va être envoyé aux nouveaux adhérents PLC2. Il sera aussi diffusé sur le site de la Régionale Poitou-Charentes.

Questions diverses

Samuel Dussubieux signale que bientôt on pourra avoir les statistiques de visite du site de l'APMEP.

Les convocations aux réunions du Comité de la Régionale seront envoyées par e-mail aux membres ayant une adresse électronique et par la poste pour les autres.

Chantal Gobin

Journées Nationales de l'APMEP

MATHÉMATIQUES au carrefour de l'Europe

LILLE 29 - 30 - 31 octobre 2001

Les serveurs de l'IREM et de l'APMEP font peau neuve !

Bravo et merci à Samuel Dussubieux qui ne ménage pas ses efforts et son temps pour améliorer les services internet de l'IREM de Poitiers et de la Régionale APMEP.

Voici les adresses :

http://irem.univ-poitiers.fr/irem

http://irem.univ-poitiers.fr/apmep

Exposition

les mathématiques dans le quotidien

Espace Mendès-France à Poitiers,
du 9 avril au 24 juin 2001
(entrée libre).

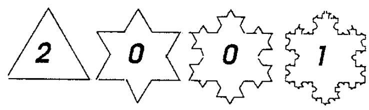
Suite de l'édito de la page 1

Redisons avec force que l'apprentissage réfléchi des mathématiques demande beaucoup de temps de maturation, et que la diminution des horaires de la Sixième à la Terminale va à l'encontre du renouveau que nous souhaitons. Par ailleurs ces contenus nouveaux exigent une formation des enseignants qui dépasse les stages d'une ou deux journées.
À l'heure où la commission Kahane réfléchit aux objectifs de long terme de l'enseignement mathématique, et la commission ex-Attali à une évolution de l'épreuve du baccalauréat, il serait regrettable que des innovations a priori intéressantes soient si mal engagées qu'elles risquent de produire davantage de déceptions que de progrès.
Pour terminer par une note encourageante, il faut signaler et féliciter les PLC2 de notre Régionale qui ont adhéré à notreAssociation. Ils sont pour l'instant au nombre de 23. Bravo, les jeunes. L'APMEP comme les autres associations ne peut vivre et se faire entendre qu'avec l'énergie de tous ses adhérents et en particulier des nouveaux. À nous, les plus anciens, de leur montrer que leur choix était bon et leur fidélisation sera naturelle.

Louis-Marie Bonneval et Jackie Citron

Rallye Mathématique Poitou-Charentes

5 avril



L'édition 2001 aura lieu comme prévu le 5 avril. La participation est sensiblement équivalente à l'édition 2000. Nous avions l'an dernier 33 Secondes dans 14 lycées et 35 Troisièmes dans 14 collèges. Cette année, nous avons 40 Secondes dans 15 lycées et 41 Troisièmes dans 15 collèges. Nous retrouvons bien sûr les habitués, mais nous accueillons aussi de nouveaux établissements en particulier des collèges. Ce sont tout de même près de 2300 élèves qui vont participer à ce Rallye.
Nous devons signaler l'oubli de la feuille annexe correspondant au problème n° 8 «Un peu plié», quand nous avons envoyé l'épreuve d'entraînement en même temps que l'annonce du Rallye. Nous le regrettons d'autant plus que c'était un problème relativement simple qui donnait l'occasion d'une manipulation. Nous vous prions de nous en excuser
Comme les années précédentes, les lecteurs de Corol'aire auront l'épreuve et le palmarès dans le numéro de juin, et les solutions aux problèmes dans celui de septembre. Vous pourrez aussi consulter l'épreuve après le 5 avril, sur le site de la Régionale APMEP de Poitou-Charentes dont nous vous donnons par ailleurs la nouvelle adresse.
L'équipe du Rallye a décidé de mettre sur le site de notre Régionale quelques «Morceaux choisis» des dossiers-classes des derniers Rallyes (97, 98 et 2000). Nous avons choisi des solutions particulièrement claires ou originales, humoristiques ou de grande qualité au niveau des dessins. Ces extraits pourront donner pour les années à venir des idées aux classes participantes. Nous alimenterons cette partie au fur et à mesure des nouvelles éditions du Rallye. Nous tenons à remercier ici Samuel Dussubieux à qui revient la lourde charge d'installer ces documents sur le site. Mais il le fait si bien !

Une épreuve expérimentale de BREVET

Rassurez-vous, il n'est pas encore question, au niveau de l'Institution, de modifier l'épreuve du Brevet. Cette épreuve expérimentale dont il est question ici est le fruit d'un travail du groupe «Liaison Collèges-Lycées en mathématiques du bassin Sud Deux-Sèvres».
Ce groupe de 26 volontaires et bénévoles regroupe la plupart des collèges et lycées de Niort et de quelques communes voisines (5 lycées et 8 collèges) et se retrouve en moyenne deux fois par trimestre pour travailler sur des thèmes décidés d'un commun accord. Un thème dans lequel le groupe s'est particulièrement investi depuis trois ans est le Brevet des collèges.
L'an dernier, ce groupe vous a proposé, avec le concours de notre Régionale APMEP, de tester dans les classes de Troisième un projet d'épreuve en trois parties, chacune des parties correspondant à celles du programme : numérique, géométrique et gestion de donnée, les niveaux de difficultés étant répartis dans chaque partie.
Vous avez été nombreux à répondre à l'enquête qui accompagnait cet envoi et, dans ce nouveau projet que vous allez recevoir début mai, le groupe a tenu compte de vos remarques (longueur de l'épreuve, difficultés et couverture du programme). Un questionnaire concernant cette épreuve sera joint à l'envoi. Soyez nombreux à tester ce sujet et à répondre à ce questionnaire. Les conclusions de cette expérimentation seront publiées dans Corol'aire et envoyées aux responsables institutionnels.

J.F.

Exposition et conférence à Bressuire.

Les professeurs de mathématiques de Bressuire emmenés par Alain Giret ont organisé au lycée Maurice Genevoix une exposition sur la géométrie : «Autour de Pythagore» et «Jeux d'hier... aujourd'hui» (puzzles) dans le cadre de la journée Portes ouvertes du lycée, en collaboration avec le CDDP des Deux-Sèvres et son antenne bressuiraise et avec l'appui efficace du proviseur et du proviseur adjoint du lycée.
D'autre part, ils ont invité, le mercredi 14 mars, André Deledicq, que nous connaissons bien par les nombreuses conférences qu'il est venu faire dans notre Académie.
Sur le sujet : «Que sont les nombres ?» André Deledicq a parcouru l'Histoire, citant entre autre Eudoxe, Pythagore, Euclide, Archimède, Galilée, Cardan, puis plus tard, Carnot, Weierstrass, Cauchy, s'attardant plus particulièrement sur les difficultés rencontrées par les mathématiciens dans la conception des nombres.
André Deledicq s'est arrêté alors sur les recherches de Dedekind qui ont abouti à une définition des nombres. Des textes de Dedekind ont été distribués et commentés. La trentaine de professeurs présents ont apprécié vivement la conférence de notre collègue que nous remercions une fois de plus de sa venue à Bressuire.

S. P.

Michel BLOCH, un ami de la Régionale A.P.M.E.P.

M. Michel Bloch, mari de Mme Colette Bloch est décédé début janvier

Il n'était pas professeur de mathématiques, mais il était de nos amis.

Fils de Jean-Richard Bloch, il a côtoyé avant la guerre des personnages prestigieux des lettres et de la politique. Professeur d'Histoire et de Géographie au moment de la guerre à l'ENPde Thiers, il y rencontra Colette Sellier, qui sera plus tard Mme Bloch. Révoqué par le gouvernement de Vichy en septembre 1940, il eut dès le début de la Résistance des activités clandestines. Arrêté à Thiers, il fut emprisonné à Riom puis à Nontron de juin 41 à juin 44. Libéré par un maquis FTP aussitôt engagé dans les FTP, il continua son combat contre les Allemands, participant à la libération de Limoges. Il fut, juste après la guerre, appelé au cabinet de François Billoux, ministre de la Santé. De retour dans l'enseignement en 47, il demanda son changement pour Poitiers, où il fut nommé au Collège moderne et technique, place de la Cathédrale. Il retrouvait ainsi à Poitiers la maison de ses parents «La Mérigote». Michel Bloch et Colette Sellier s'étaient mariés en 1945.

Toute la famille de Michel Bloch eut cruellement à souffrir de la barbarie nazie, emprisonnement, déportation et assassinat. Mme Colette Bloch de son côté n'a pas été épargnée, et beaucoup de leurs amis respectifs également qui participèrent à la Résistance.

Rencontrer Michel Bloch à La Mérigote, c'était entrer dans une sphère de culture, d'histoire et de témoignage d'événements marquants. Alliant modestie et très grande gentillesse, impressionnant d'érudition, plein d'humour il passionnait ceux qui avaient la chance de passer un moment avec lui.

Colette et Michel Bloch ont participé à la vie de notre Régionale APMEP et de l'IREM. Au moment de la préparation des Journées Nationales qui se sont déroulées à Poitiers, ils ont hébergé quelques-uns d'entre nous. De même, ils ont accueilli plusieurs fois des réunions amicales des animateurs de l'IREM. Colette Bloch a toujours été une militante très active - elle assure, entre autres, la relecture des épreuves de Corol'aire. Michel Bloch faisait donc un peu partie de l'APMEP

Il y a eu énormément de monde à ses obsèques, témoignage d'amis et de nombreux anciens élèves, et Mme Bloch a reçu de très nombreuses lettres de sympathie. Nous nous devions de nous associer à tous ces hommages. Que Colette Bloch soit assurée de notre sympathie et de notre fidèle amitié.

La Régionale de Poitiers

Tribune libre *(Le texte suivant n'engage pas Corollaire)*

Le coin « humeurs » :

L'autre jour je relisais «Les dix commandements du professeur» :

1. Soyez intéressés par votre sujet.
2. Possédez votre sujet.
3. Soyez instruits des voies de la connaissance : le meilleur moyen pour apprendre quelque chose est de le découvrir soi-même.
4. Essayez de lire sur la figure de vos étudiants, essayez de deviner leurs espérances et leurs difficultés, mettez-vous à leur place.
5. Ne leur donnez pas uniquement du savoir, mais du «savoir-faire», des attitudes intellectuelles, l'habitude d'un travail méthodique.
6. Apprenez-leur à conjecturer.
7. Apprenez-leur à donner des preuves.
8. Dans le problème que vous êtes en train de traiter, distinguez ce qui peut servir à résoudre, plus tard, d'autres problèmes — essayez de révéler le modèle général qui gît au cœur de la situation concrète que vous affrontez.
9. Ne révélez pas tout de suite la totalité de votre secret - laissez vos étudiants faire des suppositions, avant que vous n'ayez tout dit — laissez-les découvrir eux-mêmes autant qu'il est possible.
10. Suggérez, n'inculquez pas de force.

Georges Polya - La découverte des mathématiques (Dunod 1987).

Prions le Ciel pour que les Responsables (ceux qui vous gouvernent, ceux qui vous donnent les «moyens»...) prennent enfin conscience que pour respecter ces commandements raisonnables il faudrait vraiment faire mieux et plus qu'en ce moment, du moins si j'en crois mes collègues «sur le terrain» - qui, très souvent, se désolent de la situation actuelle. Je n'ai aucune raison de douter d'eux. Par contre quand je lis ou entends certains effets d'annonce relevant plus de la publicité vantarde (ou «ventarde» ?) que de la réalité, je me dis que ça cloche quelque part.

À moins que l'on ne se fiche des mathématiques et/ou que l'on veuille aller dans le sens du vent : il y a des choses tellement plus amusantes et/ou moins fatigantes ! Mondi@lisez, internètez, st@rt-upez, roulez Jeunesse ! Ça paye plus ! Soyez «in» !

À moins que, à la retraite depuis x années, je ne sois «out». Oui c'est sans doute ça.

Léa Broutille.

RU - BRI - COLLAGES

Merci aux collègues d'alimenter cette rubrique. Nous nous ferons un plaisir de publier vos énoncés de problèmes, vos solutions, vos notes de lectures, vos interrogations, vos expériences pédagogiques, vos billets d'humeur, ... Cette rubrique est à vous.

Les collègues peuvent transmettre, **en plus de la copie papier**, leur texte sur disquette (en précisant le traitement de texte utilisé). Cela évitera de retaper ces textes, donc de faire des erreurs de transcription, et économisera beaucoup de temps. Merci !

S. P.

☞ Des solutions

Exercice : Pour tout entier naturel non nul on pose $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n}$.
Quel que soit l'entier n supérieur ou égal à 2, u_n n'est pas un nombre entier.

Cet énoncé a été proposé dans le Corol'aire n°41 avec deux solutions (dont une de Pierre Chevrier, Lycée Jean Macé de Niort). Alain Pichereau (Lycée Marguerite de Valois Angoulême) en a donné une troisième dans le précédent numéro. En voici une quatrième proposée par ***Jean-Christophe Laugier, Lycée Merleau-Ponty de Rochefort.***

Tout entier $k \in \{1, ..., n\}$ s'écrit sous la forme $2^{a_k} i_k$ (a_k et i_k entiers avec i_k impair). Posons $a = \max a_k$; il est clair que $a \geq 1$ puisque $n \geq 2$. Montrons que <u>a n'est atteint que pour une seule valeur de k</u>.

En effet, s'il existait k et k' tels que $1 \leq k < k' \leq n$ et $a_k = a_{k'} = a$, alors de $k = 2^a i_k$ et $k' = 2^a i_{k'}$, on tirerait $\frac{k - k'}{2} = 2^a \frac{i_k + i_{k'}}{2}$ et puisque $k < \frac{k + k'}{2} < k'$, d'après la définition de a, il en résulterait que $\frac{i_k + i_{k'}}{2}$ est impair. Le raisonnement précédent peut être à nouveau appliqué à k et $\frac{k + k'}{2}$ à la place de k' et a pour conséquence qu'il existe une infinité d'entiers entre k et k' ce qui est absurde. On peut donc écrire à présent :

$$1 + \frac{1}{2} + \dots \frac{1}{n} = \frac{1}{2^{a_1} i_1} + \frac{1}{2^{a_2} i_2} + \dots + \frac{1}{2^{a_n} i_n} = \frac{p_1 + p_2 + \dots p_n}{2^a i_1 i_2 \dots i_n} \text{ en posant } p_k = 2^{a-a_k} \frac{i_1 i_2 \dots i_n}{i_k}$$

Les entiers $p_1, p_2, ..., p_n$ sont tous pairs sauf un exactement. Par suite $p_1 + p_2 + ... + p_n$ est impair. $2^a i_1 i_2 ... i_n$ étant pair, il en résulte que $1 + 1/2 + ... + 1/n$ n'est pas entier.

<u>Remarque</u> : En adaptant la démonstration précédente, on peut démontrer le résultat plus général suivant :

$1/p + 1/(p+1) + ... + 1/n$ n'est pas entier ($n > p \geq 1$).

Exercice proposé par Jacques DROUGLAZET (Surgères) dans Corol'aire n° 39 :

1- Trouver trois entiers relatifs x, y, z tels que : $x \text{ Arc tan} \frac{2}{3} + y \text{ Arc tan} \frac{2}{11} + z \text{ Arc tan} \frac{2}{29} = \pi$

2- Montrer qu'il est impossible de trouver trois entiers relatifs x, y, z tels que :

$$x \text{ Arc tan} \frac{1}{3} + y \text{ Arc tan} \frac{1}{4} + z \text{ Arc tan} \frac{1}{5} = \frac{\pi}{4}.$$

Notre collègue Alain Pichereau d'Angoulême, bien connu des lecteurs de Corol'aire, nous a envoyé une solution que vous trouverez pages 6 et 7. Nous n'avons pas le logiciel avec lequel il a écrit son texte. Nous ne pouvons donc pas modifier sa mise en page.

Exercice proposé dans Corol'aire n° 41
Démontrer que, pour tout ensemble{x, y, z) de trois nombres réels quelconques, on a :
$|x+y| + |y+z| + |z+x| \leq |x| + |y| + |z| + |x+y+z|$.

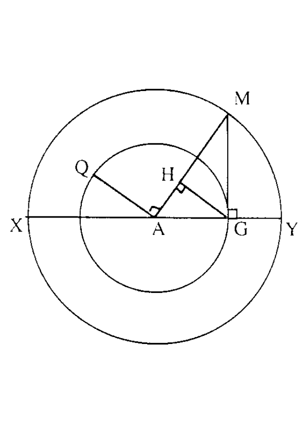
Notre collègue Assan Tarfaoui du collège Jean Moulin de Poitiers a résolu l'exercice ***en généralisant aux nombres complexes.*** *Vous trouverez sa solution pages 8 et 9, pour les mêmes raisons que la solution de l'exercice précédent.*

N.D.L.R. : Une solution avec x, y, z réels est évidemment plus simple : alors... au prochain numéro de Corol'aire ?

Une interprétation géométrique dans le plan complexe de l'exercice résolu par Assan Tarfaoui présente de l'intérêt. Nous invitons nos lecteurs à faire cette figure, en posant la question : est-il possible d'en trouver une solution géométrique ?

☞ Construction géométrique et moyennes.

Dans le n°3383 de la collection Que Sais-Je (Les moyennes) se trouve une construction géométrique intéressante, ne mettant en jeu pratiquement que le théorème de Pythagore.



Si l'on pose GX = x et GY = y, on a sur la figure :

MA = a, moyenne arithmétique de x et y, $a = \frac{(x + y)}{2}$

MG = g, moyenne géométrique de x et y, $g = \sqrt{xy}$

MH = h, moyenne harmonique de x et y, $\frac{2}{h} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

MQ = q, moyenne quadratique de x et y, $q = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$

Solution de l'exercice sur les arctangentes (apmep n°39)

Dans tout ce qui suit je noterai $A(x)$ =Arctan(x).

1) Trouver trois entiers relatifs x, y, z tels que $xA(\frac{2}{3}) + yA(\frac{2}{11}) + zA(\frac{2}{29}) = \pi$.

2) Montrer qu'il est impossible de trouver 3 entiers relatifs x, y, z tels que $xA(\frac{1}{3}) + yA(\frac{1}{4}) + zA(\frac{1}{5}) = \frac{\pi}{4}$.

Solution :

1) Un petit programme sur la TI 92 (trois boucles imbriquées) montre que $x = 6$, $y = -1$, $z = -3$ doivent convenir. Prouvons le.

Soit $X = \pi + A(\frac{2}{11}) + 3A(\frac{2}{29})$ et $Y = 6A(\frac{2}{3})$: la formule $\tan(3a) = \dfrac{3\tan a - \tan^3 a}{1 - 3\tan^2 a}$ permet d'obtenir successivement : $\tan(3A(\frac{2}{3})) = -\frac{46}{9}$, $\tan Y = \frac{828}{2035}$, $\tan(3A(\frac{2}{29})) = \frac{5038}{24041}$. On peut alors écrire

$$\tan X = \frac{\frac{2}{11} + \frac{5038}{24041}}{1 - \frac{2}{11} \times \frac{5038}{24041}} = \frac{2 \times 24041 + 11 \times 5038}{11 \times 24041 - 2 \times 5038} = \frac{828 \times 125}{2035 \times 125}$$ et donc $X - Y = 2k\pi$ avec k dans Z

(24041 et 5038 n'ont aucun diviseur commun : $24041 = 29 \times 829$ et $5038 = 2 \times 11 \times 229$).

Reste à prouver que $k = 0$: pour cela encadrons $X - Y = \pi - 6A(\frac{2}{3}) + A(\frac{2}{11}) + 3A(\frac{2}{29})$.

De $A(\frac{2}{29}) < A(\frac{2}{11}) < A(\frac{2}{3})$ on obtient $X - Y < \pi + A(\frac{2}{11}) - 6A(\frac{2}{11}) + 3A(\frac{2}{11}) < \pi$

et $A(\frac{2}{3}) < A(1) = \frac{\pi}{4}$ donne $X - Y > \pi - 6\frac{\pi}{4} + A(\frac{2}{11}) + 3A(\frac{2}{29}) = -\frac{\pi}{2} + A(\frac{2}{11}) + 3A(\frac{2}{29}) > -\pi$.

Finalement $-\pi < X - Y < \pi$ et donc $k = 0$, soit $X = Y$: on a bien $6A(\frac{2}{3}) - A(\frac{2}{11}) - 3A(\frac{2}{29}) = \pi$.

2) Compte tenu des égalités $3 + i = \sqrt{10}\,e^{iA(\frac{1}{3})}$, $4 + i = \sqrt{10}\,e^{iA(\frac{1}{4})}$, $5 + i = \sqrt{10}\,e^{iA(\frac{1}{5})}$, la relation $xA(\frac{1}{3}) + yA(\frac{1}{4}) + zA(\frac{1}{5}) = \frac{\pi}{4}$ avec x, y, z entiers relatifs entraine que $(3 + i)^x(4 + i)^y(5 + i)^z = \sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$.

On va montrer que cette égalité est impossible, cela grâce aux deux résultats suivants :

($R1$) : Si a, b, c sont 3 entiers naturels avec a 1er et ne divisant ni b, ni c, alors $\sqrt{abc} \notin Q$ (vrai si b et/ou $c = 1$)

preuve :

si $\sqrt{abc} = \frac{p}{q}$, avec p et q premiers entre eux, alors $abcq^2 = p^2$: donc a divise p (a est 1er) et $p = ak$, $bcq^2 = ak^2$. Mais a étant 1er et ne divisant ni b, ni c il ne peut que diviser q, ce qui est en contradiction avec p et q premiers entre eux.

($R2$) : si x, y, z sont dans Z alors $\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\sqrt{2} \notin Q$

preuve :

1er cas : $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

supposons que $\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\sqrt{2} \in Q$:

soit x, y, z sont pairs et $\sqrt{2}$ serait rationnel : exclu d'après ($R1$)

soit un seul des trois est impair et $\sqrt{5}$ ou $\sqrt{17}\sqrt{2}$ ou $\sqrt{13}$ serait rationnel : exclu d'après ($R1$)

soit un seul des trois est pair et $\sqrt{17}\sqrt{13}$ ou $\sqrt{10}\sqrt{13}$ ou $\sqrt{5}\sqrt{17}$ serait rationnel : exclu d'après ($R1$)

soit x, y, z sont impairs et $\sqrt{5}\sqrt{17}\sqrt{26}$ serait rationnel : exclu d'après ($R1$).

Donc si $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$ alors $\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\sqrt{2} \notin Q$

2ième cas : l'un, au moins des 3 nombres x, y, z est strictement négatif.

Ce cas se ramène au précédent car si $x < 0$ (par exemple) alors

$\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\sqrt{2} \notin Q \Leftrightarrow \sqrt{10}^{-x}\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\sqrt{2} \notin Q$ (puisque $\sqrt{10}^x = \dfrac{\sqrt{10}^{-x}}{\sqrt{10}^{-2x}}$ et $\sqrt{10}^{-2x}$ est entier).

Montrons maintenant que l'égalité $(3+i)^x(4+i)^y(5+i)^z = \sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$ est impossible : il y a 4 cas à envisager.

1er cas : $x \geq 0,\ y \geq 0,\ z \geq 0.$

La partie réelle de $(3+i)^x(4+i)^y(5+i)^z$ est un entier et donc $\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z\frac{\sqrt{2}}{2}$ doit être un entier ce qui est impossible d'après $(R2)$.

2ième cas : deux, seulement, des 3 nombres x, y, z sont positifs ou nuls.

Si $x \geq 0,\ y \geq 0,\ z < 0$ (par exemple) on utilise la relation $(3+i)^x(4+i)^y\sqrt{26}^{-z} = \sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(5+i)^{-z}$ et compte tenu que $(3+i)^x(4+i)^y$ et $(1+i)(5+i)^{-z}$ ont des parties réelles entières, $\dfrac{\sqrt{10}^x\sqrt{17}^y}{\sqrt{26}^{-z}}\sqrt{2}$ doit être un rationnel ce qui est encore impossible d'après $(R2)$.

3ième cas : un seul des trois nombres x, y, z est positif ou nul.

Puisque $(3+i)^{-x}(4+i)^{-y}(5+i)^{-z} = \sqrt{10}^{-x}\sqrt{17}^{-y}\sqrt{26}^{-z}(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2})$ et que parmi les trois nombres $-x, -y, -z$ deux sont strictement positifs et l'autre négatif ou nul on arrive encore à une impossibilité, cela par un raisonnement analogue soit à celui du 1er cas, soit à celui du 2ième cas.

4ième cas : $x < 0,\ y < 0,\ z < 0.$

L'égalité utilisée au 3ième cas entraîne cette fois que $\sqrt{10}^{-x}\sqrt{17}^{-y}\sqrt{26}^{-z}\frac{\sqrt{2}}{2}$ doit être entier, ce qui est impossible d'après $(R2)$.

Finalement l'égalité $(3+i)^x(4+i)^y(5+i)^z = \sqrt{10}^x\sqrt{17}^y\sqrt{26}^z(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$ (avec x, y, z dans Z) est impossible et donc il n'existe pas 3 entiers relatifs x, y, z tels que $xA(\frac{1}{3}) + yA(\frac{1}{4}) + zA(\frac{1}{5}) = \frac{\pi}{4}$.

Remarque 1

Bien entendu , sans passer par les nombres complexes, il est évident que l'égalité $xA(\frac{1}{3}) + yA(\frac{1}{4}) + zA(\frac{1}{5}) = \frac{\pi}{4}$ (avec x, y, z dans Z) ne peut avoir lieu pour $x < 0,\ y < 0,\ z < 0$, un négatif ne pouvant être égal à un positif.

On peut aussi, sans passer par les nombres complexes, montrer que cette égalité est impossible pour $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$: en effet dans ce cas $(x+y+z)A(\frac{1}{5}) \leq \frac{\pi}{4} \leq (x+y+z)A(\frac{1}{3})$ ce qui conduit à $2{,}44 < x+y+z < 3{,}98$ et nécessairement $x+y+z = 3$. A l'aide d'une machine à calculer on peut alors vérifier qu'aucun des 10 triplets possibles (x, y, z) ne vérifie (C).

Mais lorsque x, y, z ne sont pas tous de mêmes signes je n'ai pas trouvé de solution autre que celle ci-dessus avec les nombres complexes.

Remarque 2

Revenons à la première question : $xA(\frac{2}{3}) + yA(\frac{2}{11}) + zA(\frac{2}{29}) = \pi$ et x, y, z dans Z implique que $(3+2i)^x(11+2i)^y(29+2i)^z = -\sqrt{13}^x\sqrt{125}^y\sqrt{845}^z$ (car $e^{i\pi} = -1$).

Mais cette fois un raisonnement analogue à la deuxième question ne permettra pas d'exclure le cas x pair et ≥ 0, y et z impairs et <0 : en effet ce raisonnement conduirait à dire que $\sqrt{125}^{-y}\sqrt{845}^{-z}$ doit être rationnel donc $\sqrt{125}\sqrt{845}$ doit être aussi rationnel ....ce qui est vrai, puisque $\sqrt{125}\sqrt{845} = \sqrt{5^3}\sqrt{5 \times 13^2} = 325$ (le résultat $(R1)$ ne peut être appliqué à $\sqrt{125}\sqrt{845}$).

En fait on a effectivement $(3+2i)^6(11+2i)^{-1}(29+2i)^{-3} = -\sqrt{13}^6\sqrt{125}^{-1}\sqrt{845}^{-3} = \frac{-1}{125}$.

Une solution de l'exercice n°1 paru dans le Corol'aire n°41 :

Je dois démontrer l'inégalité suivante pour x, y, z trois complexes quelconques

$|x+y| + |x+z| + |y+z| \leq |x| + |y| + |z| + |x+y+z|$

Posons $S = |x| + |y| + |z|$ et $S' = |x+y+z|$, calculons $S^2 - S'^2$:

$S^2 - S'^2 = |x|^2 + |y|^2 + |z|^2 + 2|x|\,|y| + 2|x|\,|z| + 2|y|\,|z| - \left(|x|^2 + |x|^2 + |x|^2 + 2Re\,(x.\overline{y}) + 2Re\,(x.\overline{z}) + 2Re\,(y.\overline{z})\right) =$

$2\left(|x|\,|y| - Re\,(x\overline{y})\right) + 2\left(|x|\,|z| - Re\,(x\overline{z})\right) + 2\left(|y|\,|z| - Re\,(y\overline{z})\right)$

Posons $f(x, y) = |x| + |y| + |x+y|$ et $g(x, y) = |x| + |y| - |x+y|$, on a :

$f(x, y)g(x, y) = (|x| + |y|)^2 - |x+y|^2 = 2\left(|x|\,|y| - Re\,(x\overline{y})\right)$

d'où $S^2 - S'^2 = f(x, y)g(x, y) + f(x, z)g(x, z) + f(z, y)g(z, y)$ (1)

$f(x, y) = |x| + |y| + |x+y| = |x| + |y| + |x+y+z-z| \leq |x| + |y| + |x+y+z| + |z|$ (2), d'où : $f(x, y) \leq S + S'$

l'égalité (1) s'écrit donc $S^2 - S'^2 \leq (S+S')(g(x, y) + g(x, z) + g(y, z))$.

or $S + S' \neq 0$, d'où $S - S' \leq g(x, y) + g(x, z) + g(y, z)$.

ce qui donne $|x| + |y| + |z| - |x+y+z| \leq |x| + |y| - |x+y| + |x| + |z| - |x+z| + |z| + |y| - |z+y|$.

Soit $|x+y| + |x+z| + |z+y| \leq |x| + |y| + |z| + |x+y+z|$

Cas d'égalité :

On n'a égalité dans l'inégalité proposée que si on a égalité dans l'inégalité (2), c'est-à-dire :

$|x| + |y| + |x+y| = |x| + |y| + |x+y+z-z| \leq |x| + |y| + |x+y+z| + |z|$

Soit $|x+y| = |x+y+z| + |z|$. De même, on a $|z+y| = |x+y+z| + |x|$ et $|x+z| = |x+y+z| + |y|$

D'où le système suivant $\begin{cases} |x+y| = |x+y+z| + |z| & (3) \\ |y+z| = |x+y+z| + |x| & (4) \\ |x+z| = |x+y+z| + |y| & (5) \end{cases}$

L'égalité (3) équivaut à $|x+y+z| = |x+y| - |z|$, d'où en élevant au carré :

$(x+y+z)(\overline{x} + \overline{y} + \overline{z}) = (x+y)(\overline{x} + \overline{y}) + z\overline{z} - 2|x+y|\,|z|$. Donc : $Re\,(x+y)\,\overline{z} = -|x+y|\,|\overline{z}|$

Il en résulte : $(x+y)\overline{z}$ est un réel négatif.

On démontre de même que, $(x+z)\overline{y}$ et $(z+y)\overline{x}$ sont des réels négatifs.

Il existe donc, trois réels négatifs α, β, γ tels que $(x+y)\overline{z} = \alpha$, $(x+z)\overline{y} = \beta$, $(z+y)\overline{x} = \gamma$.

Envisageons trois cas :

1° cas : $xyz(x+y+z) \neq 0$.

En posant $x + y + z = u$, on a $u - z = \dfrac{\alpha}{\overline{z}} = \dfrac{\alpha}{|z|^2}z$

De même, on obtient $u - y = \dfrac{\alpha}{\overline{y}} = \dfrac{\beta}{|y|^2}y$ et $u - x = \dfrac{\alpha}{\overline{x}} = \dfrac{\gamma}{|x|^2}x$

Si M, M_1, M_2 et M_3 sont les images respectivement de u, x, y, z, les dernières relations s'écrivent donc :

$\overrightarrow{MM_3} = \dfrac{\alpha}{|z|^2}\overrightarrow{OM_3}$, $\overrightarrow{MM_2} = \dfrac{\beta}{|y|^2}\overrightarrow{OM_2}$ et $\overrightarrow{MM_1} = \dfrac{\gamma}{|x|^2}\overrightarrow{OM_1}$.

Donc les points M_1, M_2, M_3 appartiennent à la droite (MO).

2° cas : $x = 0$ ou $y = 0$ ou $z = 0$.

Si l'un des complexes x, y, z est nul, par exemple $z = 0$, on a donc $|x| = |x+y| + |y|$ et $|y| = |x+y| + |x|$, ce qui donne $x + y = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{0}$, donc M_3 est le milieu de $[M_1M_2]$.

3° cas : $x + y + z = 0$, ce qui revient à dire que le point O est l'isobarycentre des points M_1, M_2, M_3. On a bien l'égalité, mais pas forcément l'alignement avec l'origine, comme le montrent les exemples suivants : $x = 1, y = j, z = j^2$ ou $x = -3, y = 7, z = -4$ ou $x = 2 + i, y = 1 - i, z = -3$

Réciproquement, si M_1, M_2 et M_3 appartiennent à une même passant par O, nous devons considérer deux cas :

1° cas : si M_1, M_2 et M_3 appartiennent à une même demi-droite d'origine O, nous devons considérer deux cas :

1) Si $M_1 = M_2 = M_3 = O$ alors $x = y = z = 0$ et l'égalité est bien vérifiée.

2) Si l'un des points M_1, M_2 ou M_3 est distinct de O, par exemple M_1, on peut trouver deux réels positifs α' et β' tels que $y = \alpha' x$ et $z = \beta' x$.

Il s'ensuit que

$|x+y| + |x+z| + |y+z| = 1 + \alpha' + 1 + \beta' + \alpha' + \beta' = 2 + 2\alpha' + 2\beta'$

$|x| + |y| + |z| + |x+y+z| = \alpha' + \beta' + 1 + 1 + \beta' + \alpha' = 2 + 2\alpha' + 2\beta'$

On a bien l'égalité demandée .

2° cas : Si l'un des points M_1, M_2, M_3 est situé sur la demi-droite $(MO]$, par exemple M_3 et les autres sont sur l'autre demi-droite d'origine O.

Il existe donc un réel strictement positif a tel que $y = ax$. Or les points M et M_1 sont situés de part et

d'autre de O, donc on a $x + y + z = bx$ avec $b < 0$. D'où $z = (b - 1 - a)x$. Donc :
$|x + y| + |x + z| + |z + y| = (1 + a)\,|x| + (a - b)\,|x| + (1 - b)\,|x| = (1 + 2a - 2b)\,|x|$
$|x + y + z| + |z| + |x| + |y| = -b\,|x| + (1 + a - b)\,|x| + a\,|x| = (1 + 2a - 2b)\,|x|$. On a bien l'égalité, de plus on a :
$|z| = |a + 1 - b|\,|x| > (1 + a)\,|x| = |x| + |y|$. De plus, le point isolé a un module plus grand que la somme des modules des autres points.

$\underline{3^{\circ}}$ cas : Si O est l'isobarycentre des points M_1, M_2, M_3, c'est-à-dire $x + y + z = 0$.On a bien l'égalité demandée.
OUF!!!

Salon des Jeux Mathématiques et Coupe Euromath 2001.

Ce salon des Jeux mathématiques s'était tenu place Saint-Sulpice à Paris du 26 au 28 mai 2000. Les stands installés autour de la place réunissaient entre autres des éditeurs spécialisés dans les publications mathématiques (récréations et curiosités mathématiques, histoire et culture mathématiques), des concepteurs et fabricants de jeux et casse-tête (jeux de société, puzzles...), des artistes, des associations dont les activités rejoignent les mathématiques (concours mathématiques, patchworks et polyèdres, canevas et figures géométriques, origami, astronomie...). En parallèle à ce salon, dans la salle des fêtes de la Mairie duVIème, place Saint-Sulpice, se déroulait un vrai spectacle mathématique avec en particulier la participation de Denis Guedj, et le concours Euromath auquel notre Régionale participait.
Ce salon est reconduit en 2001 et aura lieu au même endroit, place Saint-Sulpice, le week-end de la Pentecôte (du 1 au 4 juin).
Voici le texte adressé par Michel Criton, Président de la FFJM (Fédération Française des Jeux Mathématiques) à toutes les régions :
" 2001, c'est reparti ! Les Jeux Mathématiques 2001 se dérouleront à Paris du vendredi 1er juin au lundi 4 juin. Ils comprendront un salon de la culture mathématique, un mini-Kangourou, la finale du Logic'Flip, le concours Euromath 2001, et bien d'autres animations. Réservez votre week-end dès aujourd'hui !
Lors de la première édition d'Euromath, quatorze équipes de régions d'Europe étaient présentes (Ile-de-France, Italie : 2 équipes, Languedoc-Roussillon, Léman-Suisse, Limousin, Luxembourg, Midi-Pyrénées, Normandie, Pays de Loire, Poitou-Charentes, Provence-Côte d'Azur, Rhône-Alpes, Wallonie-Belgique).
Nous en attendons le double (au moins !) cette année.
Rappelons tout d'abord ce qu'est Euromath. Il s'agit d'une compétition mathématique d'un genre totalement nouveau, unique au monde. Une partie des épreuves se déroule individuellement, une partie en équipe (chaque équipe comprenant un écolier, deux collégiens, un lycéen, un étudiant, un adulte et un capitaine non-joueur). Enfin et surtout, la finale de cette compétition est un spectacle. Mais entendons-nous bien, il s'agit d'un véritable spectacle qui se joue sur une scène devant un public. Les épreuves de la finale, qui sont retransmises sur grand écran afin que le public puisse jouer en même temps que les concurrents, alternent avec des intermèdes de magie, de musique et de chanson, de théâtre, etc "

Notre Régionale se propose de participer à nouveau à cette compétition Euromath. Il faut donc que nous constituions une équipe. Nous faisons donc appel à tous pour nous signaler parmi vos élèves (écoliers [CM], collégiens, lycéens) des candidats potentiels. Il nous faut aussi un étudiant et un adulte et, dans cette catégorie, les volontaires se font prier. L'adulte peut être professeur de mathématiques. Nous lançons donc un appel à toutes les bonnes volontés pour que notre Régionale puisse être représentée. Contacter Yvonne NOËL (05 49 24 40 02) qui sera capitaine de l'équipe, ou Dominique SOUDER :
<dominique.souder@laposte.net>. Les épreuves commenceront le vendredi après-midi seulement. Si l'adulte qui est dans l'équipe est un professeur, il peut demander à Marie-José Pestel <mariejose.pestel@libertysurf.fr> de lui fournir une autorisation d'absence du Ministère pour les vendredi et samedi : signaler nom, prénom, grade et établissement d'exercice.

Jean Fromentin

Le Kangourou en Poitou - Charentes

Comme l'an dernier, le concours Kangourou a dû être retardé d'un jour pour cause de grève dans les établissements scolaires. Il a donc eu lieu le 23 mars dernier Ce sont plus de 8000 élèves (écoliers, collégiens et lycéens) qui ont participé dans notreAcadémie sur près de 480 000 au niveau national. Plus précisément, ce sont 18 lycées avec 1224 candidats, 79 collèges avec 6426 candidats et 12 écoles avec 389 candidats qui ont concouru dans nos quatre départements. Signalons que les lycées de Charente - Maritime se sont distingués avec un nombre de participants supérieur à la moyenne départementale. En revanche, avec la disparition du Challenge Mathématique (CM2 - 6ème), on pouvait penser que les écoles participeraient davantage. Aucune école ne s'est inscrite dans les Deux-Sèvres. Signalons aussi que, cette année, l'épreuve était ramenée à 50 minutes pour occasionner le moins de dérangement possible dans l'organisation. Une seule séquence de cours suffisait, avec cependant la nécessité de «mordre» sur la récréation en début ou en fin de séquence, pour avoir le temps d'expliquer l'utilisation de la feuille - réponse.
Nous serons en mesure, dans le prochain Corol'aire, de signaler les élèves qui auraient un rang très honorable au niveau national.

J. F.

À ceux qui se posent encore la question... Pourquoi ADHÉRER À L'A.P.M.E.P. ?

l'A.P.M.E.P. c'est...

DES STRUCTURES EFFICACES sur la base du ***bénévolat intégral*** un Comité et un ***Bureau National*** des **COMMISSIONS NATIONALES** organisées par niveaux ou par thèmes, **ouvertes à tous**, lieux d'*informations et d'échanges*.

LES JOURNÉES NATIONALES, temps fort de l'APMEP, sur 3 à 4 jours, déplaçant près de 1000 enseignants de mathématiques, organisées, en liaison avec le Bureau National, par une Régionale différente chaque année sur un thème déterminé avec des *conférenciers renommés*, des *débats*, de multiples *ateliers*, des *expositions*...

un ***secrétariat permanent*** et un « ***local*** » au 26, rue Duméril - 75013 PARIS
e-mail : **apmep@apmep.asso.fr**

6 numéros du **B**ulletin à **G**rande **V**itesse *véritable journal d'information* pour cerner rapidement l'actualité mathématique et associative.

Un **SÉMINAIRE** annuel.

CLasMath classeur de documents *informatisé* pour le lycée.

LES BROCHURES APMEP pour couvrir les besoins spécifiques par niveau d'enseignement, par secteur.

MATHÉMATIQUES AU COLLÈGE *base d'exercices sur disquette* réalisée en collaboration avec le CNDP

EVAPM *observatoire* d'**EVA**l*uation* par l'**APM**EP de l'impact des programmes de mathématiques au Collège et aux Lycées.

EVAPMIB, *base informatisée* de questions d'évaluation, constamment remise à jour, *mémoire* des études **EVAPM** regroupées avec d'autres études nationales et internationales.

PUBLIMATH, banque bibliographique de données sur **INTERNET** développée conjointement par l'APMEP et l'ADIREM (**A**ssemblée des **D**irecteurs d'**IREM** - **I**nstituts de **R**echerche sur l'**E**nseignement des **M**athématiques)

Un **SERVEUR WEB** accessible par **INTERNET** à l'adresse **http : //www.apmep.asso.fr**

Des **UNIVERSITÉS D'ÉTÉ** organisées par l'APMEP...

26 RÉGIONALES, *organes de liaison* avec les autorités pédagogiques et administratives de la Région, très souvent impliquées au niveau des IREM ou des IUFM *relais essentiel* entre le National et les adhérents avec souvent leurs propres bulletins et publications.

des **GROUPES DE TRAVAIL** créés selon les besoins ou sur projets comme :
Prospective-Bac
Problématiques Lycée
Mots, Jeux, Histoire des maths
Réflexion sur les programmes de Collège...

6 numéros du **BULLETIN VERT** véritable lieu d'échanges, permettant d'avoir accès à :
- des **articles de fond** pour continuer à se former
- des **documents « clés en main »** de l'école au lycée
- des **problèmes** pour entretenir son esprit de recherche
- une **documentation riche** sur des publications récentes...

VOILA POURQUOI L'A.P.M.E.P. A BESOIN DE VOUS... POUR RENFORCER SON ACTION, VOTRE ACTION !