

Problème du trimestre n°28
proposé par Jean-Marie DIDRY

Les n sommets d'un polygone régulier inscrit dans un cercle de rayon 1 déterminent C_2^n segments. Quel est le produit de leurs longueurs ?

Solution du problème n°27 (PETIT VERT de septembre)
proposé par Jacques VERDIER

Chaque livre qui paraît reçoit un numéro d'ISBN (International Standard Book Number). Par exemple, les deux publications de la Régionale Lorraine, portaient les numéros 2-906476-00-5 et 2-906476-01-3.

Les éventuelles suivantes porteront les numéros 2-906476-02-1, 2-906476-03-X, 2-906476-04-8, et ainsi de suite jusqu'à 2-906476-99-4.

Le premier segment représente le groupe linguistique (ici 2 = langue française).

Le second segment est le numéro attribué à l'éditeur (906476 pour la Régionale Lorraine APMEP).

Le troisième segment est le numéro d'ordre de la publication (de 00 à ... 99 !).

Le quatrième segment est une **clé de contrôle** qui permet une vérification automatisée de l'exactitude de la valeur et de l'ordre des neuf premiers chiffres.

En vous aidant des numéros ISBN ci-dessus, et de tous ceux que vous pourrez trouver dans votre bibliothèque, **déterminez comment on calcule cette clé.**

Solution donnée dans la brochure de l'A.F.N.I.L. « Normes pour la numérotation des livres »

On multiplie chacun des neuf premiers chiffres respectivement par 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 et 2 ;

on ajoute les neuf produits obtenus ;

on divise cette somme par 11 (division euclidienne) ;

le chiffre clé est le complément à 11 du reste de cette division ;

au cas où le reste serait 10, il sera identifié par la lettre X (10 en chiffres romains).

Exemple pour 2-906476-00-5 :

$$2 \times 10 + 9 \times 9 + 0 \times 8 + 6 \times 7 + 4 \times 6 + 7 \times 5 + 6 \times 4 + 0 \times 3 + 0 \times 2 = 226 ;$$

226 divisé par 11, quotient = 20, reste 6 ;

$11 - 6 = 5$: le chiffre clé est 5.

Solution du problème n°26 (suite)

LE PLANTEUR

Rappel de l'énoncé :

Monsieur RHUMIER peut donner la composition d'un punch planteur rien qu'en le goûtant.

Marie-Titine lui a proposé un planteur qui, habituellement, est composé d'une mesure de sirop de canne, de deux mesures de rhum et de trois mesures de jus. Mais elle s'est trompée dans ses proportions.

Après avoir bu un verre plein, il déclare que le mélange n'est pas assez sucré : il rajoute un verre plein de sirop. Il boit un verre plein du nouveau mélange et, trouvant qu'il n'est pas assez alcoolisé, rajoute un verre plein de rhum. Il boit à nouveau un verre plein de mélange et, pour augmenter le fruité, rajoute un verre plein de jus. Le nouveau mélange est alors parfait.

Sachant que Marie-Titine avait préparé 60 cl de mélange, donnez (au dixième de cl près) la capacité du verre qui a servi à verser et à déguster.

Philippe **LECLÈRE** (Lycée des Biotechnologies, VILLERS-LES-NANCY) nous a transmis la solution suivante, qui se base sur l'interprétation suivante de la phrase « *Il déclare que le mélange contient la bonne quantité de jus* » : il faut l'entendre non en valeur relative (bonne proportion), mais en valeur absolue (soit 30 cl de jus) :

On est donc amené à résoudre l'équation

$$\left(30 - \frac{n}{2}\right)\left(1 - \frac{n}{60}\right)^2 + n = 30$$

Une seule solution convient : $n \approx 22,9$ cl

Son collègue Roger **CARDOT** constate que l'on retrouve d'ailleurs la même solution à partir de la valeur de n proposée par Franck **VASSEUR** (cf. Petit Vert n° 27 page 11), c'est à dire en résolvant l'équation :

$$(30 - n)x^3 = 30$$

La valeur exacte de la solution étant $n = 90 - 30\sqrt[3]{5}$.