

b.e.p.c. 1956

Voici le sujet sur lequel les élèves de troisième des lycées ont dû plancher il y a exactement quarante ans. Quelques-uns d'entre vous s'en souviennent peut-être !

On remarquera d'une part que le programme a changé (ce n'est pas un scoop), mais surtout que, par rapport à ce qui se fait actuellement, les problèmes étaient beaucoup plus courts : cela laissait le temps à l'élève de rédiger sa copie posément. Les sujets de brevet de ces dernières années font plus penser à une course de vitesse : la quantité de choses à calculer et à trouver en deux heures fait que l'on trouve plus de brouillons que de devoirs rédigés et argumentés.

ALGÈBRE

On considère le système d'équations

$$x + 2y - a = 0$$

$$2x + 3y - 9 = 0,$$

x et y désignant les inconnues et a un nombre algébrique donné.

1° Résoudre ce système.

2° Entre quelles limites doit être compris le nombre a pour que les solutions x et y trouvées soient toutes deux positives ?

Est-il possible de trouver une valeur de a pour que x et y soient toutes deux négatives ?

3° On donne au nombre a la valeur $+5$.

Résoudre *graphiquement* le système.

Peut-on vérifier la solution trouvée ?

GÉOMÉTRIE

On donne un demi-cercle de centre O et de diamètre $AD = 2R$.

On construit la corde $AB = R$, puis l'angle $BOC = 90^\circ$, les points A, B, C, D étant situés dans cet ordre sur le demi-cercle.

Les diagonales du quadrilatère $ABCD$ se coupent en I .

1° Calculer, en fonction de R , BC et BD .

2° Démontrer que les triangles ABI et ICD sont isocèles et en déduire la longueur des segments BI , ID et CD . Calculer le rapport des aires de ces deux triangles.

3° On suppose que la corde AB a une longueur variable, l'angle BOC restant toujours égal à 90° et les points B et C restant sur la demi-circonférence. Quelle ligne décrit alors le point I ?