

## Problème du trimestre n°32

### **La publicité de la page suivante est-elle mensongère ?**

En d'autres termes, quel est le nombre minimum de grilles de Loto qu'il faut jouer pour être certain de gagner ?

Rappelons que sur chaque grille, on coche 6 numéros (à choisir parmi 49), et qu'il faut au moins trois bons numéros parmi les six tirés pour gagner... le plus souvent une fort modeste somme.

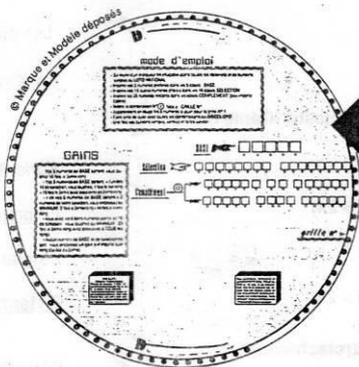


# GAGNEZ A TOUS LES TIRAGES DU LOTO

## EN JOUANT VOS NUMEROS PREFERES

Après des mois de recherches, un surdoué d'informatique et mathématiques a mis au point un appareil, le D, garantissant de gagner à TOUS les tirages du LOTO NATIONAL.

**LE D** : APPAREIL COMPOSÉ DE 3 DISQUES PLASTIFIÉS DE 30 CM DE Ø (Taille d'un disque 33 tours – photo réduite).



**LE D**  
est d'un emploi ENFANTIN  
Il suffit de savoir recopier  
AUCUN RISQUE D'ERREUR

Vous choisissez 21 numéros. Inscrivez les 5 premiers (ceux que vous affectez le plus) dans les 5 cases : BASE et les 16 autres dans les cases SELECTION.  
Dans les 28 cases : COMPLEMENT, mettez les 28 derniers numéros des 49 du Loto (peu importe l'ordre). Placez le O du disque central face à GRILLE N° apparaissent alors 6 points rouges sous 6 N° que vous cochez sur votre bulletin, faire ainsi de suite avec les autres numéros du disque central. Une notice d'emploi détaillée vous sera jointe avec le D.

**GRATUITEMENT** : 10 trucs SENSATIONNELS vous seront joints, pour jouer moins et gagner plus. Ces 10 astuces valent à elles seules le prix du D.

**GARANTIE N°1**  
**GARANTIE FORMELLE**  
Si par extraordinaire, à l'IMPORTE QUEL TIRAGE, vous ne gagnez pas à 1 rang quelconque, nous vous rembourserons immédiatement LE D.

**GARANTIE N°2**  
LES GAINS : Vos 5 numéros de base sortent à un tirage : vous touchez 15 fois le 2<sup>e</sup> rang. Si à un tirage l'un des 16 numéros de sélection, vous touchez : 1 fois le 1<sup>er</sup> rang + 15 fois le 2<sup>e</sup> rang (avec possibilité au 2<sup>e</sup> rang). Aucun de vos 5 numéros de base ne sort mais vous avez les 6 bons numéros dans vos 16 de sélection : vous touchez au MINIMUM 20 fois le 2<sup>e</sup> rang avec possibilité de gagner à TOUS les rangs.

**GARANTIE N°3**  
Si par malchance, AUCUN de vos 21 numéros ne sort, non seulement, vous gagnez, mais vous pouvez toujours profiter au premier rang.

**RANGS**  
Nous appelons :  
1<sup>er</sup> rang : 5 bons numéros  
2<sup>e</sup> rang : 3 bons numéros + le complémentaire  
3<sup>e</sup> rang : 3 bons numéros  
4<sup>e</sup> rang : 4 bons numéros  
5<sup>e</sup> rang : 3 bons numéros

### QUESTIONS ET REPONSES

- QUESTION** : Sûls-je sûr de gagner à CHAQUE tirage ?  
**REPONSE** : C'est certain, nous vous le garantissons formellement.
- Q. : Vous pouvez donc à l'avance savoir les numéros qui vont sortir ?**  
**R.** : Pas du tout et quiconque le ferait serait un menteur (ou un sacré veinard).  
**LE D** est un procédé purement mathématique conçu par un ordateur.
- Q. : Peut-on jouer des bulletins multiples ?**  
**R.** : Non, et voici pourquoi. Supposons que vous validiez un bulletin à 84 F, vous ne jouez que 9 numéros, alors qu'en jouant 84 grilles à 1 F, vous pouvez jouer  $84 \times 6 = 504$  numéros. Le LOTO n'en comprenant que 49, grâce à un très intelligent brassage effectué par ordinateur, vous augmentez CONSIDERABLEMENT vos chances de gagner en jouant la même somme. C'est le principe même du D.
- Q. : Mais il doit falloir jouer des sommes astronomiques ?**  
**R.** : Absolument pas, les enjeux sont nettement inférieurs au prix du D. (240 F). Un jeu de 22 bulletins SIMPLES à 1 F la grille GARANTI de gagner à TOUS les tirages.
- Q. : Quels sont mes gains si mes numéros sortent ?**  
**R.** : Si vos 5 numéros de base sortent lors d'un tirage, vous empochez 16 fois le 3<sup>e</sup> rang. Si par bonheur le 6<sup>e</sup> numéro du tirage se trouve parmi vos 16 numéros de sélection, alors là, c'est la fortune puisque vous touchez : 1 fois le 1<sup>er</sup> rang + 15 fois le 3<sup>e</sup> rang (avec possibilité au 2<sup>e</sup> rang).
- Q. : Pour l'instant, je n'ai jamais eu de chance au LOTO, alors si aucun de mes 21 numéros choisis ne sort au tirage, je perds donc ?**  
**R.** : Erreur, et c'est là la force du D. car non seulement vous gagnez, mais vous pouvez toujours obtenir le 1<sup>er</sup> rang sans QU'AUCUN de vos 21 numéros ne figure au tirage. Ce qui est simplement FABULEUX.
- Q. : Quel est le prix du D ?**  
**R.** : 240 F (+ 20 F de frais de gestion, et d'emballage).
- Q. : 240 F, n'est-ce pas un peu cher ?**  
**R.** : Ce qui est cher, ce sont tous les bulletins que vous avez mis à la poubelle depuis ce jour.
- Q. : Puis-je vous commander 2 D ? ? ? (un pour moi et l'autre pour un ami).**  
**R.** : Excusez-moi, mais c'est idiot. Pourquoi dépenser 480 F alors que vous pouvez payer le D. 120 F. Je vous livre un petit truc (ça reste entre nous) : le D. est utilisable à l'infini. Une fois que vous avez remplis vos bulletins avec VOS numéros, effacez-les et passez le D. à votre ami qui fera de même. Ce qui vous permet de vous grouper pour cet achat. En commandant le D. à 4 amis, collègues, parents, etc., cet appareil ne vous revient qu'à 60 F chacun (mais je ne vous ai rien dit).

**Solution du problème n°31 (PETIT VERT de septembre 1992)**  
 proposé par André VIRICEL (VILLERS LES NANCY),  
 d'après une idée « strasbourgeoise »

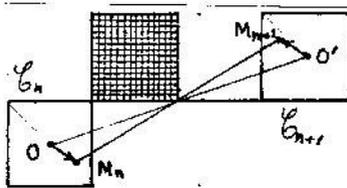
Soit  $M_0$  un point quelconque du plan, extérieur au carré ABCD.  
 On construit une suite de points  $M_n$  de la façon suivante : de  $M_n$  en « regardant » le carré ABCD, on cherche le sommet qui est « vu » le plus à droite ;  $M_{n+1}$  est le symétrique de  $M_n$  par rapport à ce sommet.  
 Montrer qu'il existe un rang  $p$  tel que  $M_p = M_0$ .

Voici quelques indications préliminaires qui permettront de résoudre ce problème.

Tout d'abord, quadrillons le plan en prenant ABCD comme carré unité.

Première remarque : pour tout point  $M$  appartenant à une des droites du quadrillage se « pose un problème » : comment déterminer le sommet qui est vu « le plus à droite » ? Nous « éliminerons » donc ces points de notre étude.

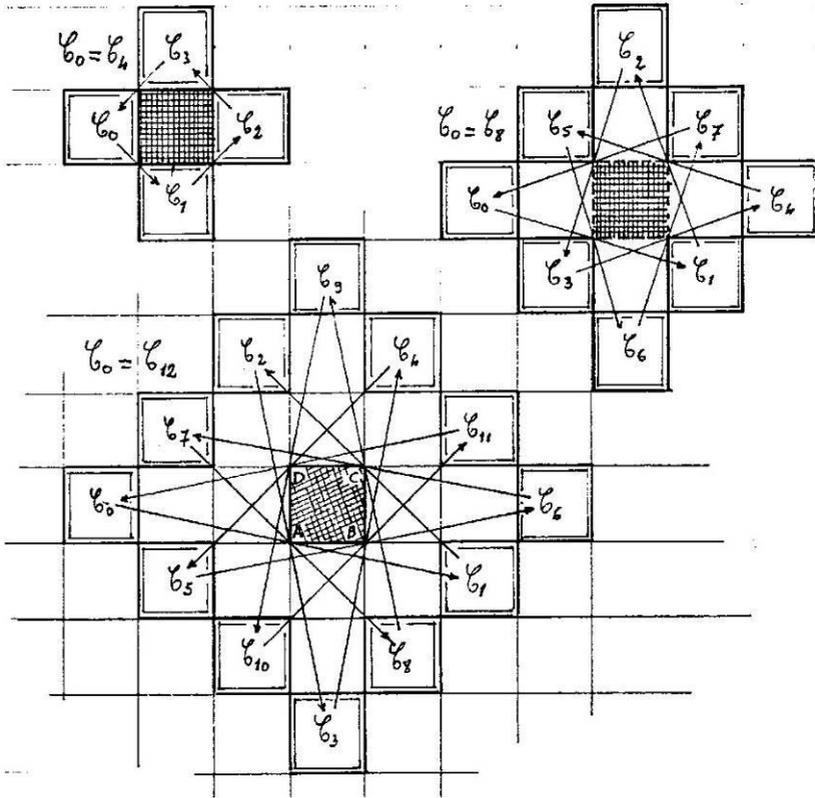
Seconde remarque : soit  $C_n$  le carré contenant le point  $M_n$  et  $C_{n+1}$  le carré contenant le point suivant  $M_{n+1}$  :



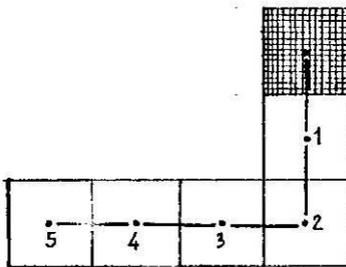
Par symétrie,  $O'M_{n+1} = OM_n$  : dans le carré  $C_{n+1}$ , la position du point  $M$  se trouve « symétrisée » par rapport à la position qu'il avait dans  $C_n$ . Mais dans le carré suivant,  $M$  reprendra sa position initiale. **Conséquence** : si l'étoile se referme, ce ne peut être qu'au bout d'un nombre **pair** de fois.

On se contentera donc par la suite de chercher la suite des carrés  $C_n$  et on montrera qu'au bout d'un rang  $p$  (pair) on a  $C_0 = C_p$ .

Étudions d'abord trois exemples (*figures page suivante*) :



Ces trois exemples permettent d'ébaucher la démarche qui va permettre de résoudre le problème :



Si  $k$  est la « distance » de  $C_0$  au carré ABCD (distance comptée en suivant les carreaux horizontalement et verticalement ; sur l'exemple ci-dessus,  $k = 5$ ), tous les carreaux  $C_n$  seront à la même « distance »  $k$  du carré central, et le rang  $p$  tel que  $C_p = C_0$  vaut  $p = 4k$ .

Et ces  $4k$  carrés  $C_0, C_1, \dots, C_{4k-1}$  forment une « couronne carrée ».

**Pour aller plus loin...**

Au lieu d'un carré, on peut partir d'un triangle équilatéral (en utilisant un treillis à  $60^\circ$  pour faire les tracés) : on constate que la démarche est la même, avec  $p = 6k$ .

On peut aussi partir d'un quadrilatère convexe ABCD quelconque (après avoir remarqué que ces quadrilatères pavent le plan).

Sur la première figure ci-après, la « spirale » des points  $M$  paraît diverger... mais est-ce si sûr ?

Sur la seconde figure, à partir d'un trapèze rectangle, on a tracé une première étoile où  $M_0 = M_{10}$ , et une seconde série de points (non reliés) où  $M_0 = M_{30}$  [on notera les curieux alignements de ces points].

*(Figures pages suivantes)*

