

LU POUR VOUS ...

... un manuel destiné à la Seconde et qui se déclare (page 3) « rigoureusement conforme au nouveau programme » (celui de 1990, N.D.L.R.).

Nous y avons trouvé des problèmes intéressants et des exercices astucieux, bien que parfois un peu difficiles pour un élève de seconde tel qu'on peut imaginer - en lisant les nouveaux programmes de collège - qu'il sera.

Ceci dit, nous y avons trouvé des choses très surprenantes ; jugez vous-mêmes.

Note de la rédaction (octobre 2010) : l'article publié comportait des extraits photocopiés du manuel et du programme. Nous les avons retranscrits sur des fons de couleur : rose pour le manuel, vert pour le programme.

CALCUL LITTERAL. CALCUL ALGEBRIQUE (page 8, dans la partie "Cours") :

Les insuffisances de **N**, **Z**, **Q**, que nous rappellerons brièvement, ont progressivement conduit à la construction de l'ensemble **R**.

Or le programme de seconde nous dit que les notations **N**, **Z**, **Q** et **R** sont ajoutées en seconde :

(...) les notations **N**, **Z**, **Q**, **R** : sur ces différents points, il s'agit d'un simple vocabulaire et *aucun développement n'est au programme* .

On ne voit pas ce qu'on pourrait rappeler à des élèves qui n'ont jamais entendu parler d'ensembles de nombres. Cela n'empêche pas de découvrir (page 9) que l'addition dans **R** est interne, qu'il existe des éléments symétriques, etc. (on a cependant échappé à l'élément absorbant ; dommage, on l'aimait bien, celui-là !).

Page 11, toujours dans la partie « Cours » (sous le titre « Insuffisance de **Q** »), on peut y lire la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

Page 14 :

1. *La relation $\leq$ est une relation d'ordre total.*

Quels que soient les réels x, y, z .

— $x \leq x$: la relation est dite *réflexive*.

— Si $x \leq y$ et $y \leq x$ alors $x = y$: la relation est dite *antisymétrique*.

— Si $x \leq y$ et $y \leq z$ alors $x \leq z$: la relation est dite *transitive*.

— Quels que soient les réels x et y on a : $x \leq y$ ou $y \leq x$; on dit que l'ordre est *total*.

Le programme nous dit (opérations sur les inégalités) :

Signe de $ax + b$. Signe d'un produit, d'un quotient. Le programme se limite à l'étude d'expressions à coefficients numériques.

On ne voit pas bien ce que l'expression « total » pourrait signifier à un élève à qui on ne demande de travailler que dans $\mathbf{R}$.

Page 16, nous abordons la bijection (afin de pouvoir définir $\sqrt{x}$) :

Soit l'application : $f: \begin{matrix} \mathbf{R}^+ & \rightarrow & \mathbf{R}^+ \\ x & \mapsto & x^2 \end{matrix}$. Nous admettrons que cette application est bijective, ce qui signifie que tout élément de $\mathbf{R}^+$ a un antécédent et un seul par f dans $\mathbf{R}^+$.

ÉQUATIONS. INÉQUATIONS. SYSTÈMES

Page 36 :

Définition : Soit f_1 et f_2 deux fonctions d'un ensemble E vers un ensemble F . Tout élément x_0 de E tel que $f_1(x_0) = f_2(x_0)$ est dit *solution* de l'équation $f_1(x) = f_2(x)$ d'inconnue x .

et ensuite :

E est appelé le *référentiel*. Soit respectivement D_1 et D_2 les domaines de définition des fonctions f_1 et f_2 , et soit $D = D_1 \cap D_2$. D est appelé *l'ensemble de validité* de l'équation.

Avec un exemple qui nous semble bien peu conforme à l'esprit du programme :

Exemple : Soit, dans $\mathbf{R}$, l'équation $\frac{1}{x-3} = \sqrt{x-2}$

Il ne porte que sur *l'étude d'exemples* et se place dans le cadre de *fonctions définies sur un intervalle* ; on évitera tout exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre, restriction....).

Page 37 :

Définition : Soit une fonction polynôme : $P: \begin{matrix} \mathbf{R} & \rightarrow & \mathbf{R} \\ x & \mapsto & P(x) \end{matrix}$

Avec $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ où $n \in \mathbf{N}$ et $a_n \neq 0$.

L'équation $P(x) = 0$ d'inconnue x est appelée *équation polynomiale de degré n* .

Page 46, apparition de la notation $\mathbf{R}^2$ qui n'est pas au programme.

Page 47, toujours dans la partie « Cours » :

La quantité $ab' - ba'$, que l'on écrit sous la forme $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$, s'appelle le *déterminant* du système.

Théorème : Une condition nécessaire et suffisante pour qu'un système de deux équations affines dans $\mathbf{R}^2$ admette une solution et une seule est que son déterminant soit différent de zéro.

alors que :

(...) en particulier la notion de déterminant et les formules de Cramer ne sont pas au programme.

Et voici quelques exercices correspondant à ce chapitre :

53 Résoudre $2x^3 - 5x^2 - 8x + 20 = 0$, sachant qu'elle admet la racine $x_1 = \frac{5}{2}$

Résoudre dans $\mathbf{R}$ les équations suivantes :

59 $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2$

60 $x - \sqrt{2x+7} = 4$

61 $\sqrt{2x+7} - \sqrt{x} = 2$

62 $\sqrt{(x+2)(x+3)} = x+4$

63 $\sqrt{x+1} = \sqrt{4x-9} + \sqrt{x-2}$

97 Résoudre dans $\mathbf{R}^2$:
$$\begin{cases} 3x^2 - y^2 - 3 = 0 \\ x^2 + 2y^2 - 22 = 0 \end{cases}$$

Déterminer, suivant les valeurs du réel m , l'ensemble S des solutions des systèmes suivants (exercices 100 et 101) :

100
$$\begin{cases} (m+1)x - y - m = 0 \\ x + (m-1)y - 5 = 0 \end{cases}$$

101
$$\begin{cases} mx + 3y - 9 = 0 \\ 3x + my + m^2 = 0 \end{cases}$$

Au programme :

- Dans ce domaine, c'est la maîtrise des mécanismes *élémentaires* indiqués par le programme qui est importante ; *toute virtuosité technique est exclue*, notamment en ce qui concerne les factorisations et les calculs ponant sur des fractions ou des radicaux. On tiendra compte du fait que, sur ces différents points, les exigences à l'issue de la classe de Troisième sont modestes. Il convient en outre de ne pas multiplier gratuitement les exercices de pur calcul littéral

- La résolution de problèmes menant à des *équations à une inconnue* constitue un objectif important. Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue. La technique de résolution de l'équation du second degré est hors programme.

- De nombreuses situations conduisent à des *inégalités* ou des *inéquations*. On se limitera à des exemples très simples et on s'appuiera sur des interprétations graphiques et sur la variation des fonctions, afin d'éviter un formalisme purement algébrique.

GÉOMETRIE PLANE ET CALCUL VECTORIEL

Page 132, on apprend à faire la différence entre la « paire » $\{A,B\}$ et les quatre bipoints (A,B) , (B,A) , (A,A) et (B,B) :

5.2.1 Points et droites

A et B sont deux points du plan affine $\mathcal{P}$ ($A \in \mathcal{P}$; $B \in \mathcal{P}$). On appelle *bipoint* le couple (A,B) : $(A,B) \in \mathcal{P} \times \mathcal{P}$ ou $(A,B) \in \mathcal{P}^2$.

Remarque : Si A et B sont deux points distincts du plan on peut, à l'aide de ces deux points, définir quatre bipoints différents (A,B) , (B,A) , (A,A) et (B,B) , mais une seule paire $\{A,B\}$.

Page 138, on lit :

Définition : On appelle vecteur du plan l'ensemble des bipoints équipollents à un bipoint donné (A,B) ; on le note $\vec{AB}$. (A,B) est un représentant du vecteur $\vec{AB}$: $\vec{AB} = \{(M, N) \in \mathcal{P}^2 / (M,N) \sim (A,B)\}$

Bien sûr, on savait déjà que $\sim$ était réflexive, etc., c'est écrit juste avant :

La relation d'équipollence est :

- 1) Réflexive. C'est-à-dire : tout bipoint est équipollent à lui-même.
- 2) Symétrique. C'est-à-dire : Si $((A, B) \sim (C, D))$ alors $((C, D) \sim (A, B))$.
- 3) Transitive. C'est-à-dire : Si $[(A,B) \sim (C,D)]$ et $[(C,D) \sim (E,F)]$ alors $(A,B) \sim (E,F)$

Ici, on sent bien que vous croyez qu'on en rajoute ! Surtout lorsqu'on relit le programme de seconde :

- Les *vecteurs* ont été introduits au Collège (par direction, sens et longueur) ; on n'y reviendra pas et on conservera le même point de vue pour étudier les opérations sur les vecteurs.

Et pourtant...

Mais il y a mieux (ou pire ?). Page 139, on apprend (enfin !) que :

L'ensemble des vecteurs du plan muni de l'addition des vecteurs (qui est une loi de composition interne par définition) a une structure de groupe commutatif (propriétés 2. 3. 4. 5).

Vite, tournons la page ... (on sent que vous flairez le canular). Page 141, toujours dans la partie « Cours », on a droit à la DÉFINITION suivante :

Définition : L'ensemble des vecteurs du plan muni de l'addition (loi de composition interne vérifiant les propriétés 2, 3, 4, 5) et de la multiplication par un réel (loi de composition externe à coefficients dans $\mathbf{R}$ vérifiant les propriétés 1, 2, 3, 4) a une structure d'*espace vectoriel* sur $\mathbf{R}$.

Soufflons un peu avant de lire le § 5.4.3 intitulé « Représentation paramétrique d'une droite », dont nous n'avons pu trouver aucune trace dans le programme :

Théorème et définition : L'ensemble des points $M(x,y)$ dont les coordonnées relativement à un repère (O,i,j) vérifient le système :

$$\begin{cases} x = x_0 + t \alpha \\ y = y_0 + t \beta \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R} \text{ et } (\alpha, \beta) \neq (0,0)$$

est la droite (D) passant par $A(x_0, y_0)$ et de vecteur directeur $u \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$.

Le système $\begin{cases} x = x_0 + t \alpha \\ y = y_0 + t \beta \end{cases}$ est une *représentation paramétrique* de (D).

TRANSFORMATIONS DU PLAN

Page 179, on définit une application puis une bijection, avec, soyons honnête, un astérisque pour la définition du mot « transformation », astérisque qui signifie peut-être (mais ce n'est pas dit) que l'on « sort » alors du programme ?

Page 180 (toujours avec un astérisque, mais toujours dans le « Cours ») :

***Définition :** f étant une transformation du plan, si à tout point M on associe son antécédent par f , on définit une nouvelle transformation appelée *transformation réciproque* de f et notée f^{-1} .

Or le programme nous indique que

La bijectivité des transformations, les notions de transformation composée et de transformation réciproque sont en dehors du programme.

Et, page 195, encore quelque chose qui a totalement disparu des programmes, la définition analytique de l'homothétie :

Le plan étant rapporté à un repère (O, i, j) , une application du plan dans lui-même est une homothétie de rapport k si et seulement si elle est définie analytiquement par un système de la forme :

$$\begin{cases} x' = kx + a \\ y' = ky + b \end{cases} \quad k \neq 0 \text{ et } k \neq 1$$

GÉOMETRIE DANS L'ESPACE

On lit, page 219, la « définition du plan » :

1) Toute droite qui passe par deux points distincts d'un plan est incluse dans ce plan (fig. 12).

La droite (D) , qui passe par les points A et B du plan $(\mathcal{P})$, est incluse dans $(\mathcal{P})$; elle partage $(\mathcal{P})$ en deux demi-plans ouverts $(\mathcal{P}_1)$ et $(\mathcal{P}_2)$. On a :

$$(D) \cap (\mathcal{P}_1) = \emptyset, \quad (D) \cap (\mathcal{P}_2) = \emptyset, \quad (\mathcal{P}_1) \cap (\mathcal{P}_2) = \emptyset,$$

$$\text{et } (D) \cup (\mathcal{P}_1) \cup (\mathcal{P}_2) = (\mathcal{P}).$$

Toute droite joignant un point de $(\mathcal{P}_1)$ à un point de $(\mathcal{P}_2)$ coupe (D) .

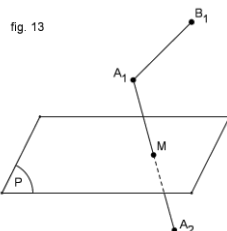
2) Par trois points non alignés il passe un plan et un seul.

3) Tout plan partage l'espace E en deux demi-espaces ouverts, E_1 et E_2 .

— Si $A_1 \in E_1$ et $B_1 \in E_1$ alors : $[A_1, B_1] \in E_1$ (fig. 13)

c'est-à-dire que chacun des demi-espaces est convexe.

— Si $A_1 \in E_1$ et $B_1 \in E_2$ alors il existe un point M unique tel que : $\{M\} = [A_1, B_1] \cap \mathcal{P}$.



... alors que la partie correspondante du programme nous dit :

a) Propriétés usuelles (admisses) du parallélisme de deux droites, de deux plans, d'une droite à un plan.

C'est à travers l'étude des objets usuels de l'espace que ces propriétés doivent être mises en évidence et mises en œuvre.

Elles ne doivent donc pas faire l'objet d'une étude en soi.

Alors que le programme nous précise que :

e) On a voulu s'en tenir à *un cadre et un vocabulaire théoriques modestes*, mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide,

l'ouvrage en question compte deux chapitres de géométrie dans l'espace, séparés, L'ESPACE AFFINE (d'abord) et L'ESPACE MÉTRIQUE (ensuite).

Finalement (bien que les chapitres concernant les fonctions nous semblent plus conformes au programme), vous comprendrez qu'on se demande si leurs auteurs ont lu en détail ce nouveau programme de seconde, et notamment les « intentions majeures » :

d) On a voulu mieux prendre en compte l'exigence de contenus présentant un intérêt pour la formation de *tous* les élèves. C'est pourquoi on a écarté résolument les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques pour la majorité des élevés ou préparant de façon trop spécifique à certaines sections de Première, au bénéfice d'une *meilleure solidité sur les points essentiels*.

Et vous ne vous en voudrez pas si on ne vous donne pas les références de ce manuel !

Jean PILLOY
Lycée Majorelle, TOUL