SUR QUELQUES DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX PERMETTANT LA MESURE DE LA HAUTEUR D'UN BÂTIMENT À L'AIDE D'UN BAROMÈTRE ANÉROÏDE

par Tadeusz-Gougo Ryba (*)

A la fin du second semestre de l'année 1997 les élèves de première année de l'École d'ingénieurs de Niezartuj (district de Niemozliwe, voïvodie de Cracovie) ont eu à réaliser par binômes, dans le cadre de l'évaluation de leur année, le travail de recherche appliquée suivant, déterminé par le collège des professeurs : *"Imaginer, décrire, mettre en œuvre et évaluer un dispositif expérimental comportant un baromètre et permettant de déterminer, à 0,1 m près, la hauteur de la tour de télécommunications située à la périphérie de la ville (antenne non comprise)".*

Parmi les procédés divers mis en œuvre par les étudiants, j'ai retenu les cinq qui suivent, pensant que les démarches cognitives mises en jeu, ainsi que la description des avantages et des inconvénients de chacune des méthodes, pourraient être de quelque intérêt pour des enseignants scientifiques.

Dispositif 1 : La plupart des binômes ont utilisé la méthode classique, basée sur la formule du nivellement barométrique établie en 1686 par l'astronome anglais Edmund Halley (1656-1742). Cette formule, adaptée au système métrique, stipule que $z_2 - z_1 = - 18400 \log (p_2 / p_1)$, où z_1 et z_2 sont les altitudes des deux points considérés (exprimées en mètres), et p_1 et p_2 les pressions barométriques respectives relevées en ces points.

La méthode a donc consisté à :

1° lire la pression barométrique au pied de la tour

2° lire la pression barométrique au sommet de la tour

3° appliquer la formule de Halley.

Voici, à titre d'exemple, les mesures effectuées par l'un des binômes ayant utilisé cette méthode : $p_1 = 763$ mm de mercure, $p_2 = 758,5$ mm de mercure, d'où la hauteur de la tour : $H = -18400 \log (759,5 / 763)$, soit $H \approx 36,7$ m

Inconvénients : manque de précision dans la lecture des graduations du baromètre (on ne peut espérer aller au-delà d'une demi-graduation) ; nécessité de monter au sommet de la tour par l'escalier (192 marches), puisqu'elle ne comporte pas d'ascenseur.

Dispositif 2 : Un binôme, muni d'un chronomètre, est monté au sommet de la tour et a laissé tomber le baromètre le long de la tour, en chronométrant la durée de la chute. Si l'on ne tient pas compte de la résistance de l'air, la baisse d'altitude H en fonction du temps t est donnée par la formule $H = gt^2$ (H étant exprimé en mètres et t en secondes). En l'occurrence, les élèves ont trouvé $t = 2,85$ s. En prenant $g = 9,8$ m/s^2, il vient alors $y = 4,9 (2,85)^2 \approx 39,8$ m.

Commentaire : On peut remarquer que la valeur ici trouvée est assez éloignée de celle donnée par le premier dispositif. Cependant le binôme concerné a, de façon tout à fait pertinente, justifié le fait d'avoir négligé la résistance de l'air par : 1°) la masse volumique relativement importante du baromètre (environ 3,4 g/cm^3) ; 2°) sa forme aérodynamique (cylindre), correspondant à un CX assez faible (de l'ordre de 0,42).

En fait, l'écart constaté est dû au fait que, pour déterminer la durée de la chute, le chronométreur s'est fié au bruit de l'impact du baromètre sur le sol, et que le modèle choisi néglige le temps τ mis par le bruit de cet impact pour lui parvenir aux oreilles. Or, on a bien sûr la relation $\tau = H/v$, où v est la vitesse de propagation du son ($v \approx 330$ m/s). On obtient alors l'équation corrigée,

$$H = \frac{1}{2}g(t - \tau)^2$$

d'où l'on tire l'équation du second degré en H (ci-contre).

$$\frac{g}{2v^2}H^2 - \left(1 + \frac{gt}{v}\right)H + \frac{1}{2}gt^2 = 0$$

Cette équation admet les deux racines réelles positives :

$$H = vt + \frac{v^2}{g}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2gt}{v}}\right)$$

Le calcul fournit les deux valeurs $H \approx 36{,}7$ m et $H = 24068{,}7$ m. Étant donné l'invraisemblance évidente de cette dernière, on obtient finalement 36,7 m.

On peut donc constater qu'ainsi modifié, le dispositif donne une valeur tout à fait convenable pour H.

Inconvénients : ici aussi, il est nécessaire de monter en haut de la tour. De plus, le baromètre est évidemment irrécupérable.

Dispositif 3 : le baromètre est placé sur un trépied d'appareil photographique dont la hauteur est réglée par un assistant de façon que l'opérateur, en visant, puisse voir dans le même alignement :

- d'une part, le dessus du baromètre et la sommet de la rambarde de la tour
- d'autre part, la base du baromètre et le pied de la tour.

Alors, H désignant toujours la hauteur inconnue de l'immeuble, h la taille (verticale) du baromètre, d (resp. D) la distance de l'œil de l'opérateur au baromètre (resp. à la façade de l'immeuble), l'application du théorème de Thalès donne $H = h.D/d$.

En l'occurrence, les mesures des étudiants étaient : h = 18,6 cm, d = 85 cm et D = 167,5 m, d'où la solution :

$$H = 0{,}186 \times \frac{167{,}5}{0{,}85} \approx 36{,}7 \text{ m}$$

Inconvénients : nécessité de disposer d'un trépied de photographe ; en outre, cette méthode manque de précision (en particulier dans la mesure de la distance de l'œil au baromètre).

Avantage : le baromètre est encore utilisable après l'expérimentation.

Dispositif 4 : La méthode qui suit, employée par deux binômes, est directement inspirée de celle utilisée dans la marine pour repérer les hauts-fonds. On attache une extrémité à l'anneau servant à suspendre le baromètre, puis on le laisse filer au bout de la ficelle le long de la tour, jusqu'à ce que sa base vienne toucher le sol. A ce moment, on repère précisément l'endroit où la ficelle touche la rambarde, on remonte le baromètre et on mesure la distance $H = \lambda + h + \theta$, formule dans laquelle :

- λ est la longueur de ficelle comprise entre le nœud et le point repéré
- h est la hauteur du baromètre (anneau non compris)
- θ est la hauteur de l'anneau de suspension.

Les deux binômes concernés ont trouvé respectivement 36,73m et 36,71m, d'où la réponse commune des deux binômes : 36,72 m.

Avantages : méthode précise, car chacune des trois longueurs λ, h, θ peut être mesurée avec une précision de l'ordre du mm. De plus, le baromètre reste intact.
Inconvénient : encore une fois, il est nécessaire de monter en haut de la tour.

Dispositif 5 : Le dernier binôme s'est rendu au pied de la tour et a frappé à la porte du gardien en lui disant : "Bonjour Monsieur. Nous organisons actuellement un grand concours dans la région. Si vous pouvez nous dire quelle est, à 10 cm près, la hauteur de cette tour (hors antenne), vous gagnerez ce magnifique baromètre". Le gardien n'a eu qu'à rentrer à l'intérieur du poste de surveillance pour aller chercher la fiche technique de la tour, sur laquelle était inscrit que la hauteur de la tour est de 36,7 m, auxquels viennent s'ajouter les 6,4 m de l'antenne.
Avantages : les données recueillies ont été établies à l'aide d'instruments de précision par des techniciens compétents ; qui plus est, il est inutile de grimper au sommet de la tour.
Inconvénient : Le baromètre est perdu (mais on peut se consoler en pensant qu'il a fait un heureux).

Conclusion : comme on a pu le constater, les étudiants de notre École d'ingénieurs, d'une part se montrent capables de réinvestir leurs connaissances dans des domaines variés (physique, géométrie), et d'autre part ne manquent pas d'imagination lorsqu'il s'agit d'élaborer un dispositif expérimental. Enfin, ce modeste article avait également pour but de montrer qu'un baromètre peut servir à autre chose qu'à mesurer la pression atmosphérique (**). Peut-être donnera-t-il au lecteur l'idée de rechercher d'autres dispositifs permettant de réaliser cette même tâche, avec une bonne précision et un coût aussi faible que possible.

Notes :

(*) Traduit du polonais par B. Parzysz. Cet article lui a été adressé par son collègue Ryba, avec l'autorisation de le faire paraître dans le *Petit Vert*. Il a paru dans le numéro d'avril 1998 de la *Niezartujowa Gazeta*.

(**) Étymologiquement, "baromètre" semble provenir du grec *baros*, pesanteur, et *metron*, mesure. Il ne s'agit donc pas, comme pourrait le suggérer quelque esprit facétieux, d'un instrument destiné à mesurer la longueur des bars, poissons voisins des perches, qui se reproduisent chaque année au début du mois d'avril (NDT).

THÉORÈME :

La limite, quand n tend vers l'infini, de (sin nx)/n est 6.

Preuve : Simplifiez par n (numérateur et dénominateur).