

Problème du trimestre n°27
proposé par Jacques **VERDIER**

Chaque livre qui paraît reçoit un numéro d'ISBN (*International Standard Book Number*).

Par exemple, les deux publications de la Régionale Lorraine, portaient les numéros 2-906476-00-5 et 2-906476-01-3.

Les éventuelles suivantes porteront les numéros 2-906476-02-1, 2-906476-03-X, 2-906476-04-8, et ainsi de suite jusqu'à 2-906476-99-4. Le premier segment représente le groupe linguistique (ici 2 = langue française).

Le second segment est le numéro attribué à l'éditeur (906476 pour la Régionale Lorraine APMEP).

Le troisième segment est le numéro d'ordre de la publication (de 00 à ... 99 !).

Le quatrième segment est une **clé de contrôle** qui permet une vérification automatisée de l'exactitude de la valeur et de l'ordre des neuf premiers chiffres.

En vous aidant des numéros ISBN ci-dessus, et de tous ceux que vous pourrez trouver dans votre bibliothèque, **déterminez comment on calcule cette clé.**

Solution du problème précédent
(LE PLANTEUR)

Le problème du Planteur que nous avons proposé pour les grandes vacances n'était pas si évident qu'il paraissait à première vue. En effet, quelle que soit la façon dont on le prenait, il y avait toujours une inconnue de plus que le nombre d'équations. N'y avait-il pas dans l'énoncé quelque information implicite que nous oublions de traduire ?

Solution proposée par Franck **VASSEUR** (collège Albert Lebrun, LONGUYON).

Appelons n le volume du verre. En supposant par exemple que le volume de 60 cl contient S cl de sirop, et en retirant les n cl, il reste :

$$S - \frac{nS}{60} = \frac{S}{\left(\frac{60}{60-n}\right)}$$

En posant $x = \frac{60}{60-n}$, je peux donc dresser le tableau suivant, illustrant la chronologie de la dégustation (à rebours) :

	Sirop	Rhum	Jus	Chronologie (à rebours)
A la fin, parfait →	$s_3 = 10$	$r_3 = 20$	$j_3 = 30$	
	10	20	$30 - n$	↑ ajoute du jus
Pas assez de jus →	$s_2 = 10x$	$r_2 = 20x$	$j_2 = (30 - n)x$	↑ goûte
	$10x$	$20x - n$	$(30 - n)x$	↑ ajoute du rhum
Pas assez de rhum →	$s_1 = 10x^2$	$r_1 = (20x - n)x$	$j_1 = (30 - n)x^2$	↑ goûte
	$10x^2 - n$	$(20 - n)x$	$(30 - n)x^2$	↑ ajoute du sirop
Au début, pas assez de sirop →	$s_0 = (10x^2 - n)x$	$t_0 = (20 - n)x^2$	$j_0 = (30 - n)x^3$	↑ goûte

Reste maintenant à interpréter les remarques de Monsieur Rhumier, c'est à dire traduire la réaction de ses papilles gustatives.
Voici une interprétation, pas nécessairement raisonnable d'ailleurs !!!

Remarques de Monsieur Rhumier	Interprétation	Conséquence pour n
« Il n'y a pas assez de jus »	$\frac{j_2}{r_2 + s_2} < \frac{30}{50}$	Aucune
« Il n'y a pas assez de rhum »	$\frac{r_1}{j_1 + s_1} < \frac{20}{40}$	$n < 30$
« Il n'y a pas assez de sirop »	$\frac{s_0}{j_0 + r_0} < \frac{10}{50}$	$n < 60 \times \frac{\sqrt{21} - 3}{\sqrt{21} - 1}$

Sans doute une hypothèse supplémentaire est-elle nécessaire pour aller plus loin. En voici une : lors de la première dégustation, le rhum et le jus étaient dans des proportions idéales, c'est à dire :

$$\frac{j_0}{r_0} = \frac{3}{2} \text{ ou encore } \frac{(30-n)x^3}{(20x-n)x^2} = \frac{3}{2}, \text{ d'où l'on tire } x = \frac{3}{2}.$$

Dans ce cas, on peut dire que **$n = 20$ cl**