

ANGLES ORIENTÉS ET DÉTERMINATION PRINCIPALE

Par Jacques VERDIER

Voici l'exemple d'une situation d'apprentissage par activités dirigées, mise en place dans une classe de 1^{ère} F8 d'adaptation (25 élèves ; durée 3 heures).

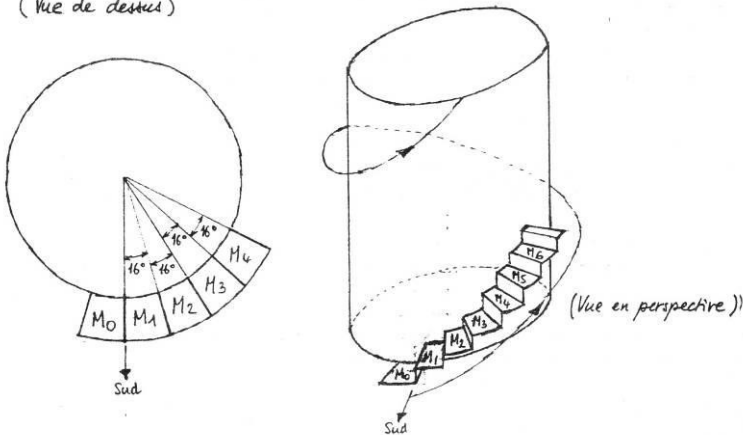
I. Première heure de travail :

Feuille de consignes distribuée aux élèves :

Travail en groupes de quatre.

On veut construire un escalier autour d'un phare. Il y aura 256 marches numérotées $M_1, M_2, \dots, M_{256}$. Les marches sont constituées de secteurs de 16° , deux marches consécutives ne se recouvrent pas, et la marche M_0 est au niveau du soi (voir schémas).

(Vue de dessus)



Situer, sur la vue de dessus, l'emplacement exact de la 256^{ème} marche.

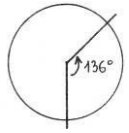
Les démarches des élèves :

Dans tous les groupes, les élèves ont « bondi » sur leurs calculatrices (plus vite que sur leur rapporteur !) et on trouvé les nombres 22,5 et 11,37 environ ; mais 22,5 et 11,37 quoi ... mystère !

Deux groupes ont très rapidement trouvé comme réponse 136° :

Dans le premier, avec la démarche suivante :

1 tour correspond à $360/16 = 22,5$ marches ; 256 marches à $256/22,51 \approx 11,377$ tours soit 11 tours plus 0,377 tour ; 0,377 tour correspond à $0,377 \times 22,5 \approx 8,5$ marches ; 8,5 marches correspondent à $8,5 \times 16^\circ = 136^\circ$.

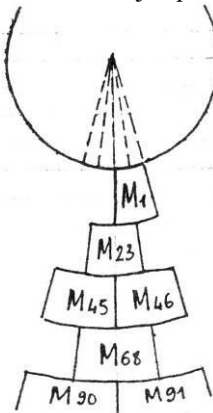


Dans le second :

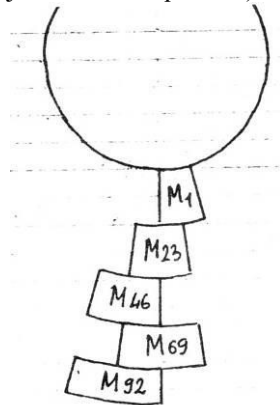
Il y a $256 \times 16^\circ = 4096^\circ$ à partir du sud. Il ne reste plus qu'à trouver comment tracer 4096° avec notre rapporteur : on fait déjà 360° , ce qui nous laisse au sud, et il en reste 3736 ; puis encore 360 , etc.

Quatre groupes ont « polarisé » sur le sud, et ont cherché quels étaient les numéros des marches qui s'y trouvaient.

Avec des schémas du type ci-dessous... jusqu'à approcher 256 (la 248^{ème} marche est « à cheval » sur le sud et, à partir de là, tracer effectivement les marches jusqu'à M_{256} :



Malheureusement, il y a eu des « problèmes de décalages » (problèmes d'intervalles), comme ci-dessous par exemple (les élèves ont ajouté 23 à chaque tour) :



Le septième groupe n'a pas eu de démarche claire, et a décidé successivement que la 256^{ème} marche était juste au sud, puis juste au nord, puis impossible à trouver, puis au nord-ouest ... Au bout de 30 minutes, je suis intervenu !

II. Seconde heure de travail (le lendemain)

Feuille de consignes :

Mêmes groupes qu'hier. Quelques questions :

1. Quels angles correspondent, sur la vue de dessus, à des écarts de 10, 20, 30, 50, 100 marches ?
2. Sur quelles marches faut-il s'installer pour être au nord ?
3. Quelles sont toutes les marches situées exactement à la verticale de la marche M_{16} ?
4. Quelle largeur (en degrés) aurait-on dû choisir pour que la marche M_{256} soit exactement à la verticale de M_0 ?

Chaque groupe devra rédiger les réponses à ces questions. Cette rédaction est destinée à expliquer aux autres groupes **votre raisonnement** (voir consignes de l'heure suivante).

On n'écrit une réponse sur la copie que si les 3 au 4 du groupe sont unanimement d'accord.

Démarches des élèves

Le travail a été extrêmement intensif dans toute la classe, à un point tel que j'en ai été le premier étonné. Il y a eu cependant un problème de temps : j'avais cru que tout le monde aurait largement assez d'une heure pour les quatre questions... Il n'y a pourtant eu aucun retard au démarrage, ni « tire-au-flanc ».

Question 1.

A été rapidement résolue par tout le monde.

Les réponses sont toujours données en degrés à partir du sud, avec une valeur α dans $[0 ; 360[$ (pas d'apparitions de réponses telles que *on tourne dans l'autre sens de 40° pour $\alpha = 320^\circ$* par exemple ; mais je ne les attendais pas : la situation « physique » de l'escalier ne le permettait pas).

Question 2.

Beaucoup plus difficile qu'il n'y paraît.

Que faire du résultat 11,25 ? Les réponses ont été « *entre la 11^{ème} et la 12^{ème} marche* », « *au quart de la 11^{ème} marche* », « *sur la 11^{ème} marche car 11,25 doit être arrondi à 11 qui est plus proche* », « *la 11^{ème} et la 12^{ème} marche conviennent toutes les deux* », etc.

Dans plusieurs groupes, je suis intervenu **pour faire dessiner effectivement**, à leur emplacement exact, la 11^{ème} et la 12^{ème} marche (en continuant le schéma de l'énoncé) pour pouvoir débloquer la situation.

Question 3.

Apparemment assez difficile (je n'ai pas pu bien observer les procédures, car j'intervenais alors dans les groupes qui « bloquaient » à la question précédente).

Quelques problèmes rencontrés :

1. Que signifie « exactement à la verticale » (le lien n'est plus fait avec la vue de dessus, et – curieusement - les élèves se mettent alors à travailler sur la vue en perspective).
2. Problèmes « d'intervalles » : s'il y a 45 marches de différence, arrive-t-on à la 59^{ème} ou à la 60^{ème} ?

Question 4.

Seuls deux groupes ont répondu à cette question dans l'heure. Et tous les deux avec la même démarche (sans qu'il y ait eu communication) :

Avec 256 marches de 16°, on arrive à 136° après le sud ; il faut donc allonger un peu chaque marche pour regagner les 224° manquant. Cela correspond à $224/256 = 0,875^\circ/\text{marche}$. D'où la réponse : l'angle α doit être égal à 22,87°.

Aucun élève de ces deux groupes n'a imaginé qu'il puisse y avoir d'autres réponses possibles. Cette question sera reprise plus tard.

III. Troisième heure de travail (immédiatement consécutive à la seconde)

Consignes :

Chaque groupe passe à un groupe voisin (suivant une permutation circulaire) sa production.

Celui-ci corrige (en vert, pendant 15 min) en s'attachant à repérer surtout les fautes **de raisonnement**.

Puis suite de la permutation circulaire : le groupe suivant recorrige (en rouge, pendant 5 min) et corrige aussi la correction verte.

La consigne a été bien respectée. La correction a été suivie d'une discussion générale (où les uns et les autres justifiaient leur point de vue), parfois très animée entre certains élèves et leurs censeurs !

La dernière demi-heure a été consacrée à un **cours magistral de synthèse** :

- définition de la mesure principale d'un angle orienté, à partir des pages 141-144 du fascicule 2 de la brochure I.R.E.M. « Mathématiques pour l'élève de seconde » (dont les photocopies ont été distribuées aux élèves).
 - correction du premier travail (le phare) et de la question **1**, mais en utilisant cette fois des déterminations principales dans $]-180^\circ, 180^\circ]$.
- 

LU POUR VOUS ...

Ceux qui étaient aux Journées de LYON se souviennent certainement de la conférence de Marcel BERGER, de son billard, et de ses empilements de cercles.

Michel BERGER, directeur de l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques de Bures-sur-Yvette, a écrit un article sur « Les placements de cercles » dans le numéro de juin de « Pour la Science » (en vente dans tous les kiosques ?). Cette étude, reprenant quelques uns des éléments qu'il avait traités à Lyon, sous-tend d'intéressantes questions de géométrie. Leur solution intervient notamment en électricité, en aérodynamique, et en chimie.

Dans ce même numéro de « Pour la Science », on pourra lire un article de Bernard BEAUZAMY, de l'Institut de Calcul Mathématique de Paris, expliquant pourquoi la France a besoin de mathématiciens, et quelles sont les qualités requises pour faire ce métier. Je ne peux m'empêcher de citer une de ses phrases : « *C'est davantage l'aptitude à la recherche que l'on requiert du mathématicien, l'aptitude à appréhender des situations nouvelles, plus que la connaissance de telle ou telle théorie.* »

J.V.